Matemáticas de media: Grado 11°

Libro interactivo. Autor: Carlos Alberto Rojas Hincapié

1. Hallar la derivada que se indica de la función dada.

1.	$f(x) = 3x^2 – 4x + 6$	;	$f''(x)$
2.	$f(x) = \frac{1}{4}x^4 – 2x^3$	;	$f'''(x)$
3.	$f(x) = 2x(x – 1)^2$	;	$f'''(x)$
4.	$f(t) = t^{-1/3}$	;	$f^2(t)$
5.	$f(a) = a^2 – \frac{1}{2} + 3$	;	$f^{(4)}(a)$
6.	$f(y) = \frac{5}{(3y)^2}$	;	$f'''(y)$
7.	$f(x) = \sqrt{x-2}$	;	$f''(x)$
8.	$f(x) = \frac{7-5x}{x}$	;	$f''(x)$

2. Hallar $\frac{dy}{dx}$:

    1. $x^2 + y^2 = 16$
    2. $x + \sqrt{y} = 0$
    3. $x^3 + y^3 = 6$
    4. $x^3 y^2 = x^2 + y$
    5. $3x^2 – x^2y + xy^2 + 4y^2 = 5$

3. Hallar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva definida para la ecuación: $x^2 + 4y^2 – 4x – 8y + 3 = 0$ en el punto P(1,2)

4. Supongamos que la ecuación $S = f(t) = – 5t^2 + 20t + 60$ representa la posición (en metros) sobre el suelo de una piedra que se lanza al aire desde la azotea de un edificio.

    a) ¿Cuál es la altura inicial desde la que se lanza la piedra?; es decir, ¿cuál es la altura de la azotea?
    b) ¿Con que velocidad inicial se lanzó la piedra?
    c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la piedra?
    d) ¿Cuándo y con qué velocidad choca la piedra en el suelo?
    e) Si definimos la aceleración de un objeto que se mueve en línea recta como la derivada de la velocidad con respecto al tiempo (o la segunda derivada del espacio con respecto al tiempo). ¿Cuál es la aceleración a de la piedra?

5. Hallar la derivada de cada función:

1. $f(x) = 3 \text{ Sen } x$
2. $f(x) = \dfrac{\text{Sen}\, x}{x}$
3. $f(x) = x \text{ Sen } x$
4. f (x = x Cos x + Sen x
5. $f(x) = \dfrac{\text{Sen}\, x}{2 - \text{Cos}\, x}$
6. $f(x) = 2x^2 \text{ Sen}^2 x$
7. $f(x) = \text{Tan}\,(x^2 + 5x)$
8. $f(x) = \sqrt{\text{Sen}\, x}$
9. $f(x) = \dfrac{\text{Sen}^3\, x}{\text{Sec}\,(2x)}$
10. $f(x) = \text{Sec}\,(\text{Csc}\, 2x)$

6. Encuentra la derivada de las funciones logarítmicas

a. $y = \text{Ln}\, 2x$

b. $y = \text{Ln}\, x^2$

c. $y = 2\, \text{Ln}\, x$

d. $y = \text{Ln}\,(x - 7)$

e. $\log_2 (x - 2)$

f. $y = \log x + \log 3x$

7. Determina la derivada de las siguientes funciones exponenciales

a. $y = 2e^x$

b. $y = xe^x$

c. $y = \dfrac{e^x}{x}$

d. $y = 5^x$

e. $y = 3^{e^{x+1}}$

8. Calcula $\dfrac{dy}{dx}$, de cada función:

a. $y = \dfrac{x^3 + 1}{x^3 - 1}$

b. $y = (x + 1)\, \text{Sen}\, x - x\, \text{Cos}\, x$

c. $y = \frac{4}{x^2} - \frac{3}{x^4}$

d. $y = \sqrt[3]{\frac{x}{x^3 + 1}}$

e. $4x^2 + 4y^2 – y^3 = 0$

9. Resuelve las situaciones dadas

a. Un objeto se desplaza a lo largo de una línea recta de acuerdo con la ecuación: $s = 5 – 2 \text{ Cos}^2 t$, donde s cm es la distancia dirigida de la partícula desde el origen a los t seg. Hallar la velocidad y la aceleración del objeto en términos de s.

b. Si una pelota es lanzada hacia arriba en dirección vertical desde lo alto de una casa de 112 pies de altura, su ecuación de movimiento es $S = – 16t^2 + 96t$. Hallar: a) La velocidad instantánea al cabo de los 2 seg. b) hallar la velocidad instantánea de la pelota al caer al suelo.

c. Hallar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva: $2x^3 + 2y^3 – 9 xy = 0$ en el punto (2, 1)

d. Hallar una ecuación de la recta normal a la curva y = Cos x en el punto $\left(\frac{2}{3}\pi, -\frac{1}{2}\right)$.

e. Si la distancia S a un punto P desde el origen, en un tiempo t, está dada por: S = a Sen (wt) + b Cos (wt), con a, b y w constantes reales, la velocidad en t = 5 segundos es:

f. La tercera derivada de $y = x^4 + x$ es:

g. La cuarta derivada de $y = x^3 + 3x^2 + 6x + 6$ es:

10. Demostrar que la recta tangente a la curva $y = -x^4 + 2x^2 + x$ en el punto (1, 2) también es tangente a la curva en otro punto paralelo y hállelo.

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si} \quad x \leq 3 \\ 20 - x^2 & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$

a) Dibujar la gráfica de f.

b) Determinar si f es continua en 3.

c) Determinar si f es derivable en 3.

11. Analiza y resuelve las siguientes situaciones

1. Si x y y son funciones derivables de t relacionadas por la ecuación $y = 3x^2 - 1$, hallar $\frac{dv}{dt}$ cuando x = 1, dado que $\frac{dx}{dt} = 6$ cuando x = 1
2. El radio de un círculo crece 2 m/s. halla la razón de cambio del área cuando r = 8m.
3. Hallar la razón de cambio del volumen de un cono si $\frac{dr}{dt} = 3$ m/s y h = 3 y cuando r=8m.
4. Un depósito cónico tiene 30 m de ancho y 40 de hondo. Si el agua fluye en él a razón de 30 m^3/s, halla la razón de cambio de la altura del agua cuando tal altura es 25 m.