

## SOLUCIONES

### Ejercicio nº 1.-

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

$$\log_3 \frac{1}{9} - \log_3 \sqrt{3} + \log_3 81$$

b) Calcula el valor de  $x$ , aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$\log x = \log 102 - \log 34$$

**Solución:**

$$a) \log_3 3^{-2} - \log_3 3^{1/2} + \log_3 3^4 = -2 - \frac{1}{2} + 4 = \frac{3}{2}$$

$$b) \log x = \log \frac{102}{34} \Rightarrow x = \frac{102}{34} = 3$$

### Ejercicio nº 2.-

Opera y simplifica:

$$\frac{2x+3}{x+3} - \frac{3x^2+3}{x^2+3x} + \frac{x+1}{x}$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \frac{2x+3}{x+3} - \frac{3x^2+3}{x^2+3x} + \frac{x+1}{x} &= \frac{2x^2+3x}{x^2+3x} - \frac{3x^2+3}{x^2+3x} + \frac{(x+1)(x+3)}{x^2+3x} = \frac{2x^2+3x-3x^2-3+x^2+3x+x+3}{x^2+3x} = \\ &= \frac{7x}{x^2+3x} = \frac{7x}{x(x+3)} = \frac{7}{x+3} \end{aligned}$$

### Ejercicio nº 3.-

Halla los límites siguientes y representa gráficamente la información que obtengas:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 + 4x^3}{x^2 + 4x + 4}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 4x^3}{x^2 + 4x + 4}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^4 + 4x^3}{x^2 + 4x + 4}$$

**Solución:**

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 + 4x^3}{x^2 + 4x + 4} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

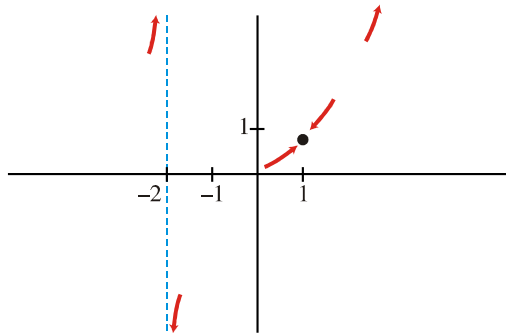
$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 4x^3}{x^2 + 4x + 4} = +\infty$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^4 + 4x^3}{x^2 + 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3(x+2)}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3}{x+2}$$

Hallamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^3}{x+2} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x^3}{x+2} = -\infty$$

• Representación:



**Ejercicio n° 4.-**

Halla la función derivada de cada una de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = 3x^4 - \frac{9x^2}{3}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{3x^2 - 2}{x^2 - 1}$$

$$\text{c) } f(x) = xe^x$$

**Solución:**

$$a) f'(x) = 12x^3 - \frac{18x}{3}$$

$$b) f'(x) = \frac{6x(x^2 - 1) - (3x^2 - 2) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{6x^3 - 6x - 6x^3 + 4x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$c) f'(x) = e^x + xe^x = e^x(1 + x)$$

**Ejercicio nº 5.-**

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{si } x \leq 2 \\ 2x + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

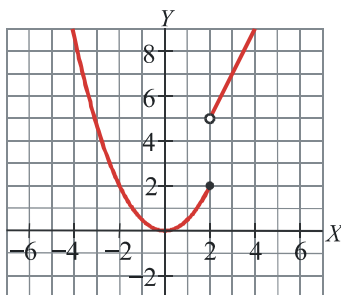
- a) Estudia su continuidad.  
 b) Representala gráficamente.

**Solución:**

- a) • Si  $x \neq 2$ , la función es continua.  
 • Si  $x = 2$ :

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{x^2}{2} \right) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x + 1) = 5 \end{aligned} \right\} \text{ No existe } \lim_{x \rightarrow 2} f(x); \text{ luego es discontinua en } x = 2.$$

- b) • Si  $x \leq 2$ , es un trozo de parábola.  
 • Si  $x > 2$ , es un trozo de recta.  
 • La gráfica es:



**Ejercicio nº 6.-**

Las notas obtenidas por un grupo de 5 alumnos y alumnas de 1º de Bachillerato en un examen de Matemáticas y en otro de inglés fueron las siguientes:

<b>Matemáticas</b>	<b>10</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>8</b>
<b>Inglés</b>	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>9</b>

Halla el coeficiente de correlación y la recta de regresión para esta distribución. ¿Cómo es la relación entre las dos variables?

**Solución:**

- Llamamos  $x$  a la nota de Matemáticas e  $y$  a la de Inglés.

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_i y_i$
10	9	100	81	90
6	7	36	49	42
6	5	36	25	30
3	4	9	16	12
8	9	64	81	72
33	34	245	252	246

Medias:

$$\bar{x} = \frac{33}{5} = 6,6; \quad \bar{y} = \frac{34}{5} = 6,8$$

Desviaciones típicas:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{245}{5} - 6,6^2} = \sqrt{5,44} = 2,33$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{252}{5} - 6,8^2} = \sqrt{4,16} = 2,04$$

Covarianza:

$$\sigma_{xy} = \frac{246}{5} - 6,6 \cdot 6,8 = 4,32$$

- Coeficiente de correlación:  $r = \frac{4,32}{2,33 \cdot 2,04} = 0,91$

- Recta de regresión:

$$m_{yx} = \frac{4,32}{5,44} = 0,79 \rightarrow y = 6,8 + 0,79(x - 6,6) = 0,79x + 1,59$$

- La relación entre las dos variables es positiva y alta, pues  $r = 0,91$ . A más nota en una asignatura, más en la otra.