1º Discute el sistema según los valores del parámetro m:

$$\begin{cases} mx + y + z = 4 \\ x + y + z = m \\ x - y + mz = 2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r} mx + y + z = 4 \\ x + y + z = m \\ x - y + mz = 2 \end{array}\right\} \quad A' = \left(\underbrace{\begin{matrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & m \end{matrix}}_{A} \left| \begin{matrix} 4 \\ m \\ 2 \end{matrix}\right.\right)$$

$$|A| = m^2 - 1 = 0 \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

- **Si $m = 1$**, queda:

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{array}\right) \quad \text{Contradictorias} \rightarrow \text{Sistema } \textit{incompatible.}$$

- **Si $m = -1$**, queda:

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{array}\right) \quad \text{Contradictorias} \rightarrow \text{Sistema } \textit{incompatible.}$$

- **Si $m \neq 1$ y $m \neq -1$** $\rightarrow$ *ran* (A) = *ran* (A') = *nº incógnitas* = 3. Sistema *compatible determinado.*

2º **Un ganadero debe suministrar un mínimo diario de 4 mg de vitamina A y 6 mg de vitamina B en el pienso que da a sus reses. Dispone para ello de dos tipos de pienso P_1 y P_2, cuyos contenidos vitamínicos por kg son los que aparecen en la tabla:**

	A	B
P_1	2	6
P_2	4	3

Si el kilogramo de pienso P_1 vale 0,4 € y el del P_2 0,6 €, ¿cómo deben mezclarse los piensos para suministrar las vitaminas requeridas con un coste mínimo?

- Llamamos x a los kg de pienso P_1 e y a los kg de pienso P_2.

- Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0 \\ 2x + 4y \geq 4 \quad \rightarrow \quad x + 2y \geq 2 \\ 6x + 3y \geq 6 \quad \rightarrow \quad 2x + y \geq 2 \end{cases}$$

- La función que nos da el coste es $f(x, y) = 0,4x + 0,6y$. Tenemos que minimizar esta función, sujeta a las restricciones anteriores.

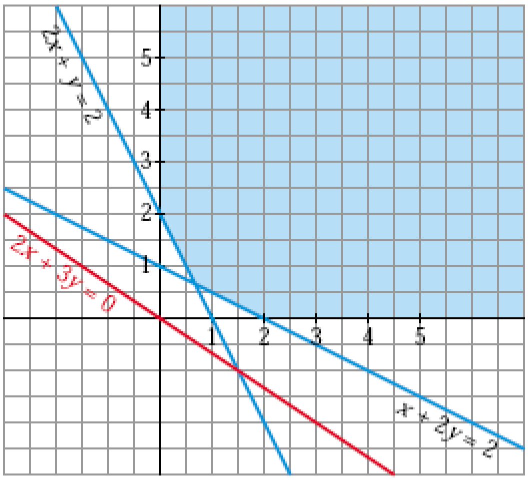
- Representamos el conjunto de restricciones y la recta

$$0{,}4x + 0{,}6y = 0 \quad \rightarrow \quad 2x + 3y = 0,$$

que nos da la dirección de las rectas $z = 0{,}4x + 0{,}6y$.

- El mínimo se alcanza en el punto de intersección de las rectas:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x = \dfrac{2}{3} \\ y = \dfrac{2}{3} \end{array}$$



Por tanto, se deben mezclar $\frac{2}{3}$ kg de pienso P_1 con $\frac{2}{3}$ kg de pienso P_2.

3º **Escribe la ecuación de la tangente a la curva $y = x^2 + 4x + 1$, que es paralela a la recta $4x - 2y + 5 = 0$.**

Calculamos la pendiente de la recta $4x - 2y + 5 = 0$:

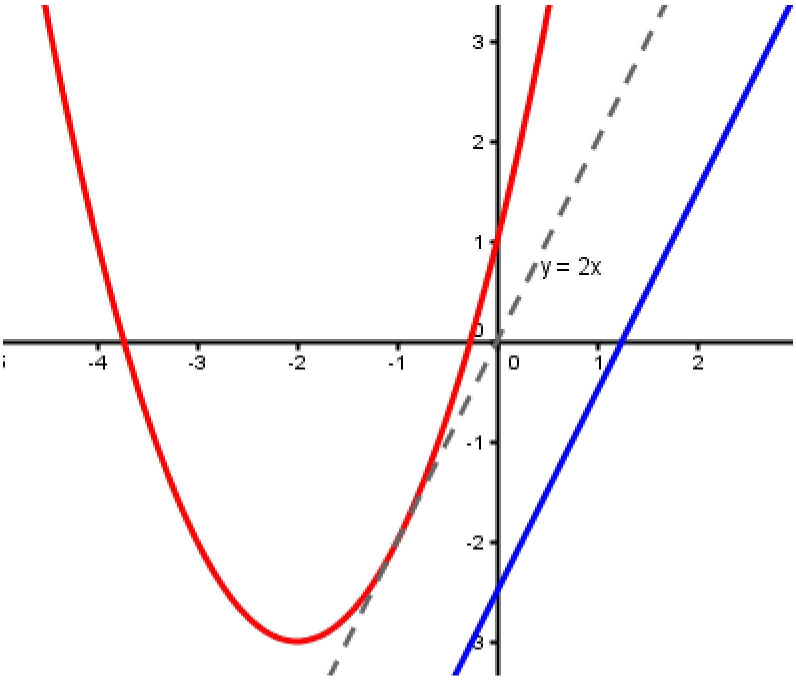
$$4x - 2y + 5 = 0 \quad \rightarrow \quad y = 2x + \frac{5}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Pendiente } 2.$$

Calculamos la ley que siguen las pendientes a la función y la igualamos a 2

$$y' = 2x + 4 = 2 \quad \rightarrow \quad x = -1$$

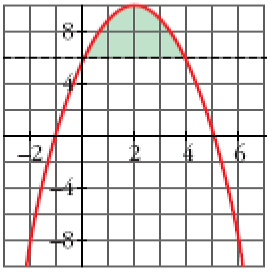
La recta tangente tiene pendiente 2 y pasa por $(-1, -2)$:

$$y = -2 + 2 \cdot (x + 1) = 2x \quad \rightarrow \quad y = 2x$$



4º **Halla el área comprendida entre la curva $y = -x^2 + 4x + 5$ y la recta $y = 5$.**

$-x^2 + 4x + 5 - 5 = -x^2 + 4x = 0 \rightarrow x_1 = 0, \; x_2 = 4$



- $G(x) = \int (-x^2 + 4x) = -\dfrac{x^3}{3} + 2x^2$
- $G(0) = 0; \; G(4) = \dfrac{32}{3}$
- Área $= |G(4) - G(0)| = \dfrac{32}{3}$ u^2