

Números Naturales, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

Números Enteros, $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Enteros negativos, $\mathbb{Z}^- = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$

Enteros positivos (números naturales), $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Enteros no negativos (números enteros),
 $\mathbb{Z}^+ \cup \{0\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Números racionales (\mathbb{Q}),

es un número en la forma $\frac{p}{q}$, donde p y $q \neq 0$ son enteros.

Números irracionales (\mathbb{Q}^*),

es un número que no puede escribirse en la forma $\frac{p}{q}$, donde p y $q \neq 0$ son enteros.

Números reales (\mathbb{R}), El conjunto \mathbb{R} de números reales es la unión de los conjuntos de números racionales e irracionales.

Leyes de las potencias,

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exponentes racionales y radicales,

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = (ab)^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Propiedades de las desigualdades,

$$\text{Si } a > 0 \longrightarrow \frac{1}{a} > 0. \qquad \text{Si } a < 0 \longrightarrow \frac{1}{a} < 0$$

$$\text{Si } a < b \text{ y } b < c \longrightarrow a < c. \qquad \text{Si } a \leq b \longleftrightarrow a \pm c \leq b \pm c$$

$$\text{Si } a > 0 \text{ y } b > 0 \longrightarrow a \leq b \longleftrightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

$$\text{Si } a \leq b \text{ y } c \leq d \longrightarrow a + c \leq b + d$$

$$c > 0 \longrightarrow a \leq b \longleftrightarrow ca \leq cb$$

$$c > 0 \longrightarrow a \leq b \longleftrightarrow \frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$$

$$c < 0 \longrightarrow a \leq b \longleftrightarrow ca \geq cb$$

$$c < 0 \longrightarrow a \leq b \longleftrightarrow \frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$$

Valor absoluto,

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Desigualdad triangular,

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

Propiedades del valor absoluto,

$$\text{Si } |ax + b| < c, \text{ entonces } -c < ax + b < c$$

$$\text{Si } |ax + b| \leq c, \text{ entonces } -c \leq ax + b \leq c$$

$$\text{Si } |ax + b| > c, \text{ entonces } ax + b > c \quad \text{ó} \quad ax + b < -c$$

$$\text{Si } |ax + b| \geq c, \text{ entonces } ax + b \geq c \quad \text{ó} \quad ax + b \leq -c$$

Fórmula cuadrática,

Las raíces de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fórmulas de factorización,

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Expansiones binomiales,

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Leyes de los logaritmos,

logaritmo natural, $\log_e(x) = \ln(x)$

$$\log_b b = 1.$$

$$\ln(e) = \ln_e(e) = 1$$

$$\log_b b^c = c.$$

$$\ln(e^c) = \log_e(e^c) = c$$

$$\log_b 1 = 0.$$

$$\ln(1) = \log_e(1) = 0$$

$$\log_b(m \cdot n) = \log_b(m) + \log_b(n).$$

$$\log_b \frac{m}{n} = \log_b(m) - \log_b(n).$$

$$\log_b(m^n) = n \log_b(m).$$

$$\log_b \sqrt[n]{m} = \frac{1}{n} \cdot \log_b(m)$$

$$\text{Cambio de base, } \log_b(m) = \frac{\log_n(m)}{\log_n(b)}$$

Reglas básicas de la derivada

Derivadas

1. Función potencia de
- x

Si $f(x) = x^n$

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

Si $f(x) = x$

$$f'(x) = 1$$

2. Función constante.

Si $c \in \mathbb{R}$ y $f(x) = c$

$$f'(x) = 0$$

Si $y = c \cdot f(x)$

$$y' = c \cdot f'(x)$$

3. Suma o diferencia de funciones.

$$y = f(x) \pm g(x) \pm \dots$$

$$y' = f'(x) \pm g'(x) \pm \dots$$

4. Producto de funciones.

$$y = f(x) \cdot g(x)$$

$$y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

5. División de funciones.

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Regla de la cadena.

6. Si
- $y = f(u)$
- es una función derivable de
- u
- y
- $u = g(x)$
- es una función derivable de
- x
- , entonces,
- $y = f(g(x))$
- es una función derivable de
- x
- tal que:

$$y = f(u), \text{ donde, } u = g(x) \Rightarrow y' = \left(\frac{dy}{du} \right) \cdot \left(\frac{du}{dx} \right)$$

$$\text{En general en potencias, si } y = [u(x)]^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n[u(x)]^{n-1} \cdot u'(x)$$

Función Exponencial - logarítmica

Derivadas

1. $y = e^x$

$$y' = e^x$$

2. $y = b^x$, con $b \in \mathbb{R}$

$$y' = b^x \cdot \ln(b)$$

3. $y = \ln|x|$

$$y' = \frac{1}{x}$$

4. $y = \log_b(x)$, con $b \in \mathbb{R}$

$$y' = \frac{1}{x \cdot \ln(b)}$$

Funciones Trigonométricas

Derivadas

1. $y = \text{Sen}(x)$

$$y' = \text{Cos}(x)$$

2. $y = \text{Cos}(x)$

$$y' = -\text{Sen}(x)$$

3. $y = \text{Tan}(x)$

$$y' = \text{Sec}^2(x)$$

4. $y = \text{Cot}(x)$

$$y' = -\text{Csc}^2(x)$$

5. $y = \text{Sec}(x)$

$$y' = \text{Sec}(x)\text{Tan}(x)$$

6. $y = \text{Csc}(x)$

$$y' = -\text{Csc}(x)\text{Cot}(x)$$

Derivadas de orden superior

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}, \quad y'' = f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}, \quad y''' = f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3}, \dots$$

$$y^n = f^n(x) = \frac{d^n y}{dx^n}, \quad \text{n-ésima derivada.}$$