

## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Concha embrionaria.



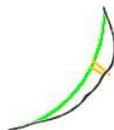
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El gnomon de un triángulo cordobés aproxima a la concha embrionaria.



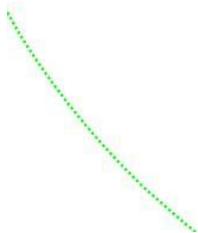
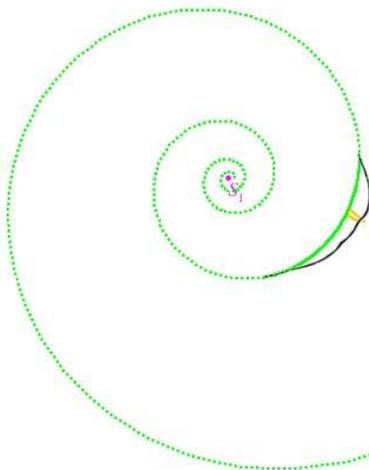
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El primer septo y el sífúnculo primigenio.



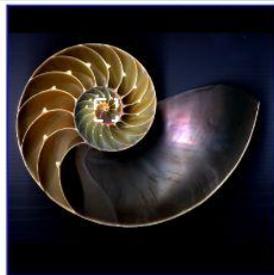
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El primer septo es un arco de una espiral cordobesa de polo  $S_1$   
y el **sifúnculo primigenio** es recto.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

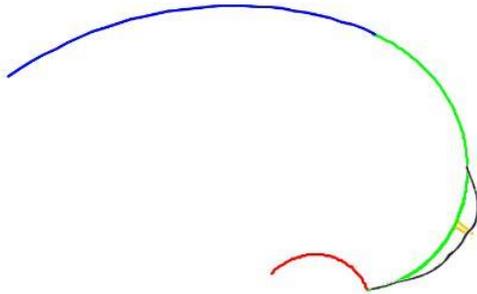
El **sifúnculo primigenio** sigue la dirección de la **altura del gnomon**.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

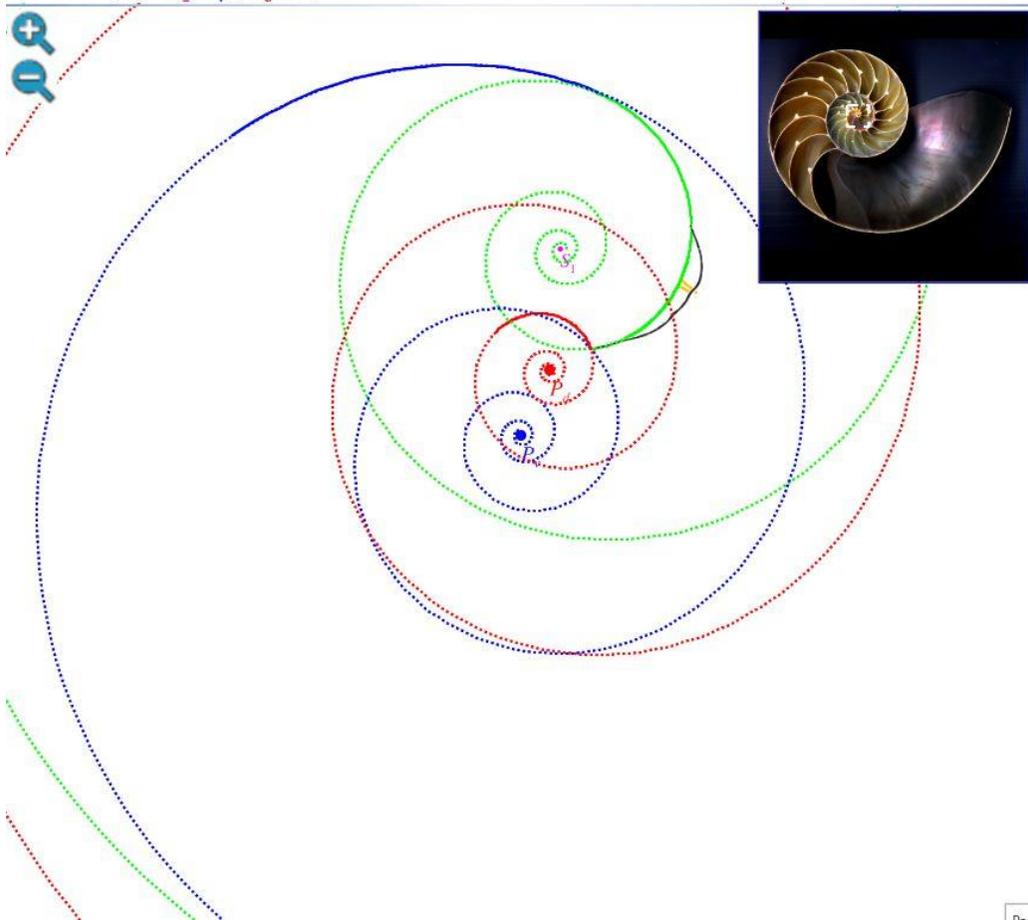
Ampliación del fragmacono embrionario, inicio de la pared ventral y de la dorsal.

El septo ampliado y la pared ventral son tangentes.



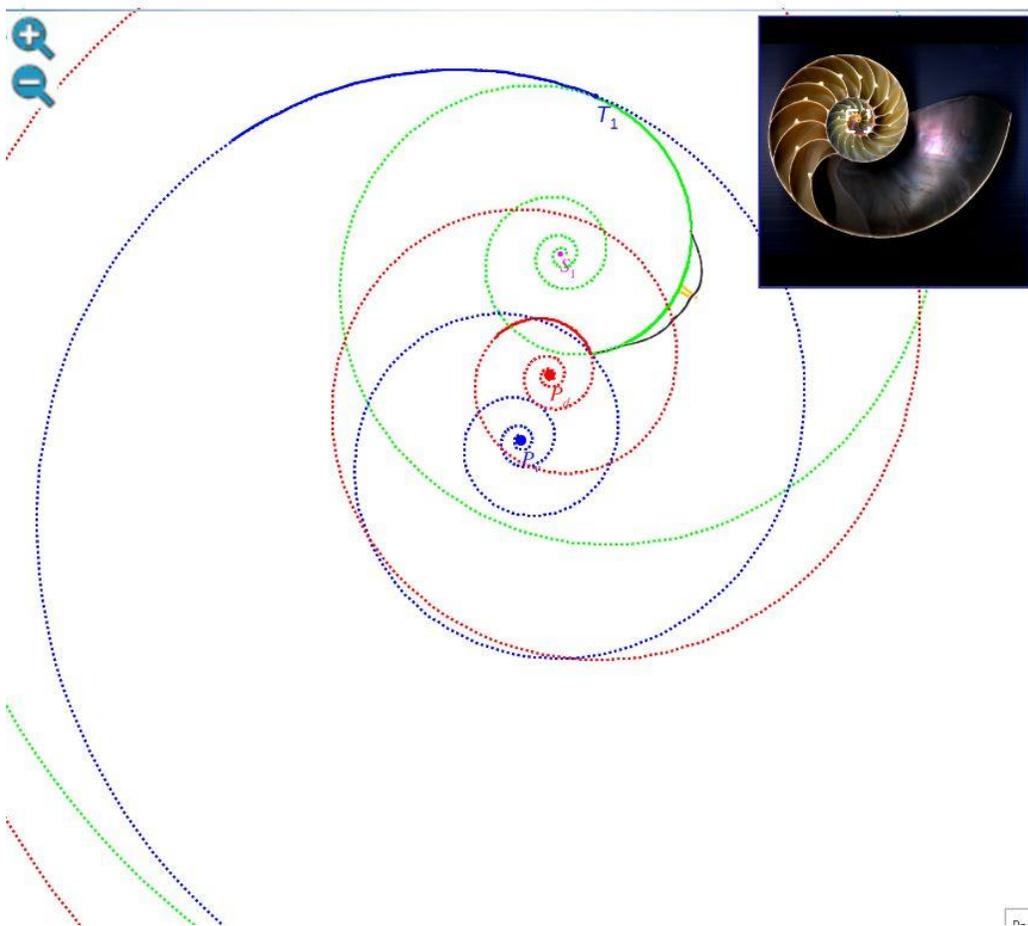
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El primer septo ampliado, la pared ventral y la dorsal son arcos de espirales cordobesas con distinto polo:  $S_1$ ,  $P_v$  y  $P_d$  respectivamente.



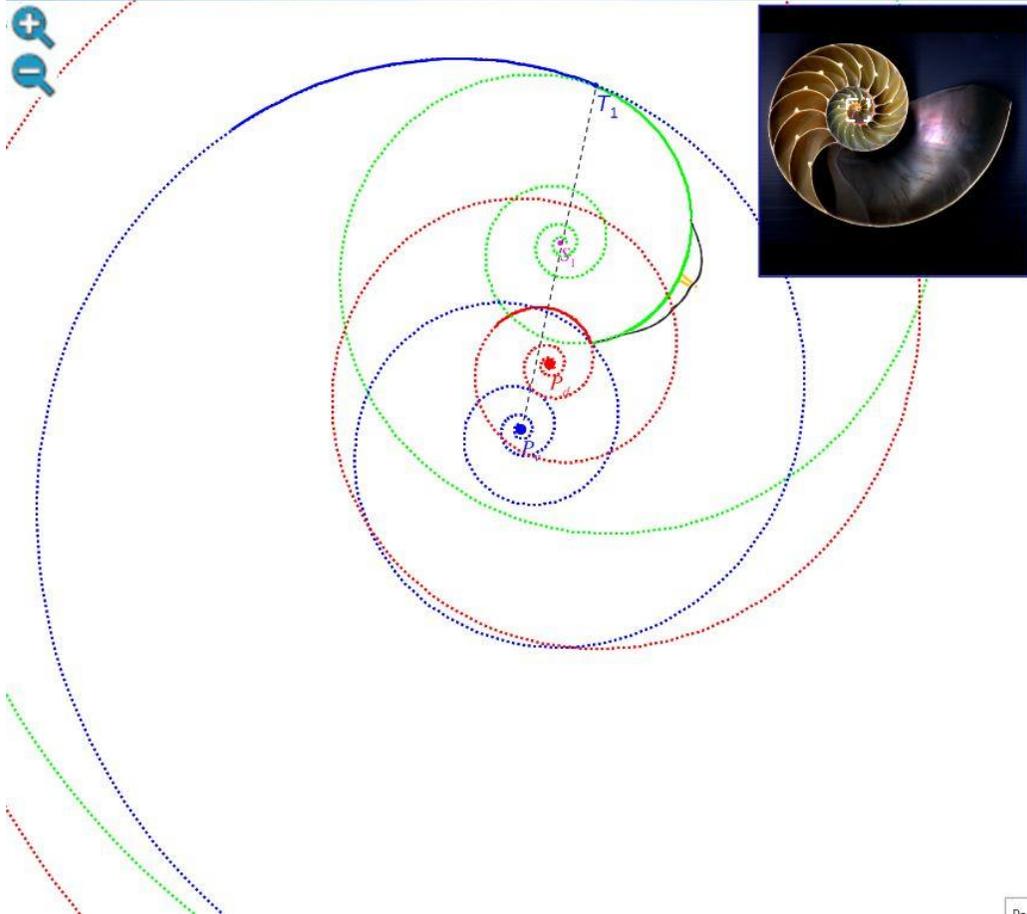
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

La espiral **septal** y la **ventral** son tangentes en  $T_1$ .



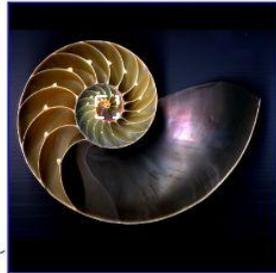
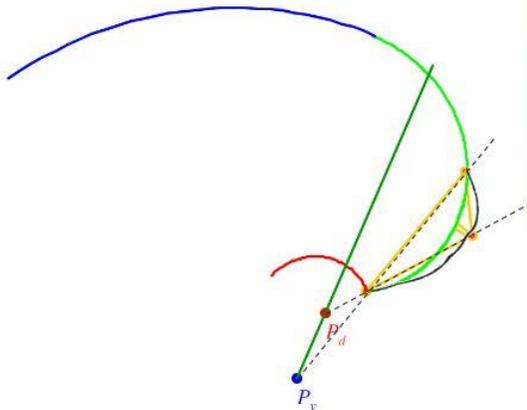
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

La espiral **septal** y la **ventral** son tangentes en  $T_1$ . Al ser ambas cordobesas los radios vectores  $P_v T_1$  y  $S_1 T_1$  tienen la misma dirección, es decir,  $P_v$ ,  $S_1$  y  $T_1$  están alineados.



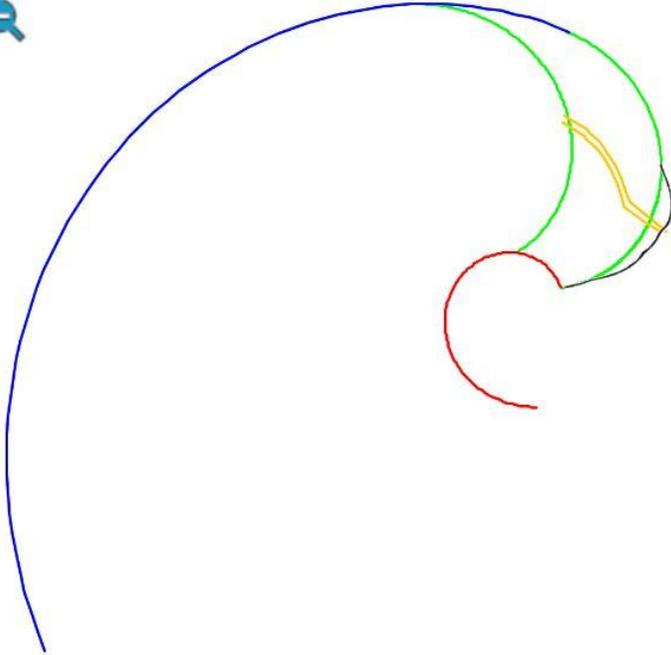
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El polo ventral  $P_v$  y el polo dorsal  $P_d$  están situados en las prolongaciones de los lados del gnomon del triángulo cordobés. Denominamos eje polar a la semirecta que pasa por esos dos polos.



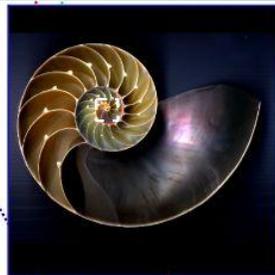
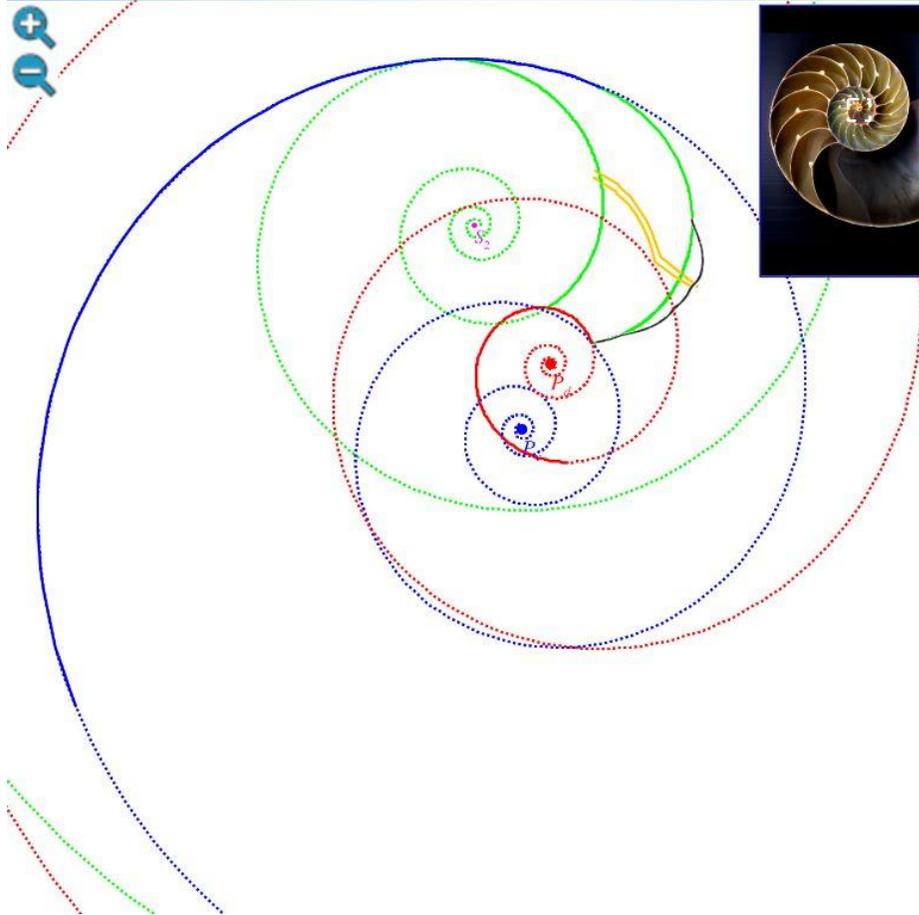
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Desviación del **sifúnculo** en la segunda cámara septal.  
El sifúnculo se adapta a la ampliación del fragmacono.



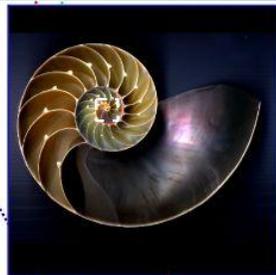
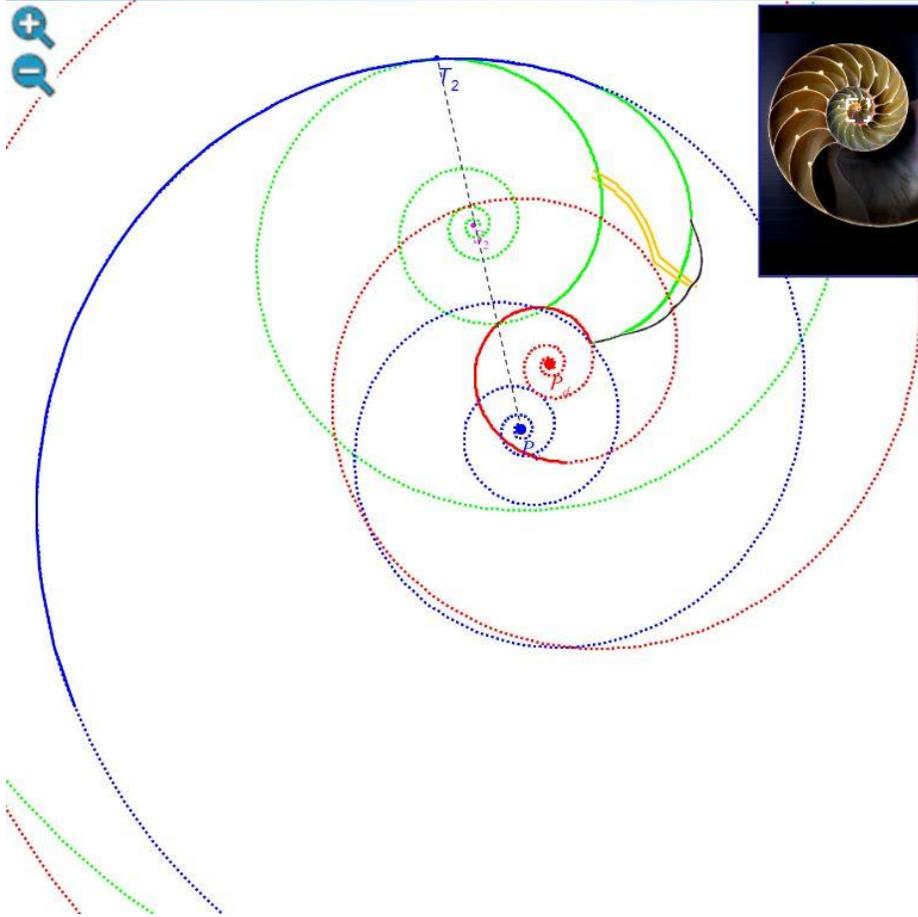
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El **segundo septo**, la **pared ventral** y la **dorsal** son arcos de espirales cordobesas con distinto polo:  $S_2$ ,  $P_v$  y  $P_d$  respectivamente. Estas situaciones son invariantes en el modelo del Nautilus.



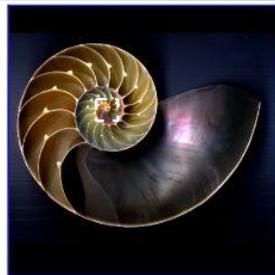
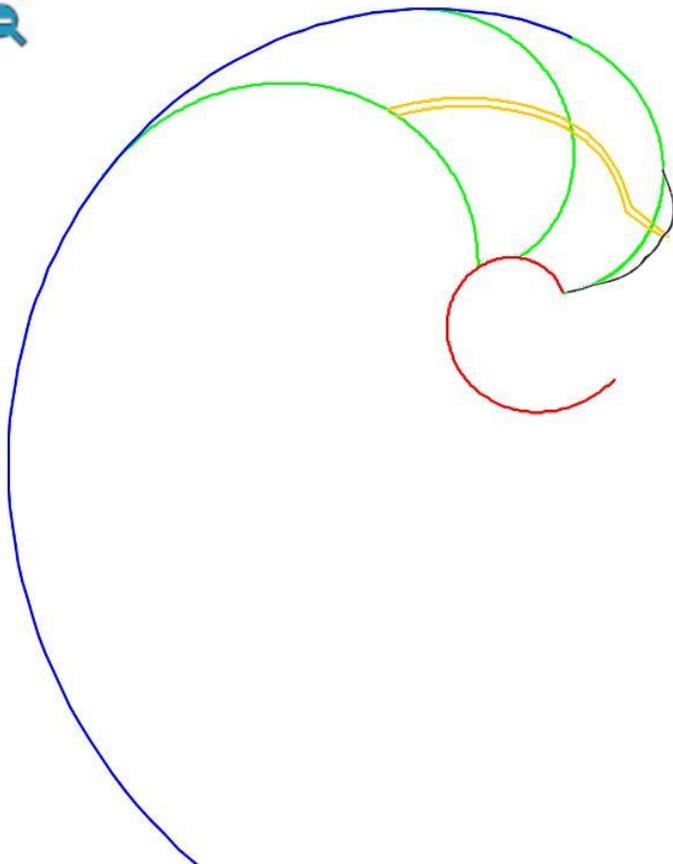
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

La espiral **septal** y la **ventral** son tangentes en  $T_2$ . Al ser ambas cordobesas los radios vectores  $P_v T_2$  y  $S_2 T_2$  tienen la misma dirección, es decir,  $P_v$ ,  $S_2$  y  $T_2$  están alineados. **Es invariante.**



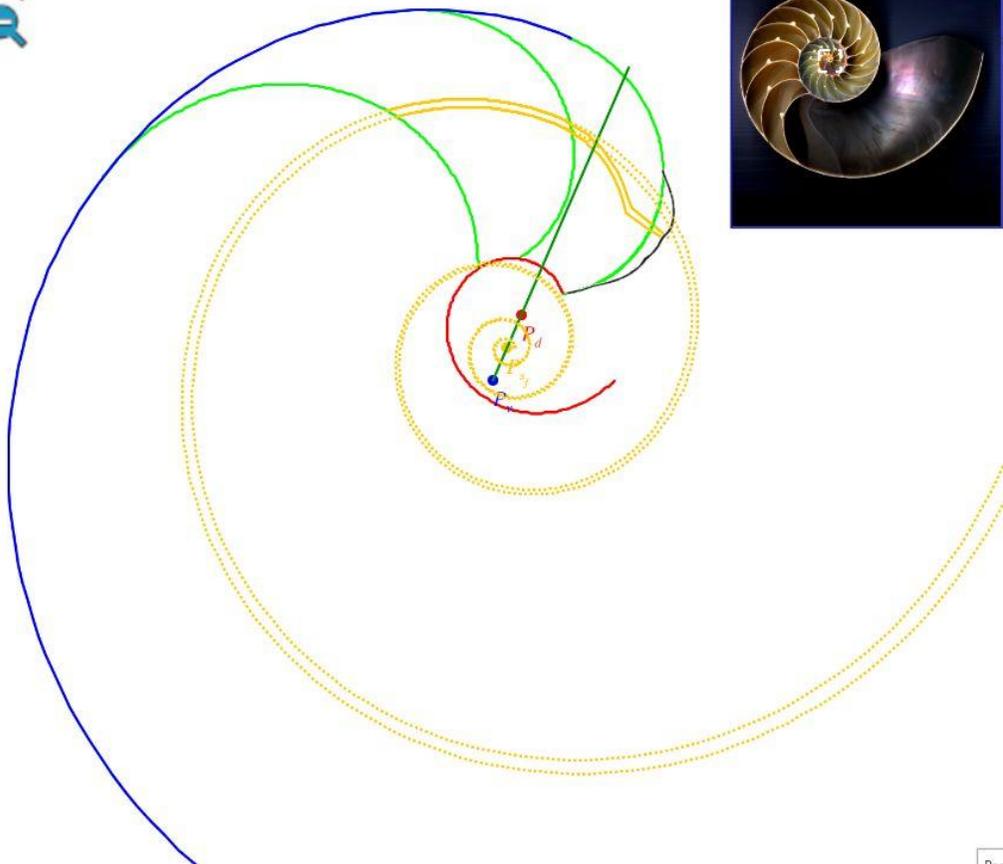
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Tercera cámara septal. Tercer septo y sifúnculo.



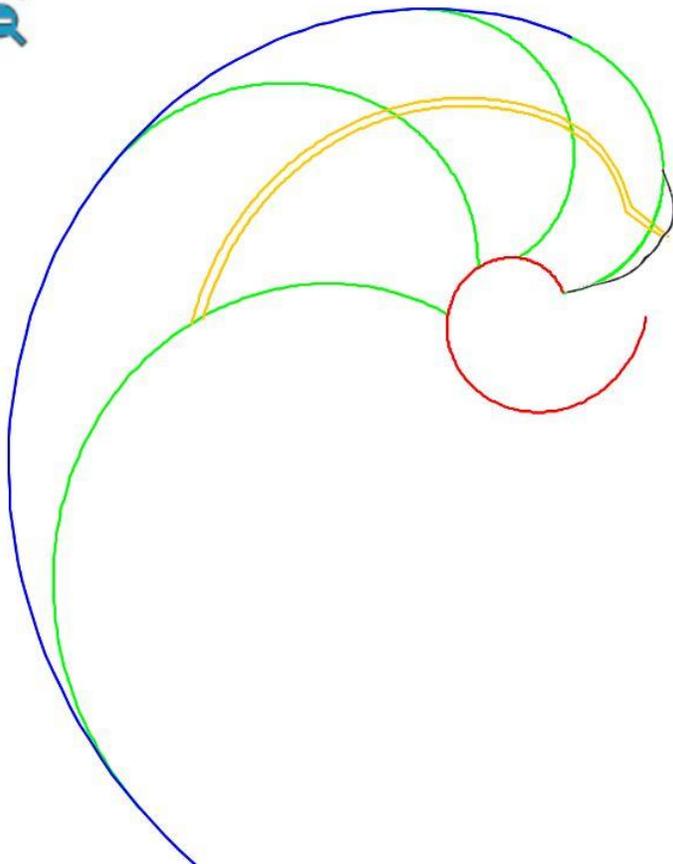
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El **sifúnculo** en el primer verticilo desde el segundo septo es un arco de una espiral cordobesa y su polo  $P_s$  es el punto medio del segmento determinado por el polo ventral  $P_v$  y el polo dorsal  $P_d$ .



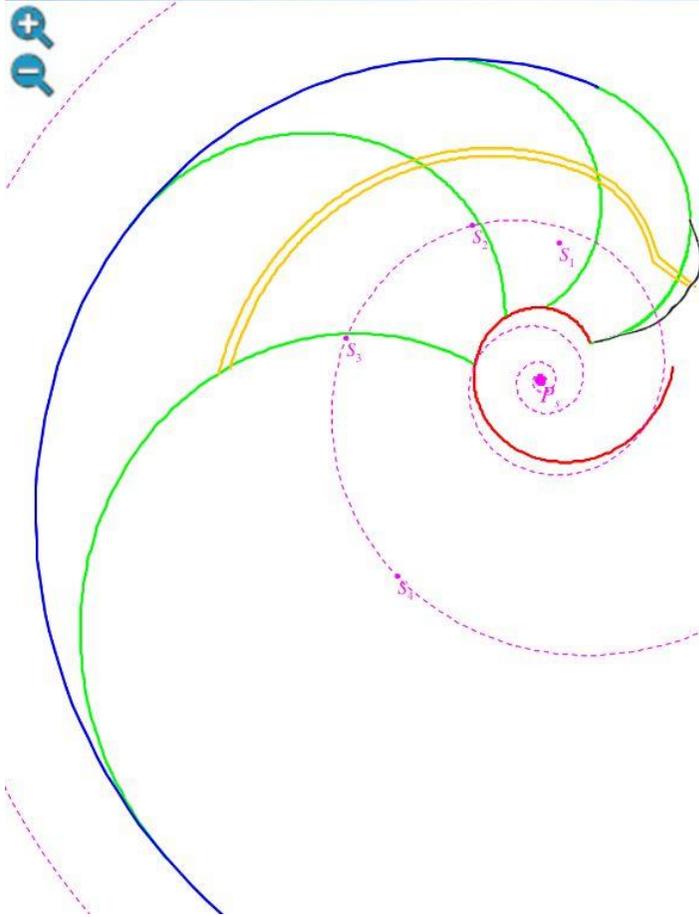
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Cuarta cámara septal. Cuarto septo y **sifúnculo**.



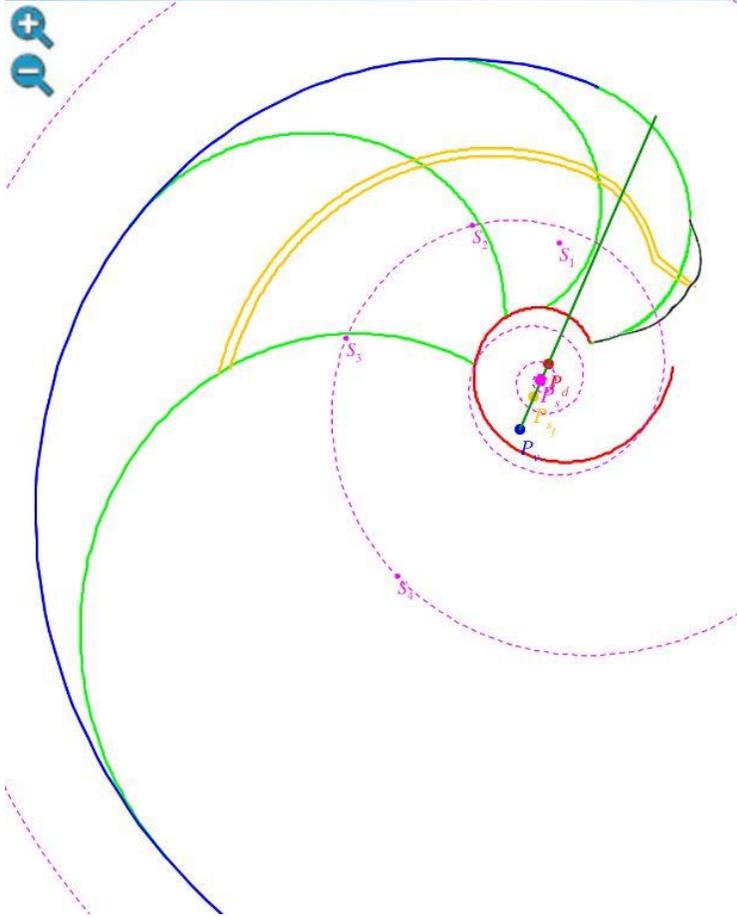
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los polos de las espirales de los septos  $S_2$  a  $S_7$  en el primer verticilo son puntos de una espiral cordobesa de polo  $P_{S_1}$ .



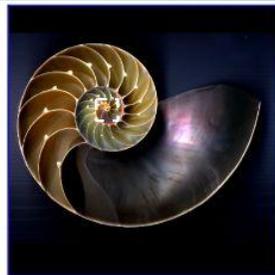
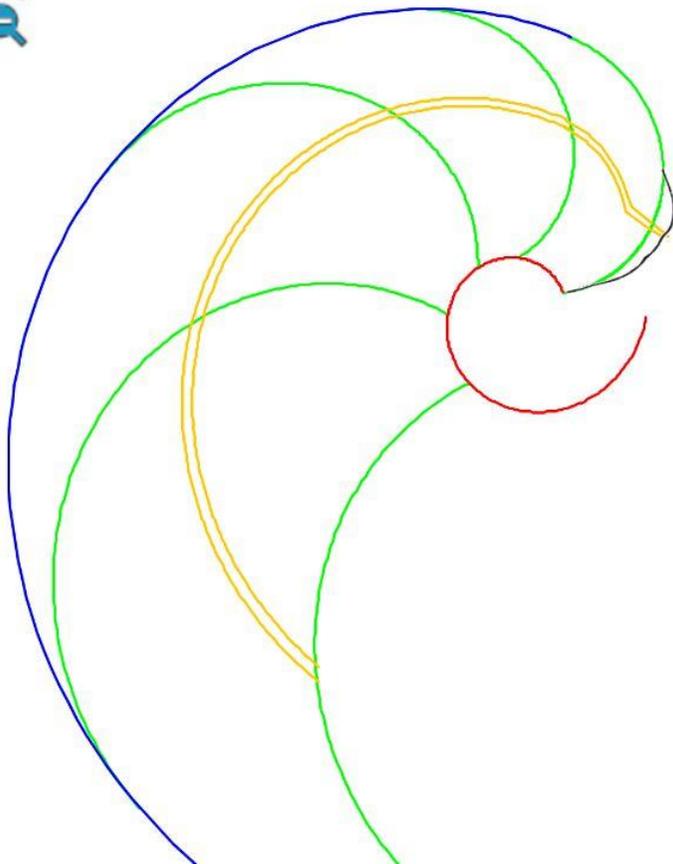
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El polo  $P_s$  de la espiral de los polos de los septos está ubicado en el eje polar  $P_v P_d$ .  
 $P_s$  es el punto medio del segmento  $P_{s_3}$  y  $P_d$  y, por tanto,  $\frac{3}{4}$  del segmento  $P_v P_d$ .



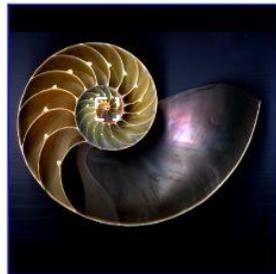
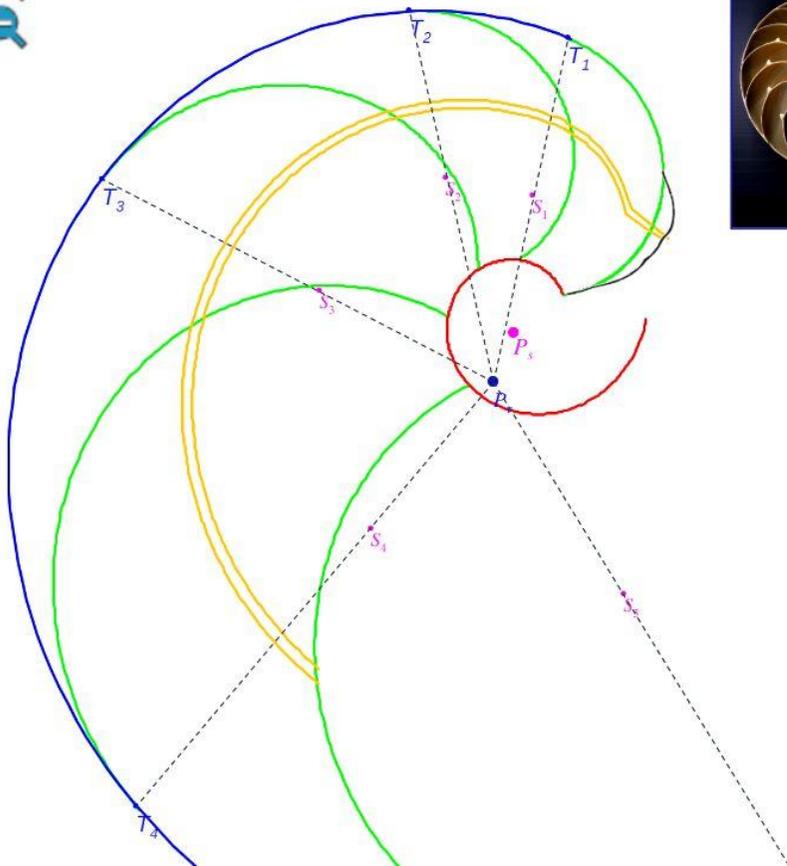
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Quinta cámara septal. Quinto septo y sifúnculo.



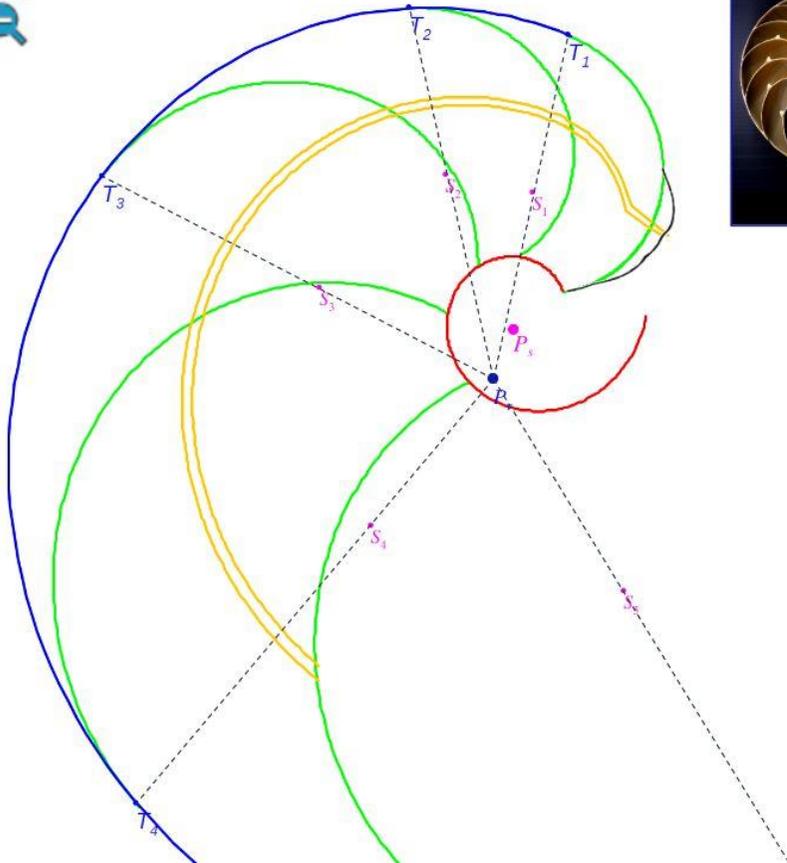
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Al tener la **espiral ventral** y la **espiral de los polos de los septos** distintos polos la razón entre  $S_n T_n$  (radio vector del septo) y  $PT_n$  (radio vector de la pared ventral) es variable.



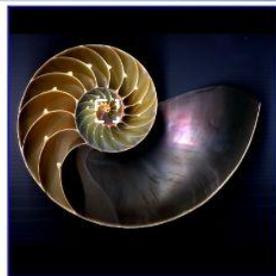
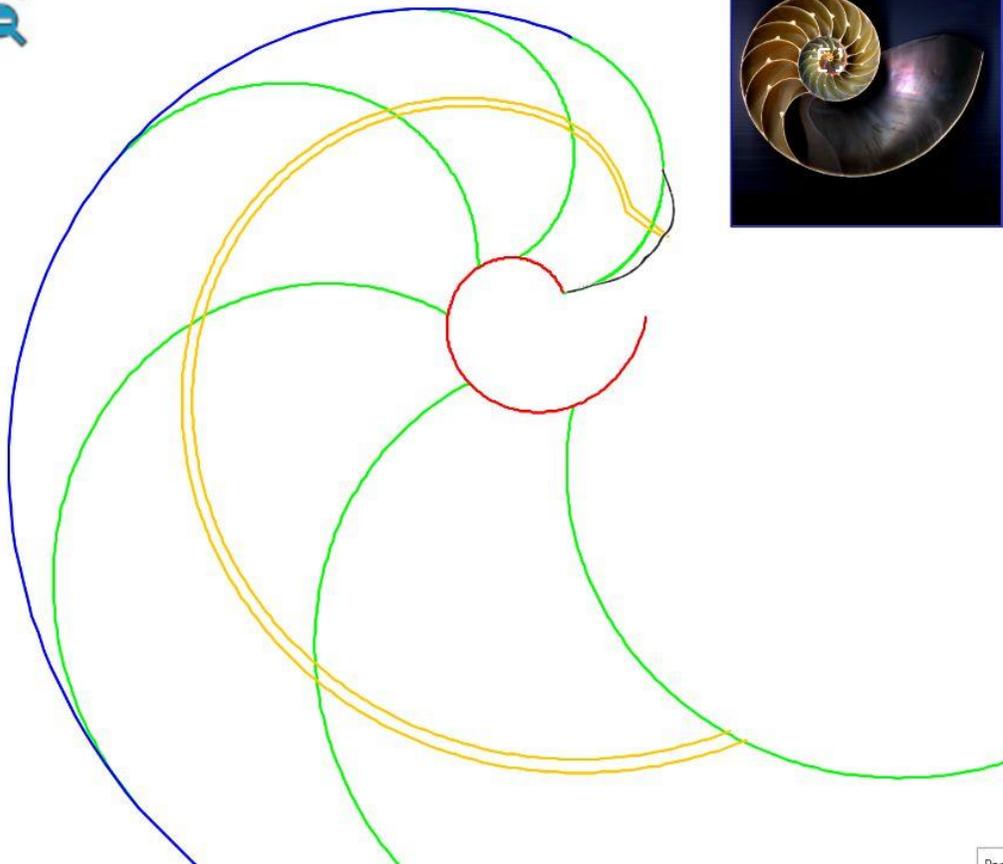
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los septos en el primer verticilo tienen diferente escala o ángulo de retardo. Por tanto, las cámaras septales tienen diferente volumen siguiendo un crecimiento logarítmico, influyendo en la flotabilidad.



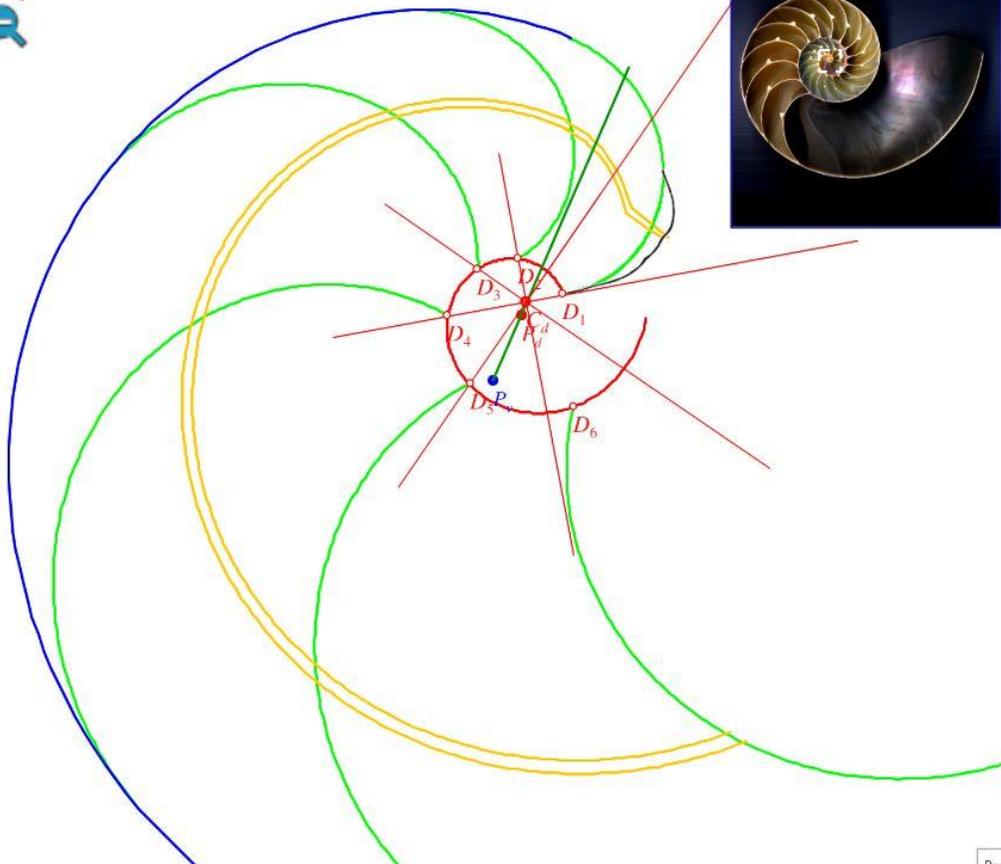
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Sexta cámara septal. Sexto septo y sifúnculo.



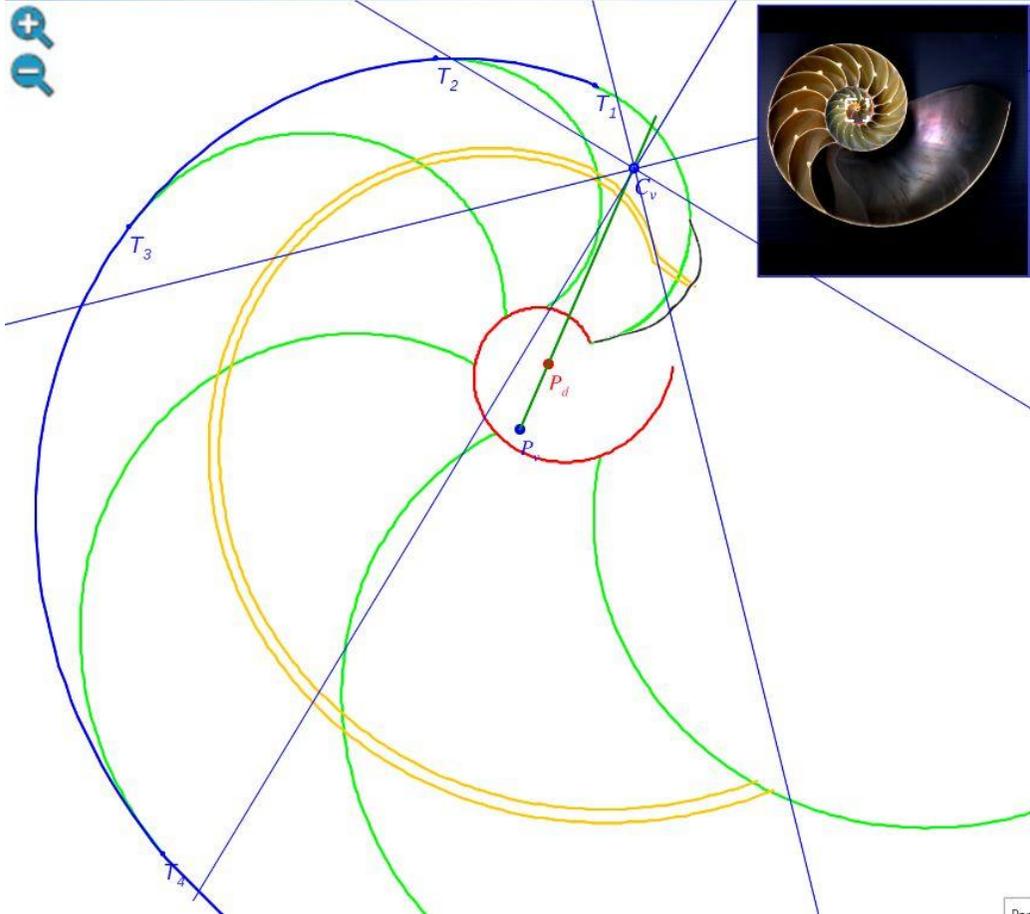
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los puntos de intersección de los septos con la pared dorsal se observan desde el punto  $C_d$  (centro dorsal) aproximadamente con un paso  $\pi/4$ .  $C_d$  está en el eje polar.



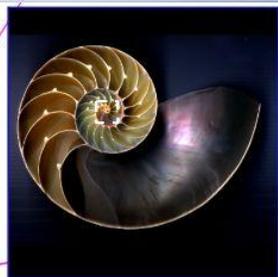
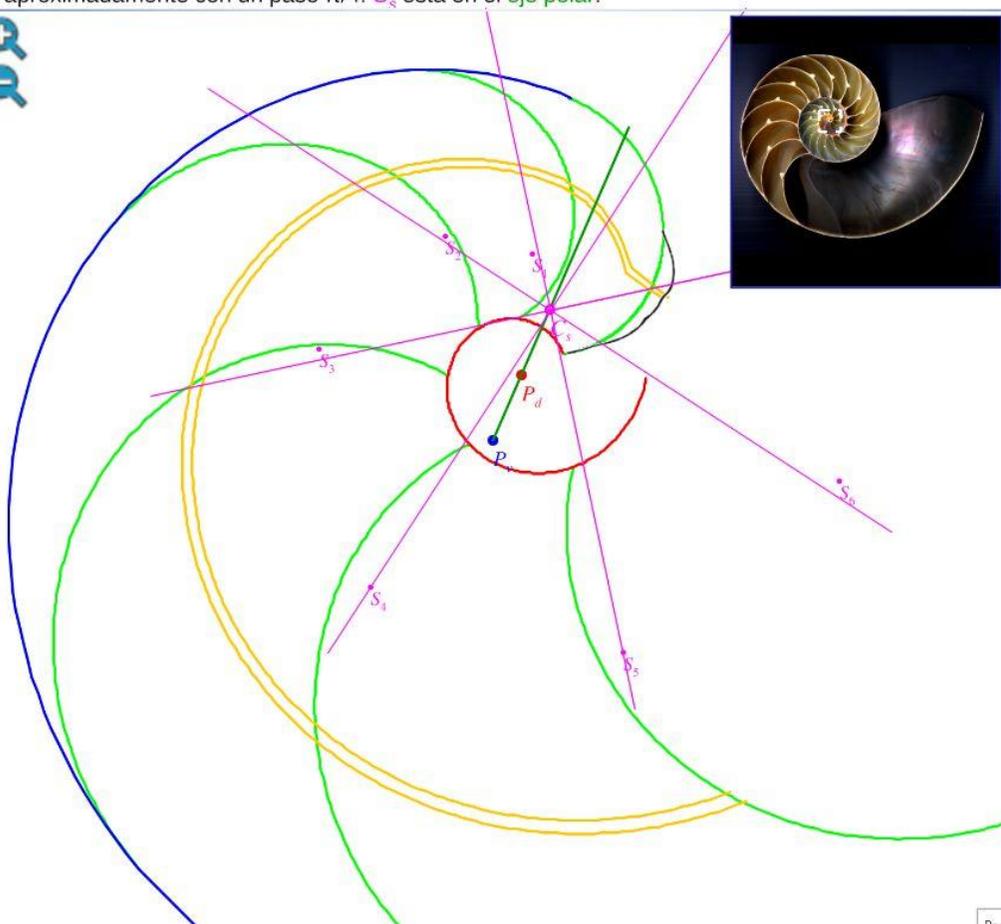
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los puntos de tangencia de los **septos** con la **pared ventral** se observan desde el punto  $C_v$  (centro ventral) aproximadamente con un paso  $\pi/4$ .  $C_v$  está en el **eje polar**.



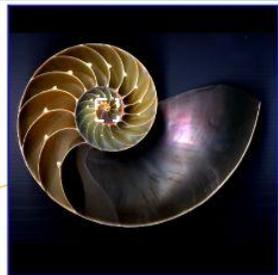
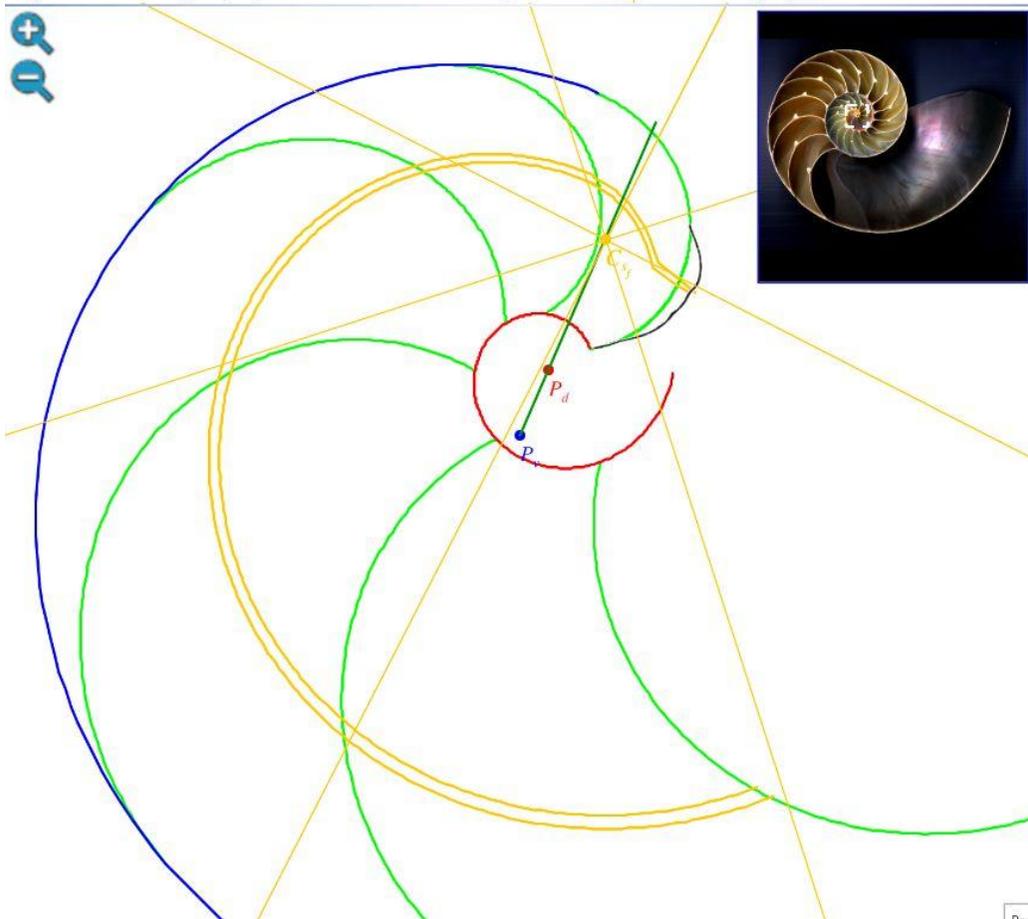
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los polos de los septos se observan desde el punto  $C_s$  (centro de los polos de los septos) aproximadamente con un paso  $\pi/4$ .  $C_s$  está en el eje polar.



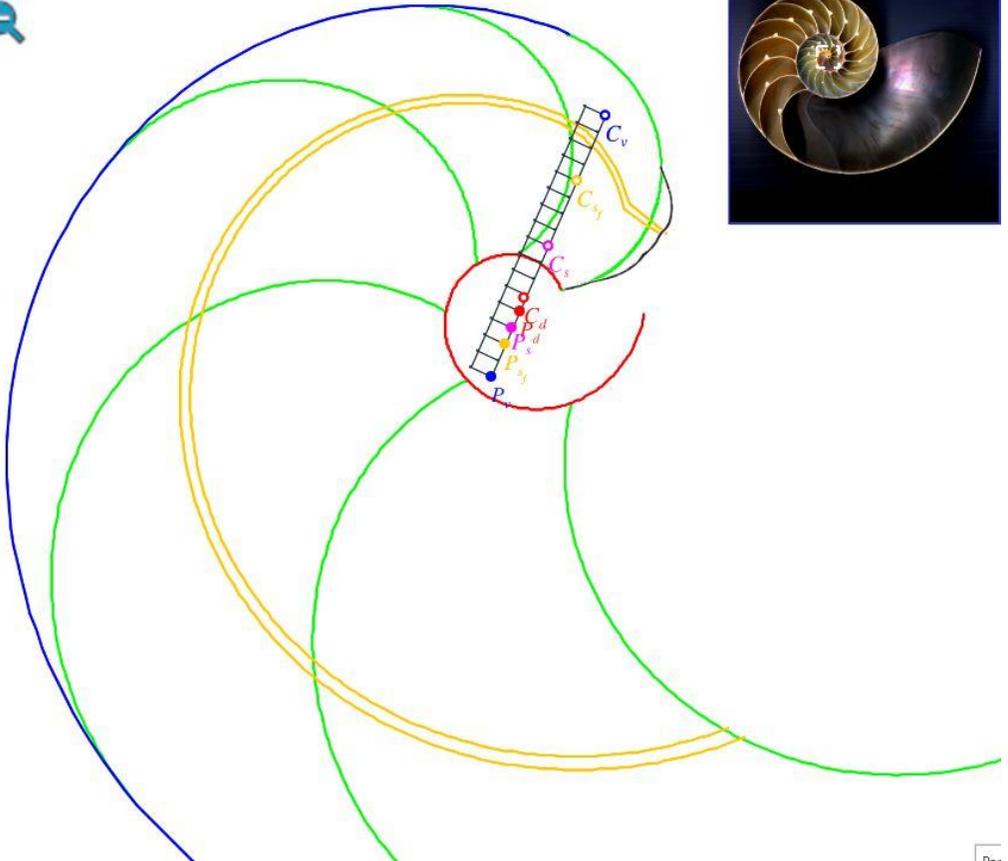
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los puntos de corte del **sifúnculo** con los **septos** se observan desde el punto  $C_{s_j}$  (centro de los polos de los septos) aproximadamente con un paso  $\pi/4$ .  $C_{s_j}$  está en el **eje polar**.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los puntos notables: polo ventral, del **sifúnculo**, de los polos de los **septos** y **dorsal**, junto a los respectivos puntos destacables, los centros, guardan una relación visualizable mediante la regla.

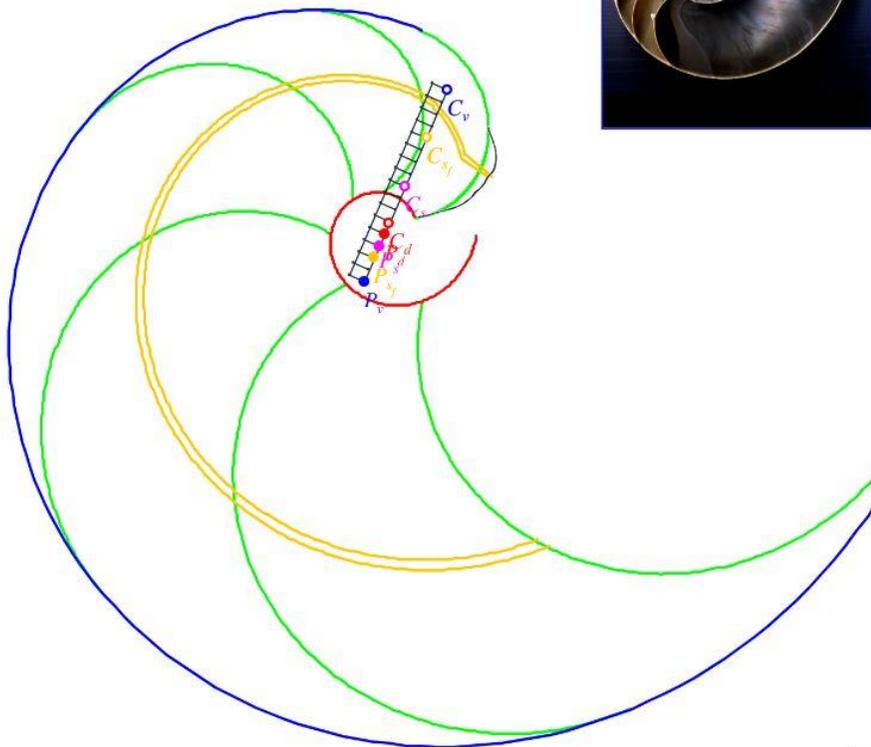


## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los puntos notables: polo ventral, del sifúnculo, de los polos de los septos y dorsal, junto a los respectivos puntos destacables, los centros, guardan una relación visualizable mediante la regla.

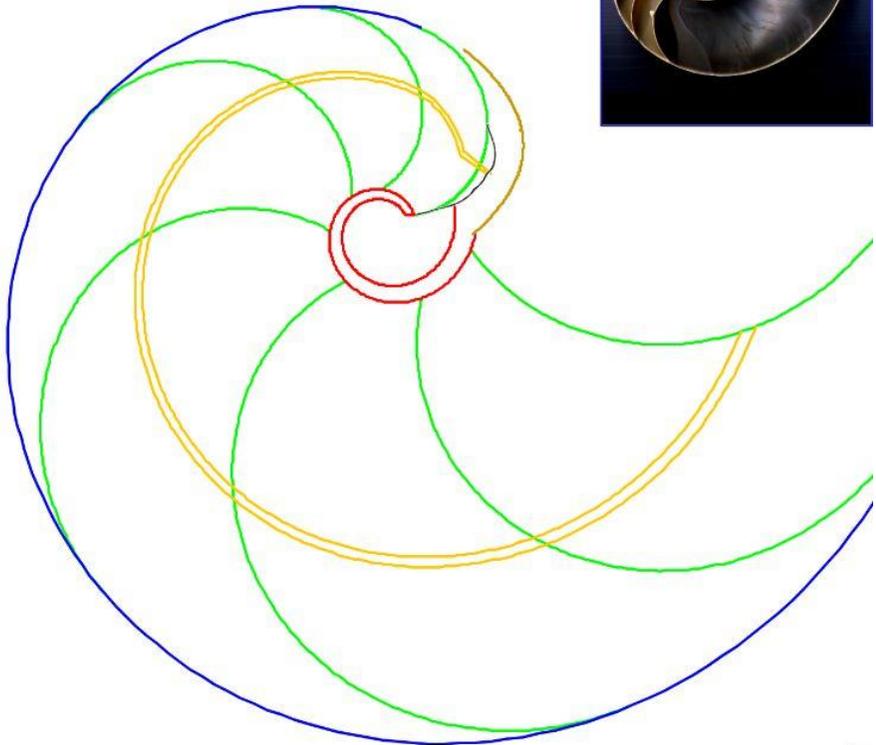
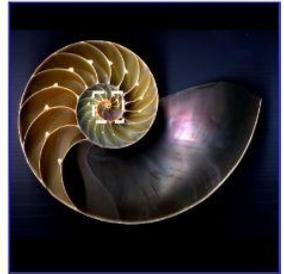


### Cambiando la escala



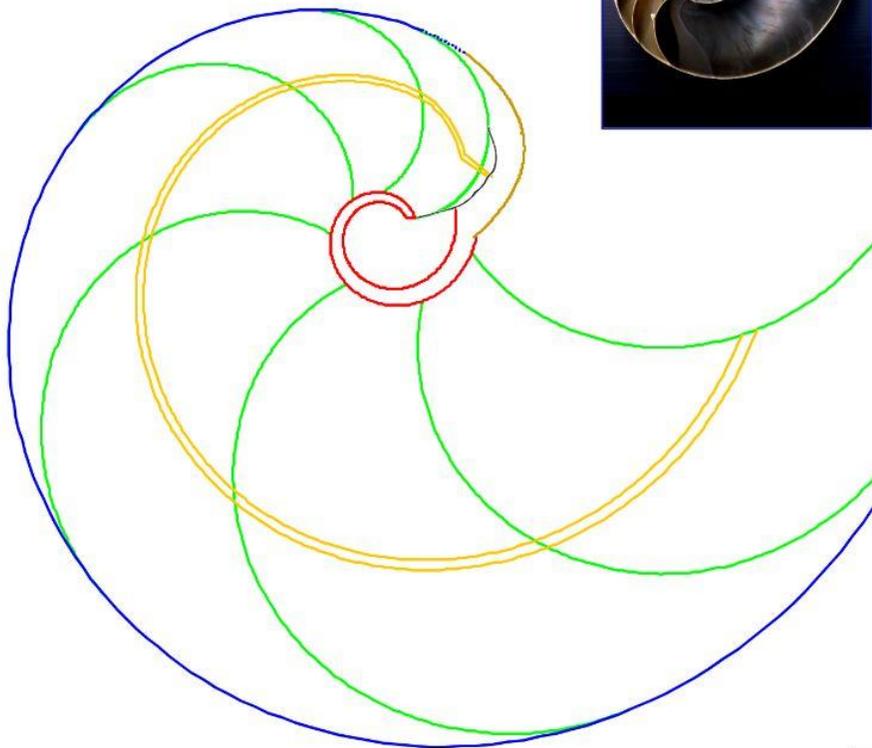
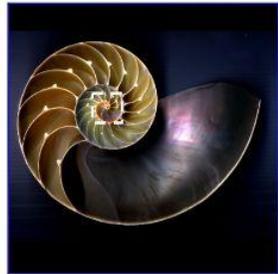
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Séptima cámara septal. Séptimo septo y sifúnculo. Pared de transición entre el primer y segundo verticilo. Incluimos un grosor a la pared dorsal dado que presenta un comportamiento diferenciado.



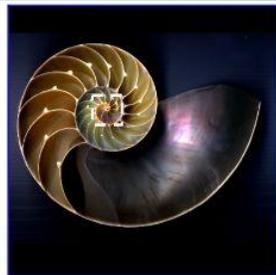
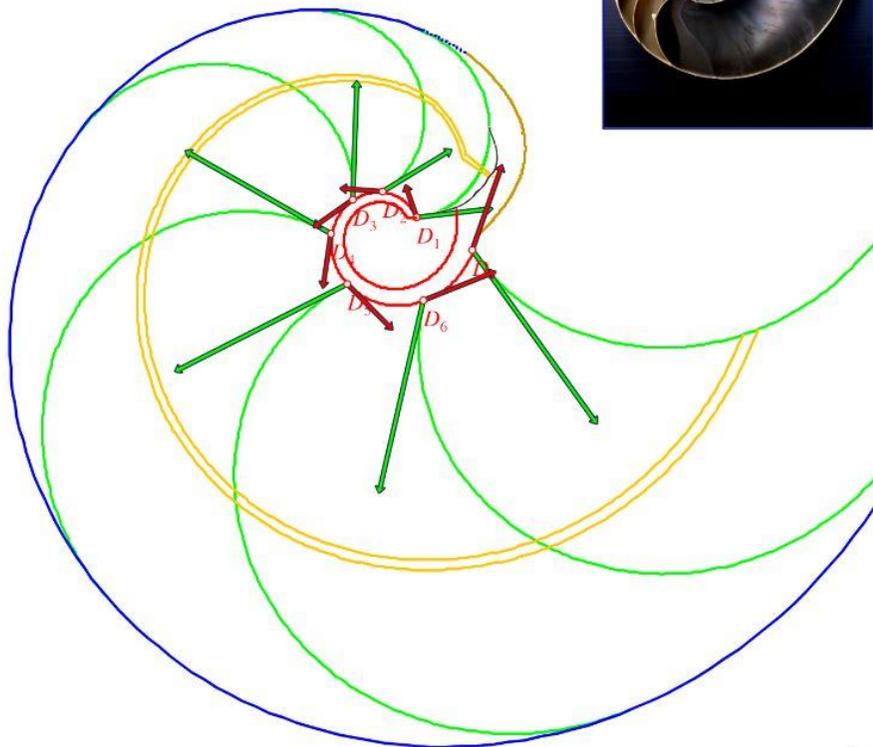
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

La **pared de transición** entre el primer y segundo verticilo enlaza (representado con puntos) con la **pared ventral inicial** siguiendo la forma espiral cordobesa de ésta, pasando a ser la pared dorsal.



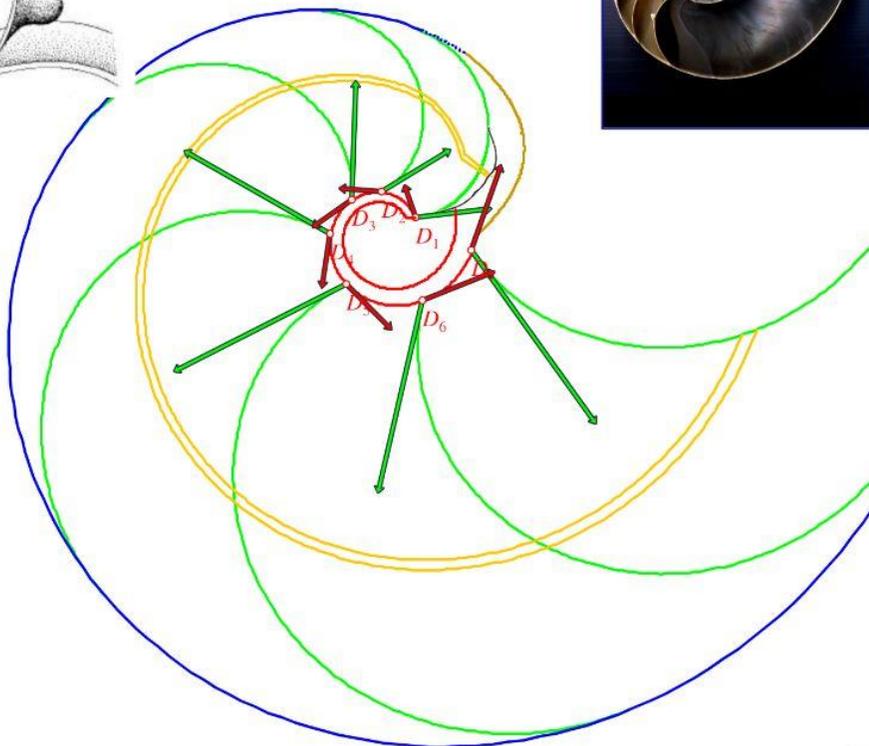
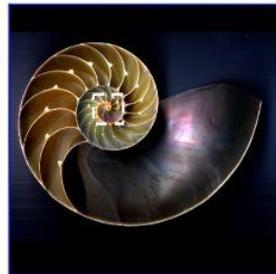
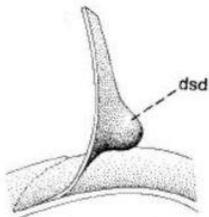
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los **septos** inciden oblicuamente en la **pared dorsal**. El ángulo que forman los respectivos vectores tangentes en los puntos de intersección son obtusos y variables en este primer verticilo.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El Nautilus refuerza la unión de los **septos** con la **pared dorsal** mediante la **depresión dorsal septal (dsd)**.  
Imagen procedente de Mutvei & Doguzhaeva (1997) "Shell ultrastructure and ontogenetic growth in Nautilus pompilius".

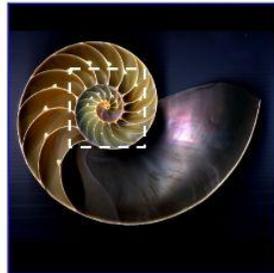
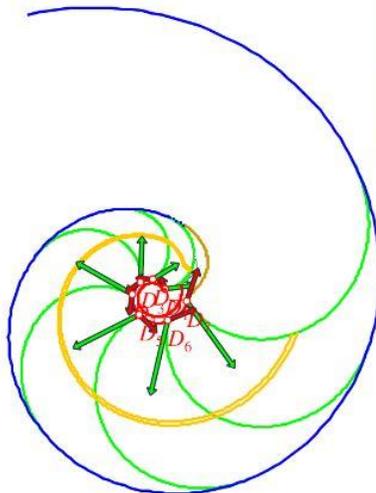
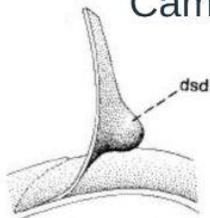


## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

El Nautilus refuerza la unión de los **septos** con la **pared dorsal** mediante la depresión dorsal septal (dsd).  
Imagen procedente de Mutvei & Doguzhaeva (1997) "Shell ultrastructure and ontogenetic growth in Nautilus pompilius".

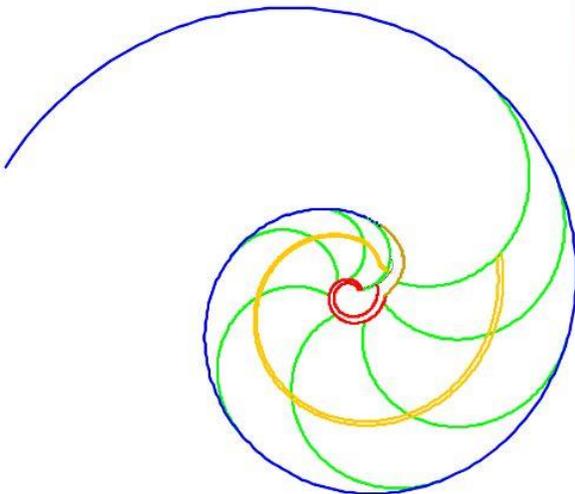


### Cambiando la escala



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

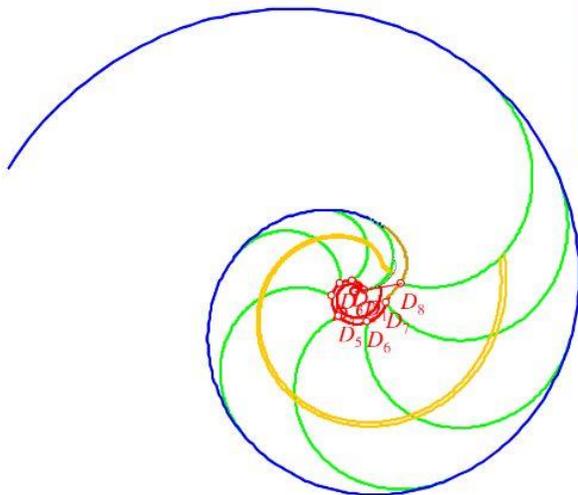
Octava cámara septal. Octavo septo y **sifúnculo**.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

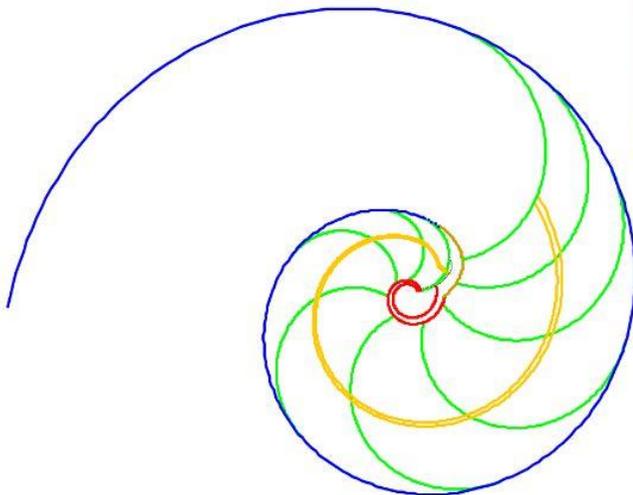
Desde la perspectiva del centro dorsal  $C_d$  el primer verticilo termina en el **octavo septo**.

El ángulo  $D_1C_dD_8$  es de  $2\pi$  radianes.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

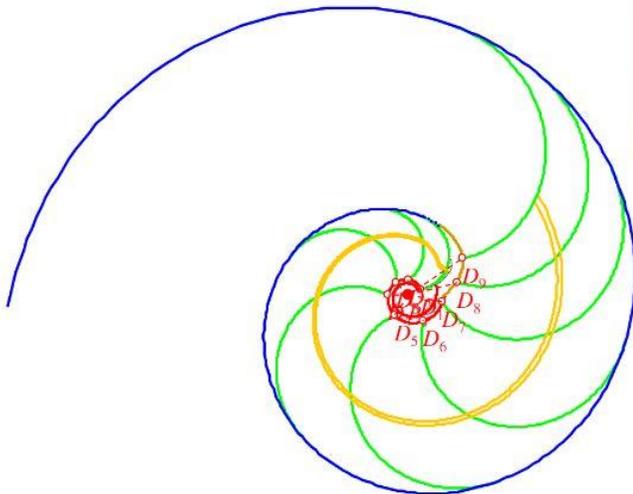
Novena cámara septal. **Noveno septo** y **sifúnculo**.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Desde la perspectiva del polo dorsal  $P_d$  el primer verticilo termina en el **noveno septo**.

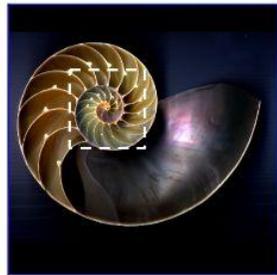
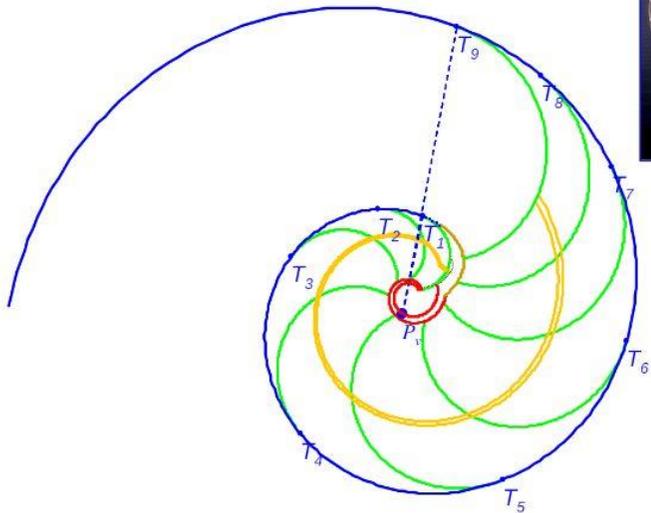
El ángulo  $D_1P_dD_9$  es aproximadamente  $2\pi$  radianes. Son ocho cámaras con paso medio  $\pi/4$ .



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

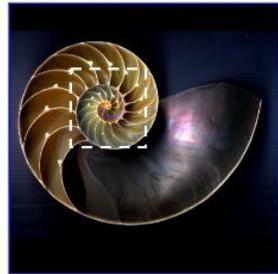
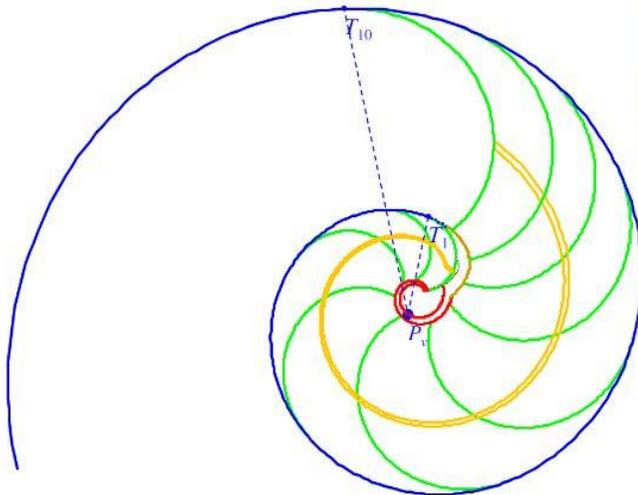
Desde la perspectiva del polo ventral  $P_v$  el primer verticilo termina en el **noveno septo**.

El ángulo  $T_4P_vT_9$  es aproximadamente  $2\pi$  radianes. Son ocho cámaras con paso medio  $\pi/4$ .



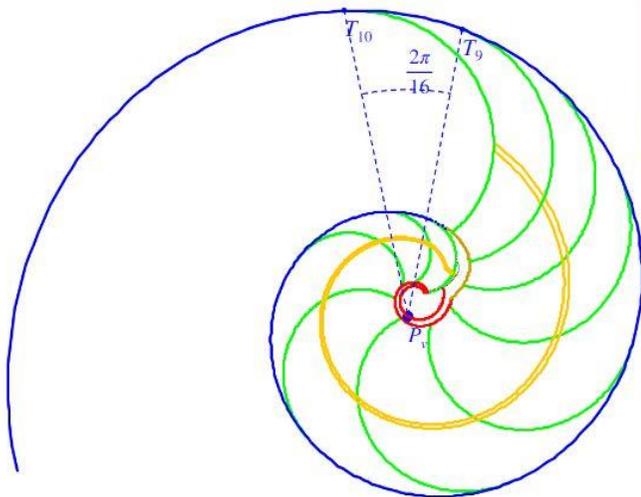
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Décima cámara septal. **Décimo septo** y **sifúnculo**. A partir de este septo la **pared dorsal** y la **ventral** son copolares con polo  $P_v$ . Nos adentramos en el **modelo uniforme del Nautilus**.



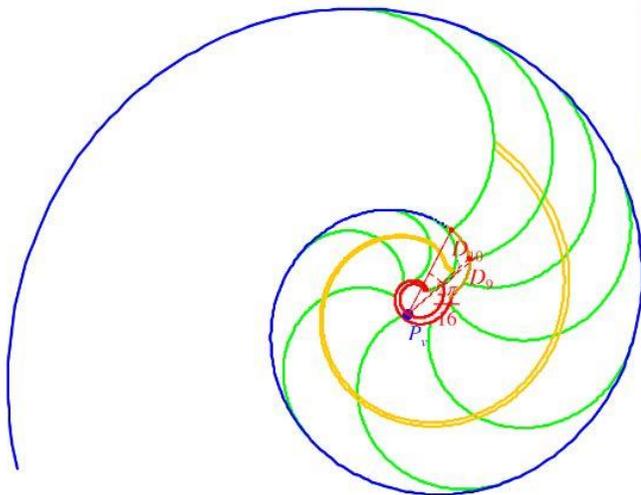
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

En este segundo y en el tercer verticilo el paso entre septos es  $\frac{2\pi}{16}$ . En la imagen el ángulo  $T_9 P_v T_{10}$ .



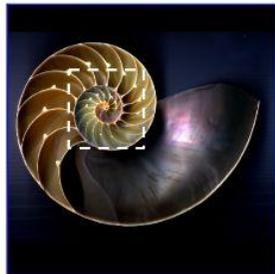
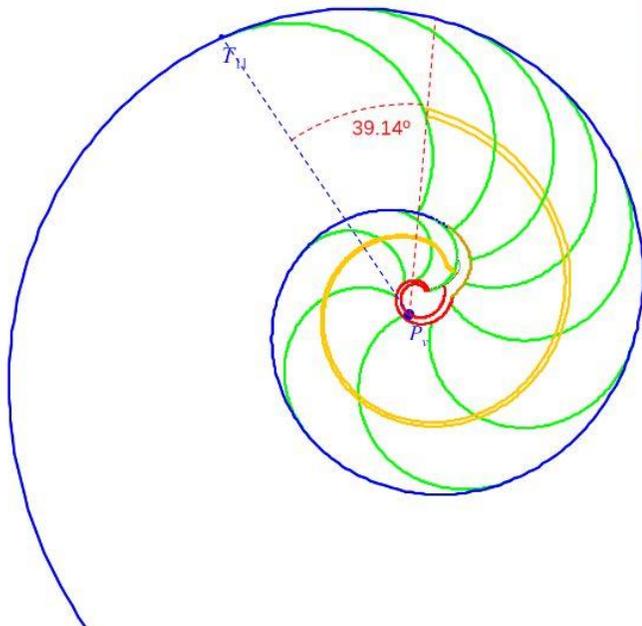
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

O bien, midiendo ese paso entre septos con los puntos dorsales, el ángulo  $D_9 P_v D_{10}$  también es  $\frac{2\pi}{16}$ .



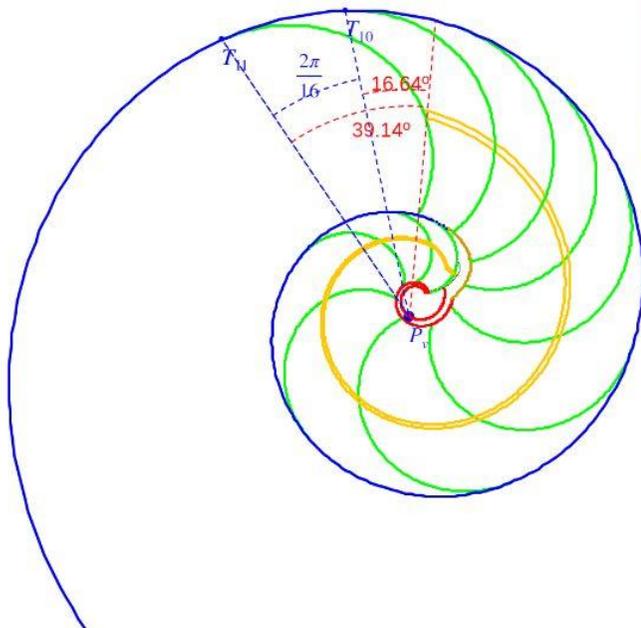
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

La amplitud radial de un septo, ángulo  $D_{11} P_v T_{11}$ , formado por el radio vector del punto dorsal  $D_{11}$  y el tangencial  $T_{11}$ , mide  $0.6831$  radianes  $=39.14^\circ$ , independientemente del modelo de 15 o 16 septos.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

La diferencia entre la amplitud angular de un septo  $D_{11}P_vT_{11}$  y el paso entre septos  $T_{11}P_vT_{10}$  en el modelo de 16 septos es  $16.64^\circ$ .

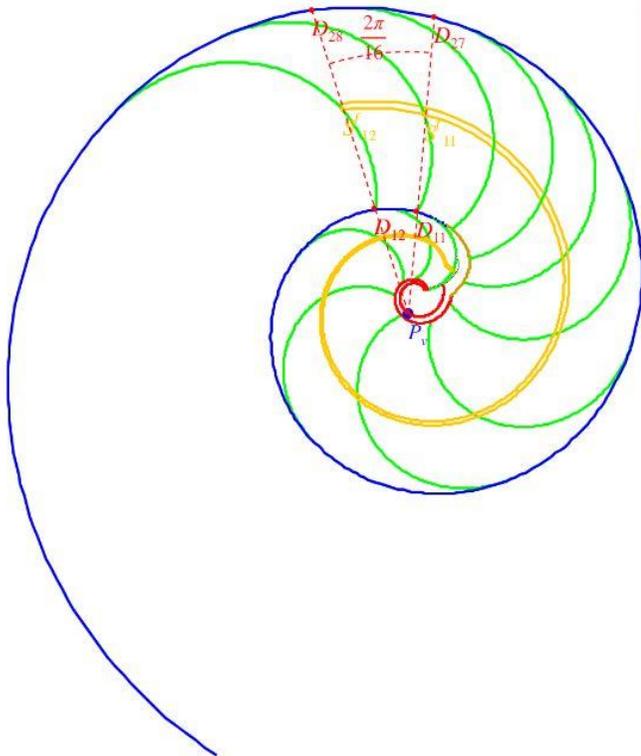


## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/15$

La diferencia entre la amplitud angular de un septo  $D_{11}P_vT_{11}$  y el paso entre septos  $T_{11}P_vT_{10}$  en el modelo de 15 septos es  $15.14^\circ$ .

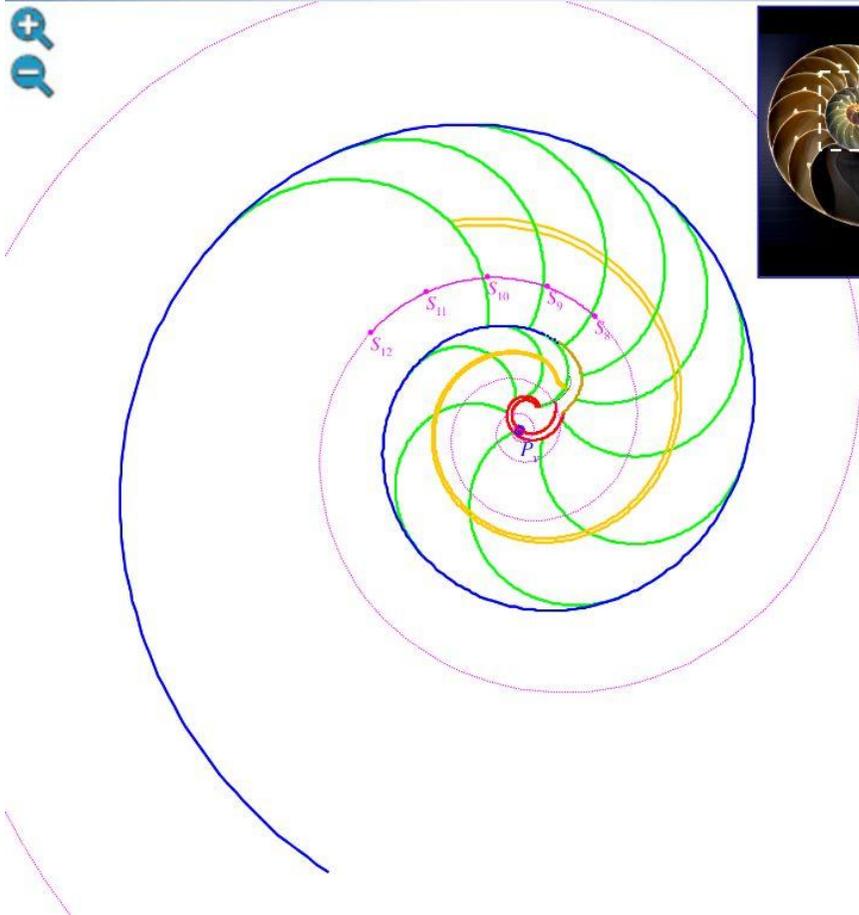
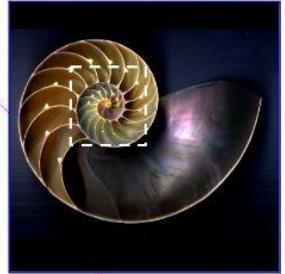
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los puntos de corte del sífinculo con los septos  $S$ , están alineados con los puntos dorsales y, por tanto, el ángulo entre dos ellos coincide con el de sendos puntos dorsales, es decir,  $2\pi/16$



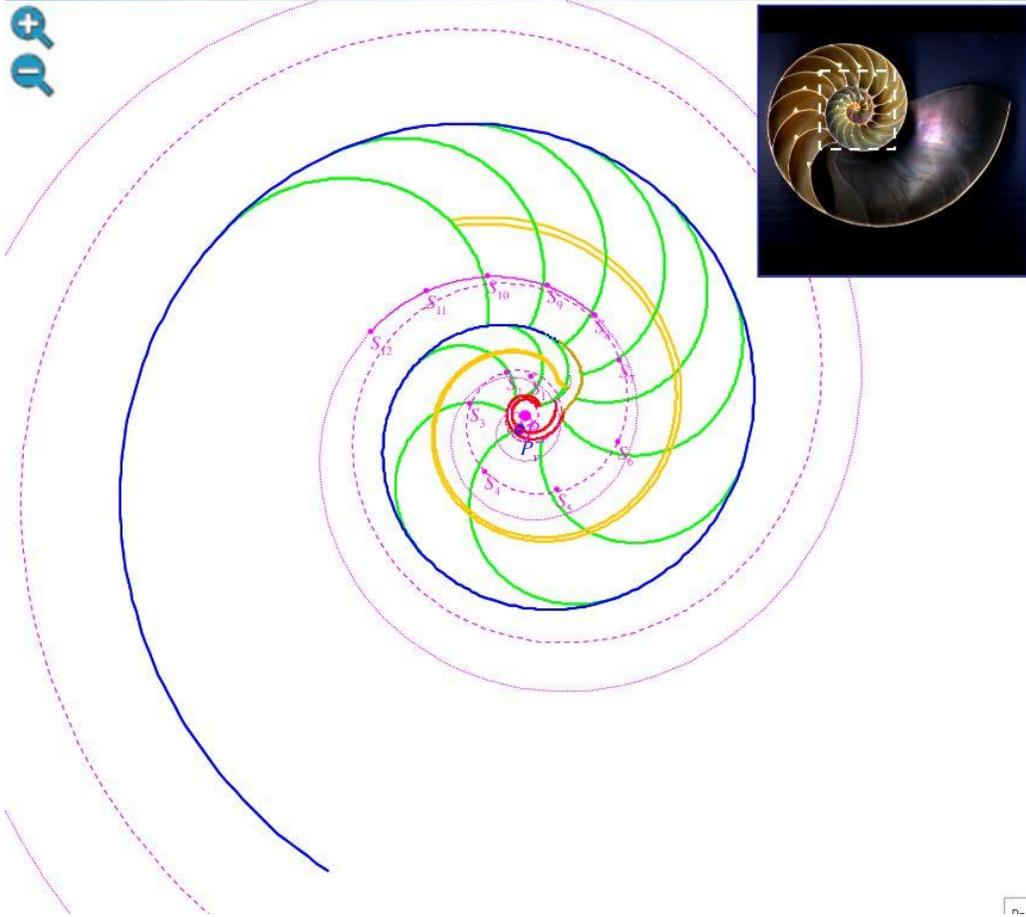
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

A partir del octavo, los polos de los arcos septales  $S_n$  están en una **espiral cordobesa** (línea de puntos) cuyo polo es el ventral  $P_v$  y su factor de escala es 0,5. Las cámaras son proporcionales.



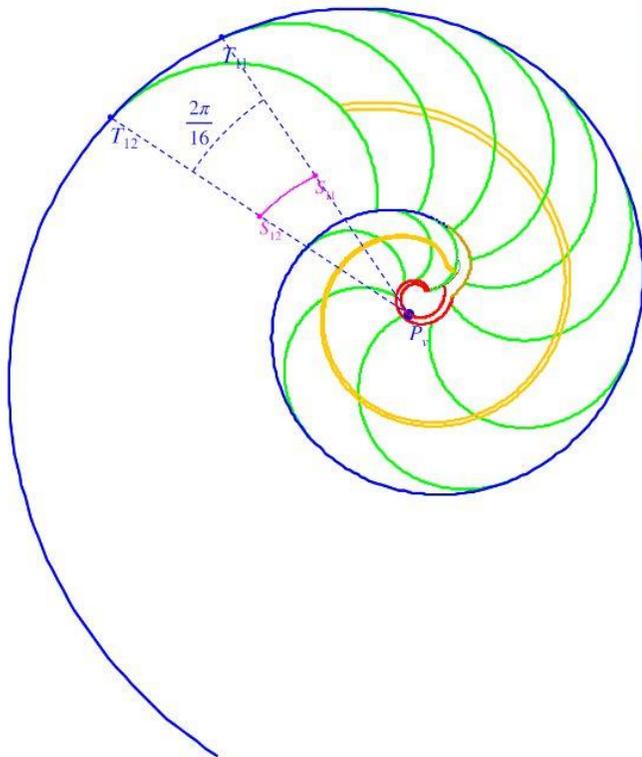
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Por tanto, la **espiral de los polos de los septos** en el segundo y tercer verticilo (línea de puntos) difiere de la del primer verticilo que tiene como polo  $P_s$  y factor de escala 0,4331 (línea rayada).



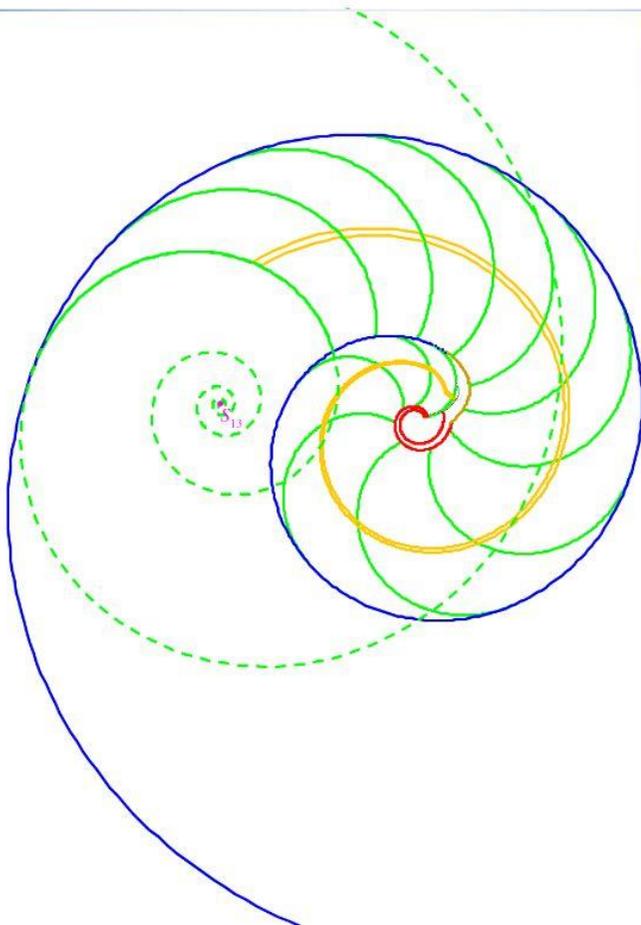
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Al ser los **arcos septales** tangenciales a la **pared ventral** (invariante del modelo), los polos  $S_n$  de los **septos** están alineados con los puntos de tangencia  $T_n$ , luego  $\sphericalangle S_{n-1}S_n \equiv \sphericalangle T_{n-1}T_n \equiv 2\pi/16$ .



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

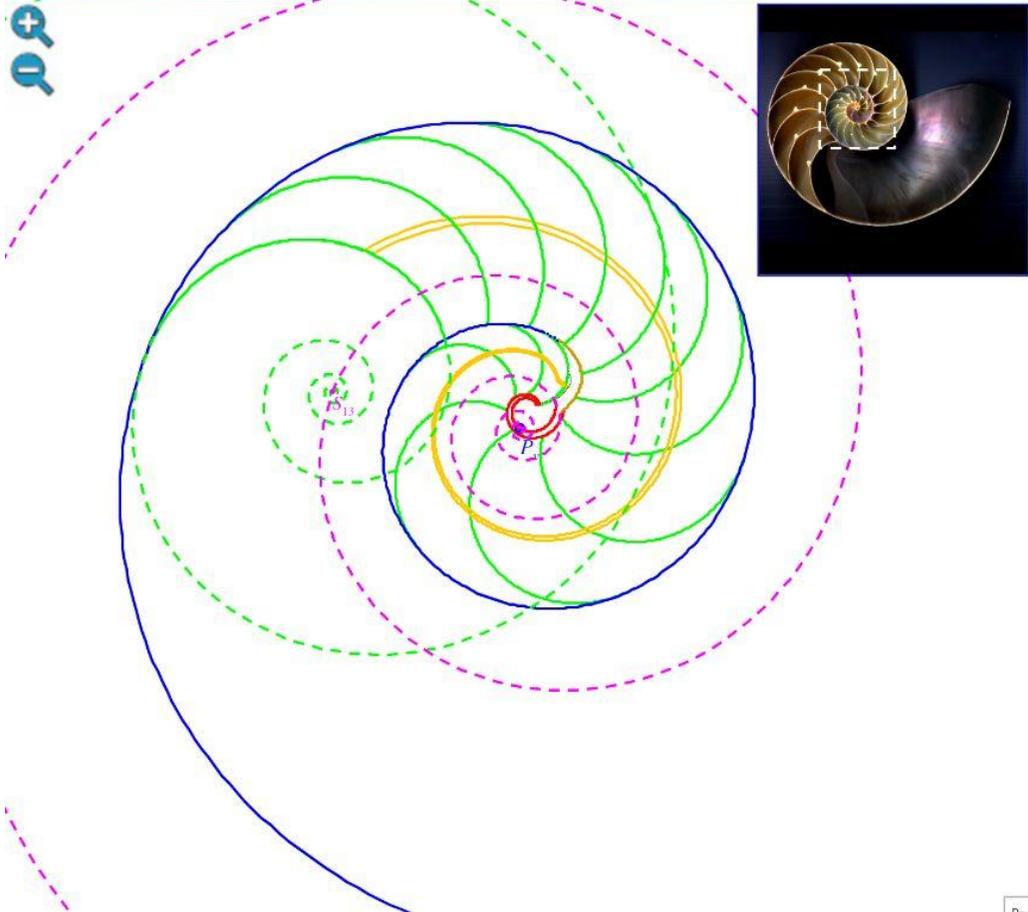
Los septos a partir del octavo son arcos de una espiral cordobesa de polo  $S_n$  y factor de escala 0,5.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

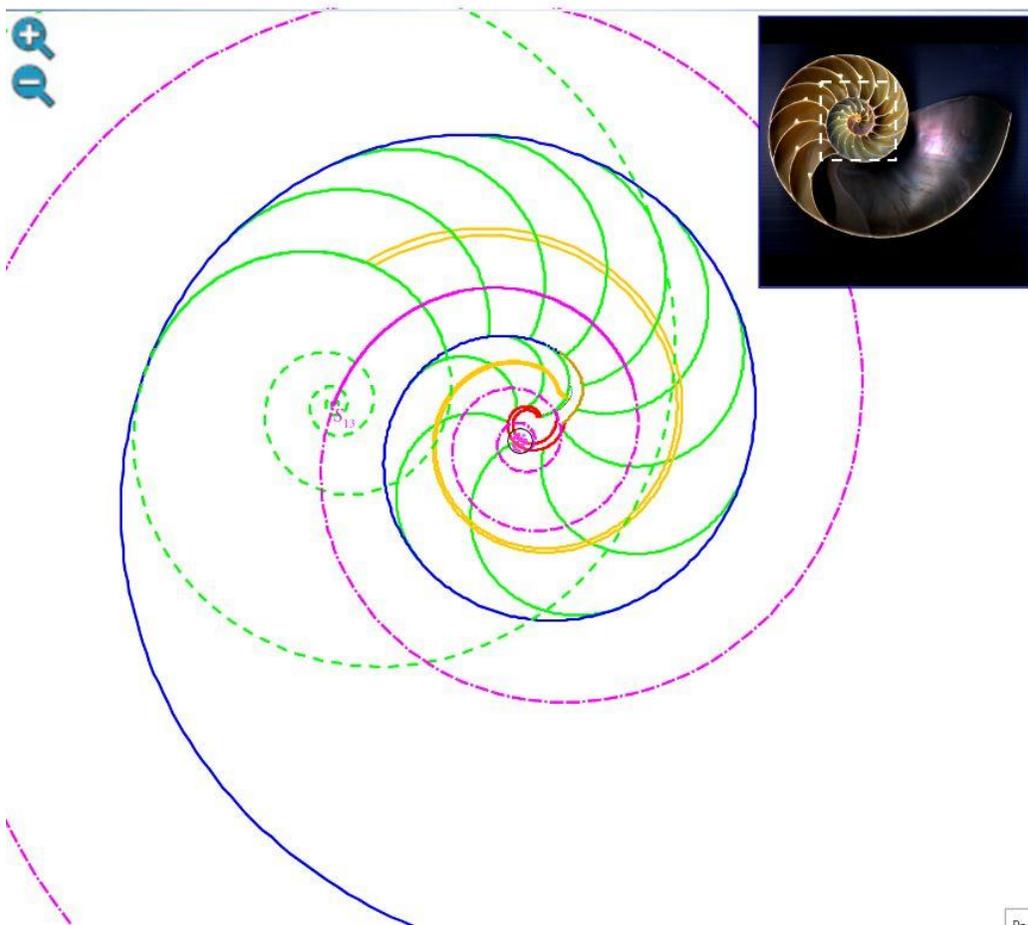
Los septos a partir del octavo son arcos de una espiral cordobesa de polo  $S_n$  y factor de escala 0,5.

Esta **espiral** coincide con la **espiral de los polos de los septos** en el segundo y tercer verticilo.



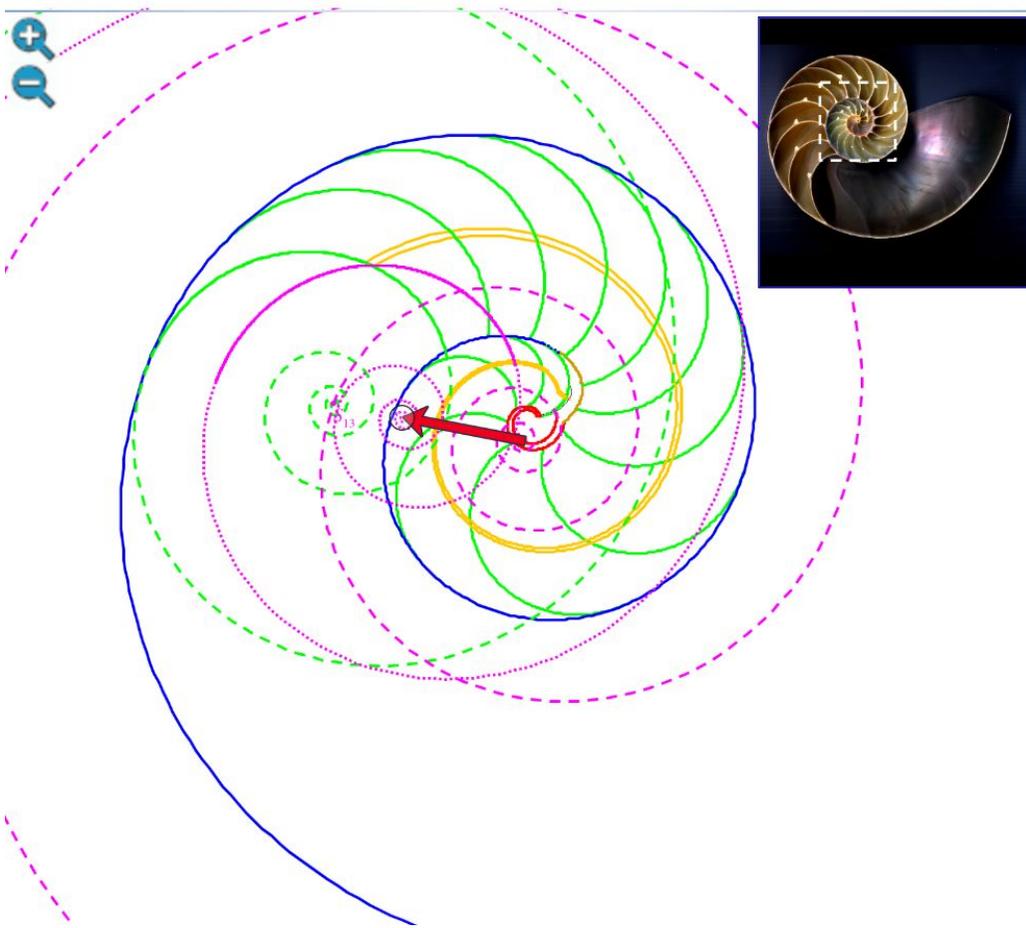
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Puede verificarlo sin más que efectuar una traslación (le invito a hacerla).



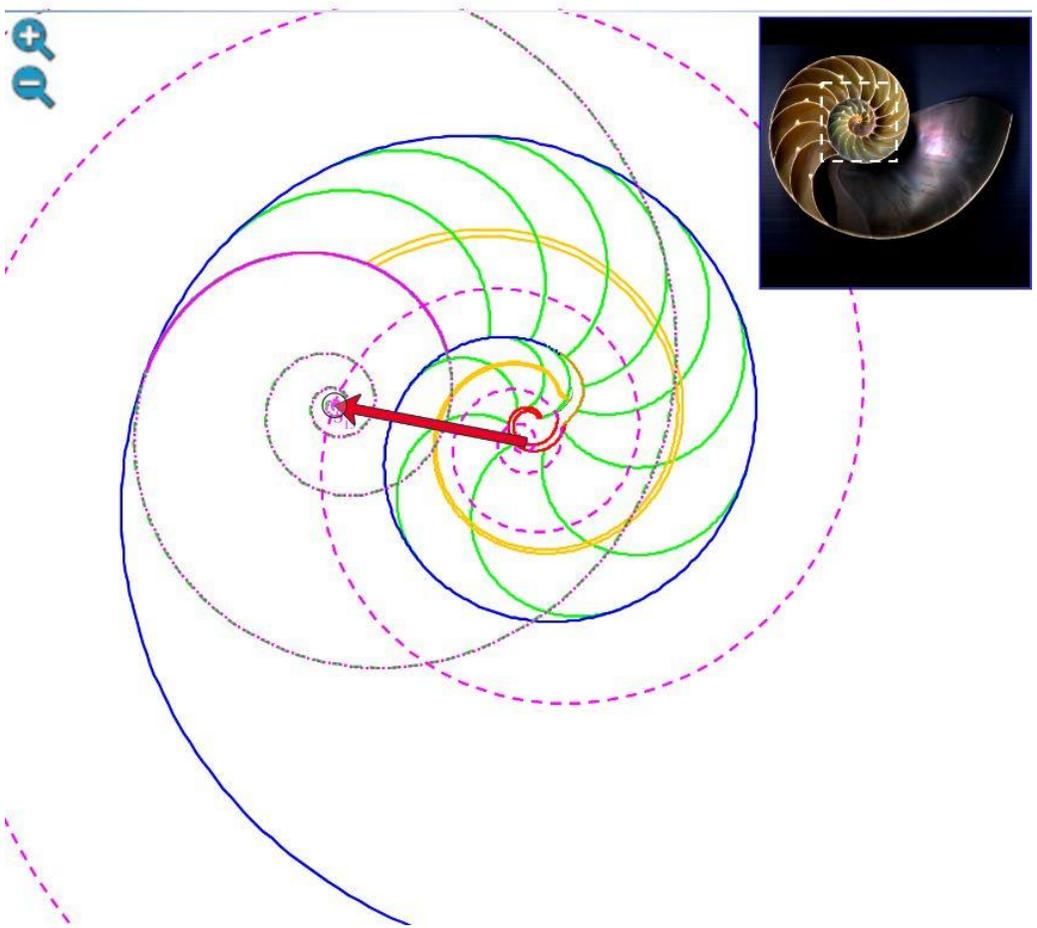
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Puede verificarlo sin más que efectuar una traslación (le invito a hacerla).



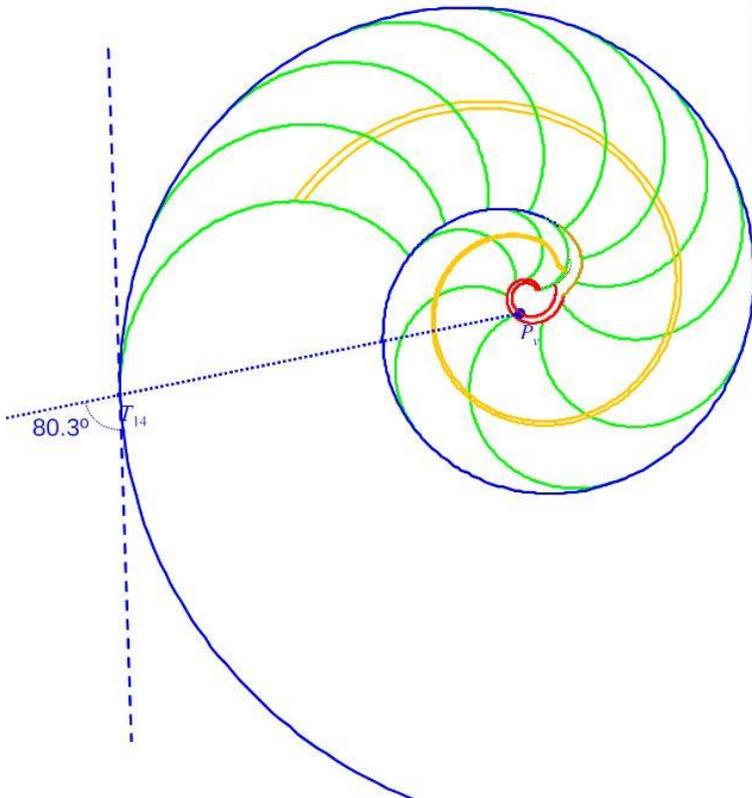
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Puede verificarlo sin más que efectuar una traslación (le invito a hacerla).



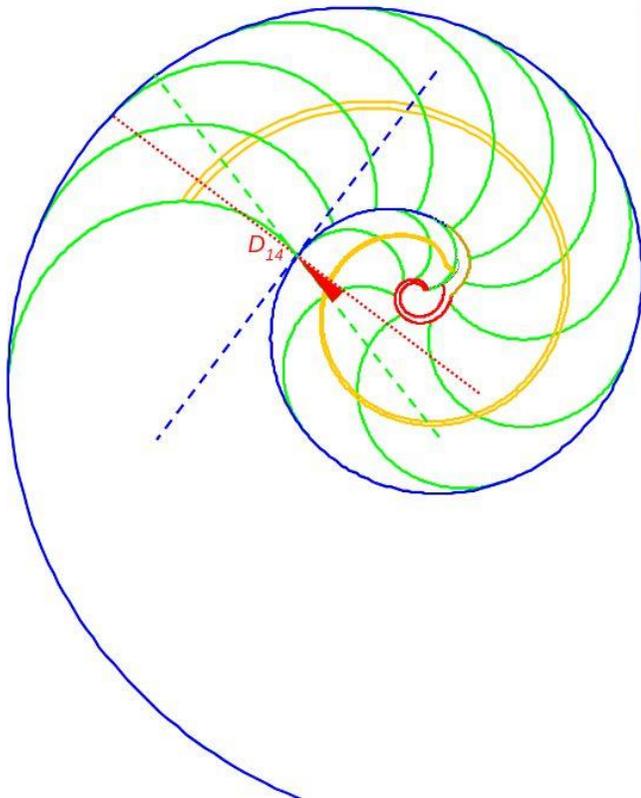
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

En todo punto de la **espiral ventral** el ángulo que forma el radio vector con la recta tangente es constante (espiral equiangular) igual a  $80,3^\circ$  (espiral cordobesa). **Septo** y **pared ventral** son tangentes.



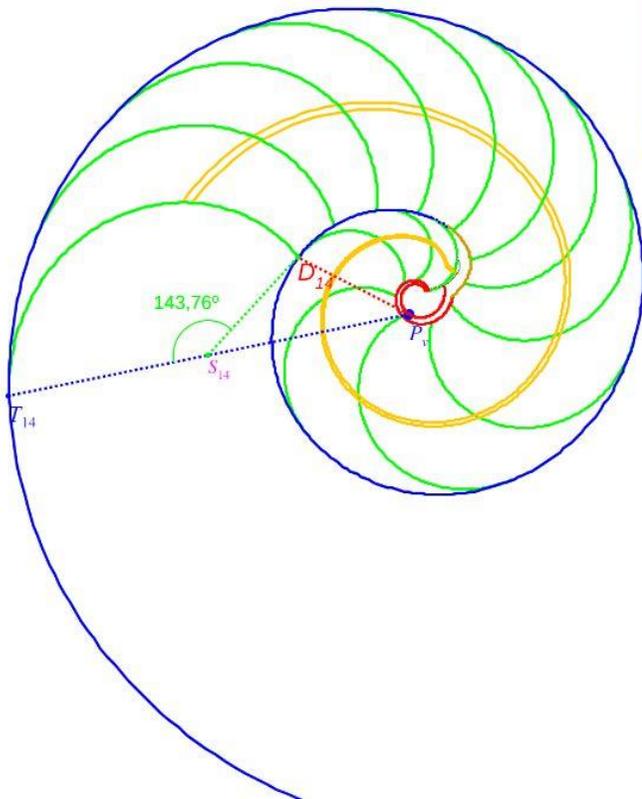
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Los septos no son ortogonales a la pared dorsal. Hay una desviación de  $14,62^\circ$  entre la recta tangente al septo (línea verde rayada) y la recta normal a la pared ventral (línea roja de puntos).



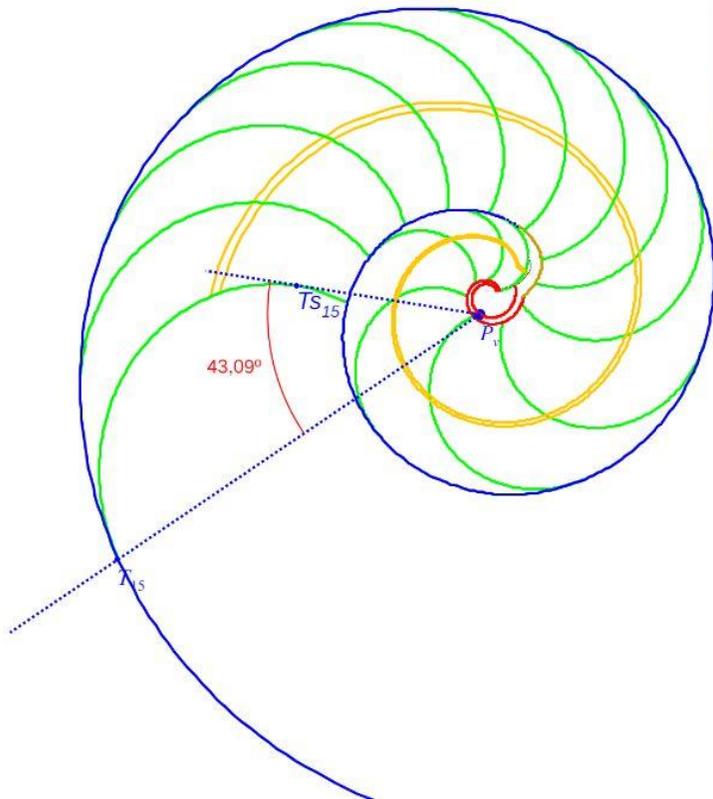
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

La amplitud de los **septos** en el segundo y tercer verticilo es constante  $\sphericalangle D_n S_n P_n \simeq 143,76^\circ$ , dado que anteriormente hemos visto que  $\sphericalangle D_n P_n T_n \simeq 39,14^\circ$  y  $\sphericalangle P_n D_n S_n \simeq 104,62^\circ$ .



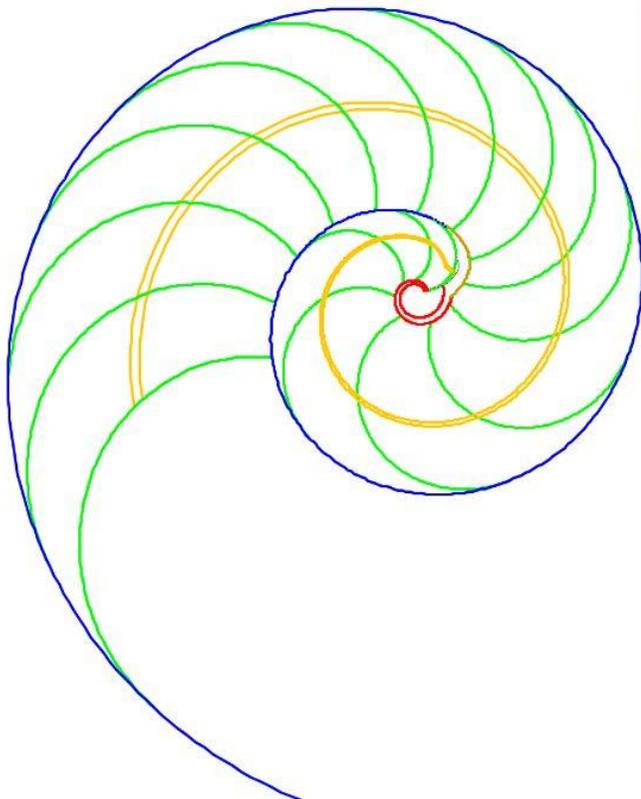
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

La amplitud angular de un septo, ángulo  $T_{15}P_v T_{S_{15}}$ , formado por el radio vector de  $T_{15}$  y la recta tangente al septo que pasa por  $P_v$ , mide  $43,09^\circ = 0,24\pi \approx \pi/4$ .



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

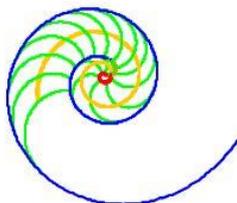
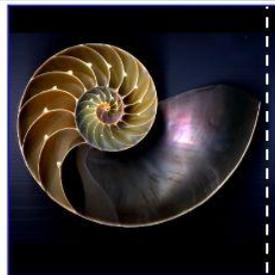
Y crece gnomónicamente... **Septo** número **16**. Segundo verticilo.



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

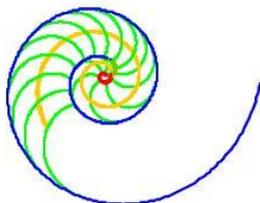
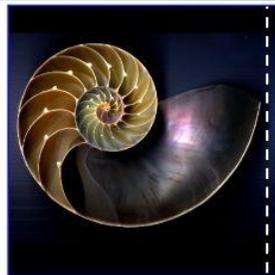
Y crece gnomónicamente... **Septo** número **16**. *Segundo verticilo.*

### Cambiando la escala



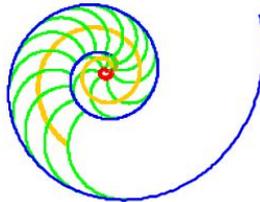
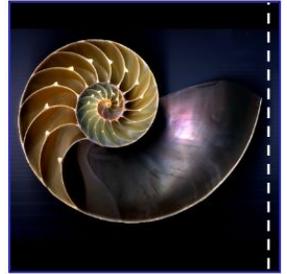
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **17**. *Segundo verticilo.*



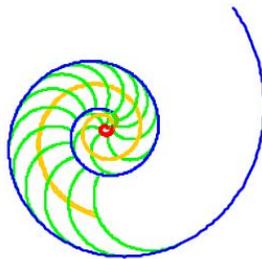
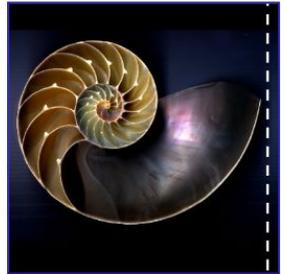
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **18**. Segundo verticilo.



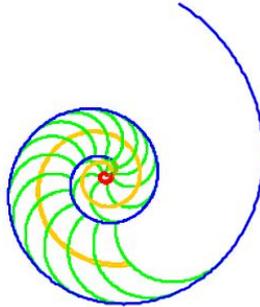
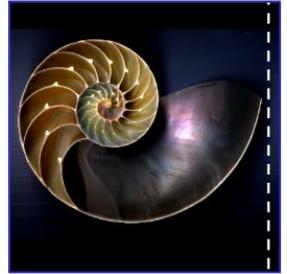
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **19**. Segundo verticilo.



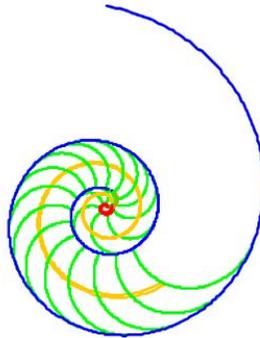
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **20**. Segundo verticilo.



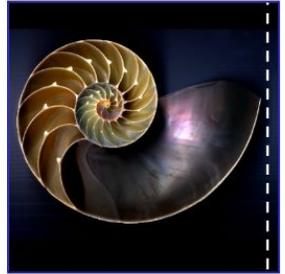
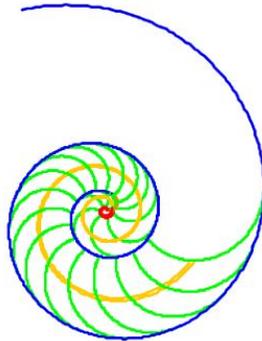
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **21**. *Segundo verticilo.*



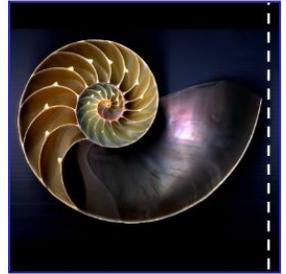
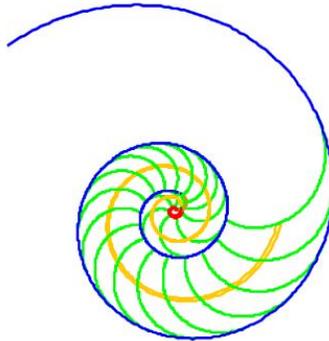
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **22**. Segundo verticilo.



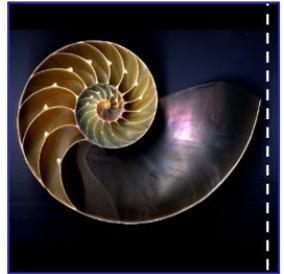
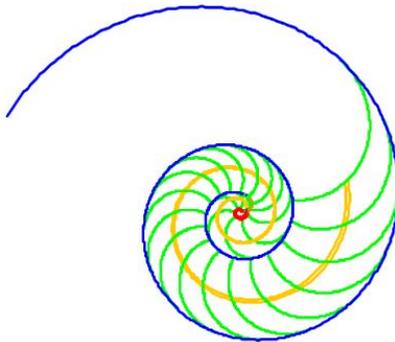
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **23**. Segundo verticilo.



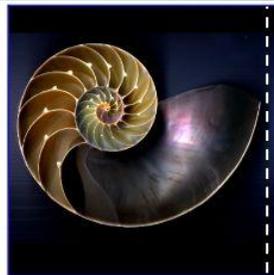
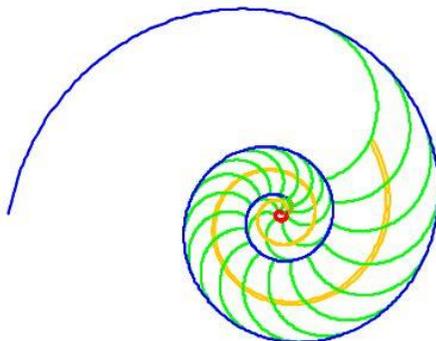
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **24**. *Segundo verticilo.*



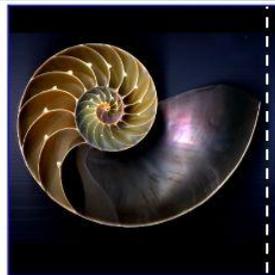
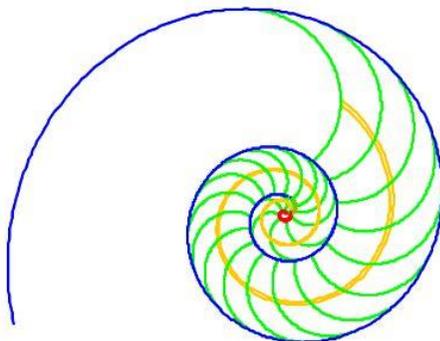
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **25**. Tercer verticilo.



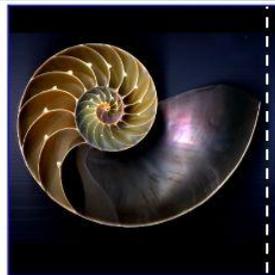
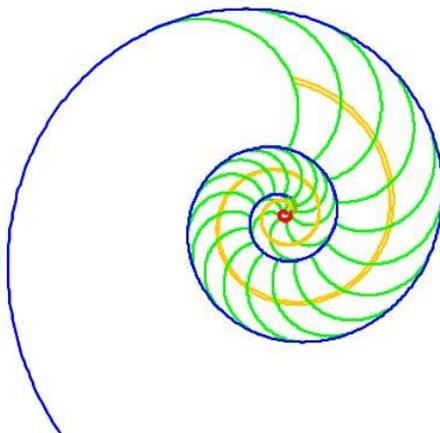
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **26**. Tercer verticilo.



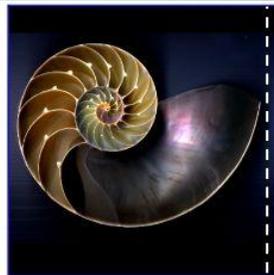
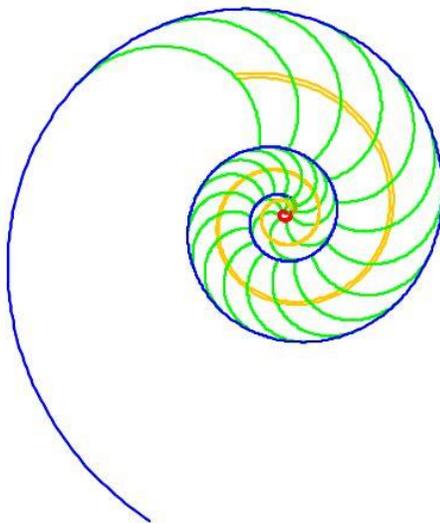
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número 27. Tercer verticilo.



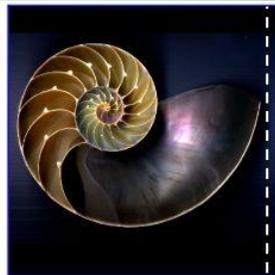
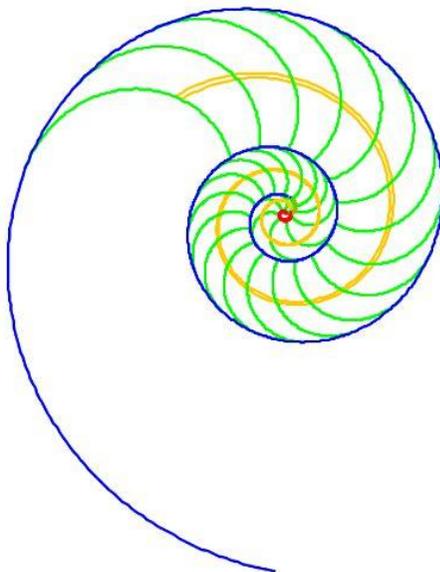
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número 28. Tercer verticilo.



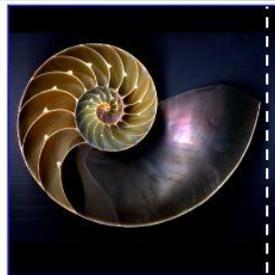
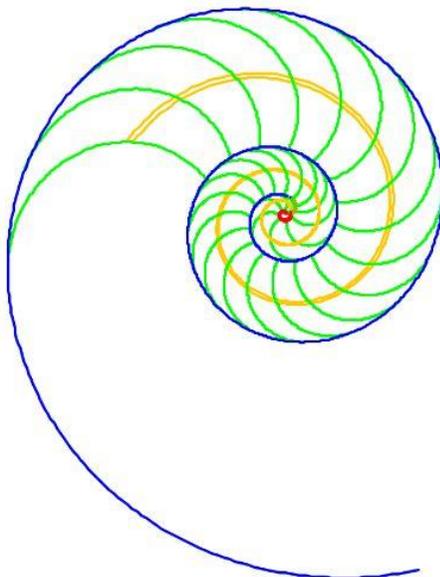
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número 29. *Tercer verticilo.*



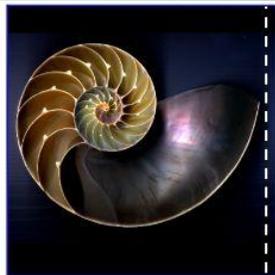
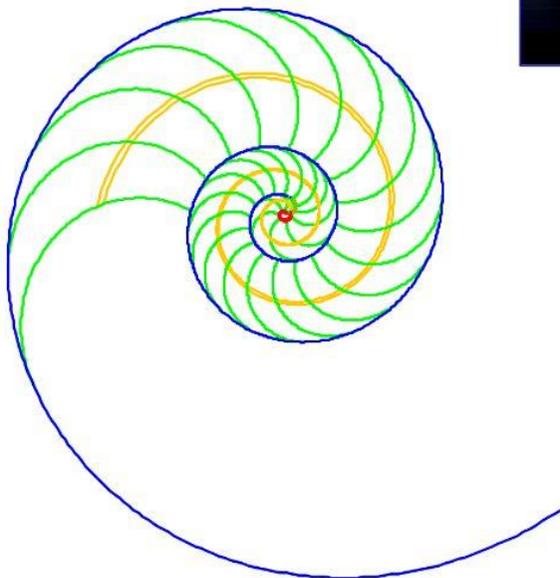
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número 30. Tercer verticilo.



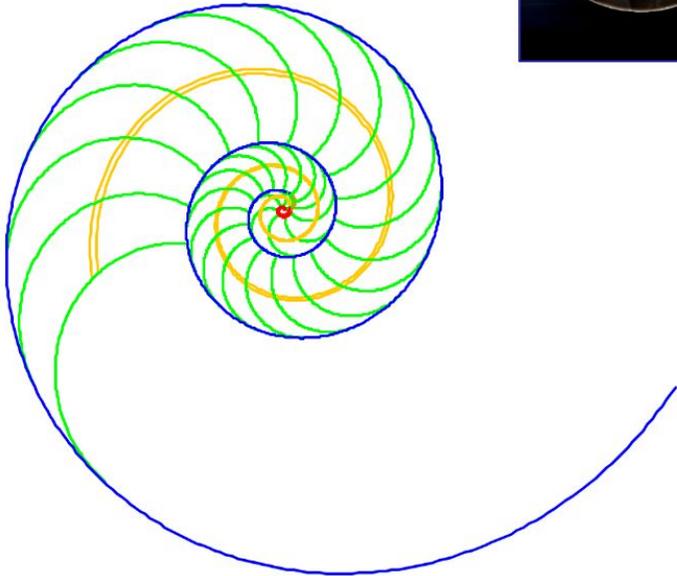
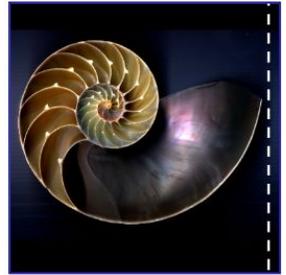
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **31**. Tercer verticilo.



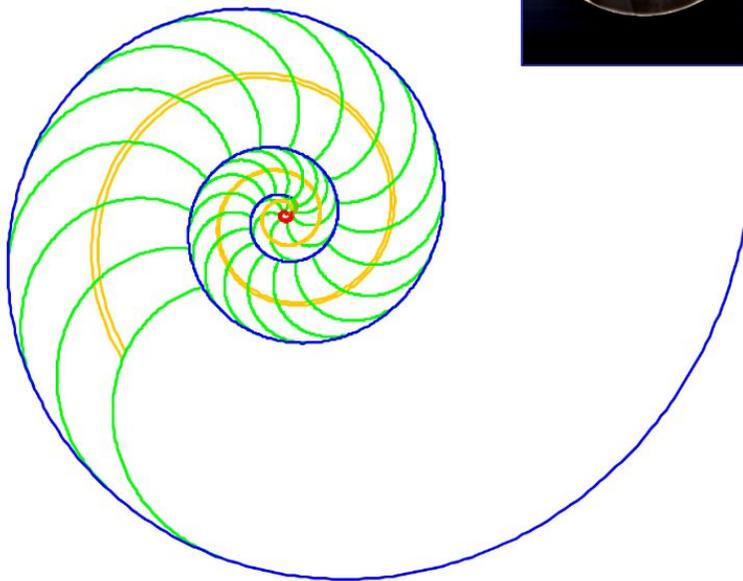
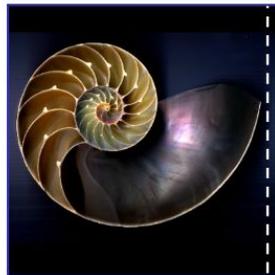
## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **32**. *Tercer verticilo.*



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **33**. *Tercer verticilo.*



## Modelo ontogénico del Nautilus, paso interseptos $2\pi/16$

Y crece gnomónicamente... **Septo** número **34**. *Tercer verticilo.*

