

Ontogenia matemática del Nautilus

Cuaderno de bitácora de la investigación



ontogenia De *onto-* y *-genia*, a partir del al. *Ontogenie*. f. *Biol.* Desarrollo del individuo, referido en especial al período embrionario.

Dr. José R. Galo Sánchez



[CC by-nc-nd](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

■ El modelo uniforme cordobés.

Galo J.R., Cabezudo A. y Fernández I.(2016) : [Sobre la forma y crecimiento cordobés del Nautilus Pompilius](#). *Epsilon*, 2016, Vol. 33 (3), n° 94.

■ El Nautilus, referente del crecimiento gnomónico cordobés. [24 Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones](#) (2019) Bogotá (Colombia). [Memorias](#).

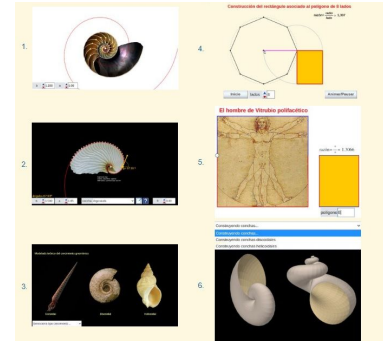
[Conferencia inaugural](#).

[Presentación de la conferencia](#) (incluye notas del orador).

[Taller en el 24 Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones](#).

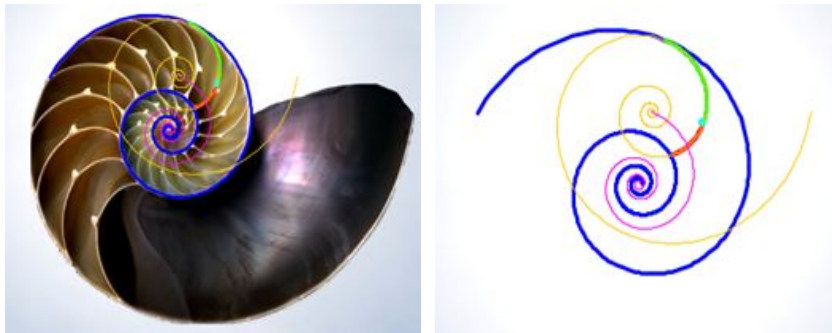


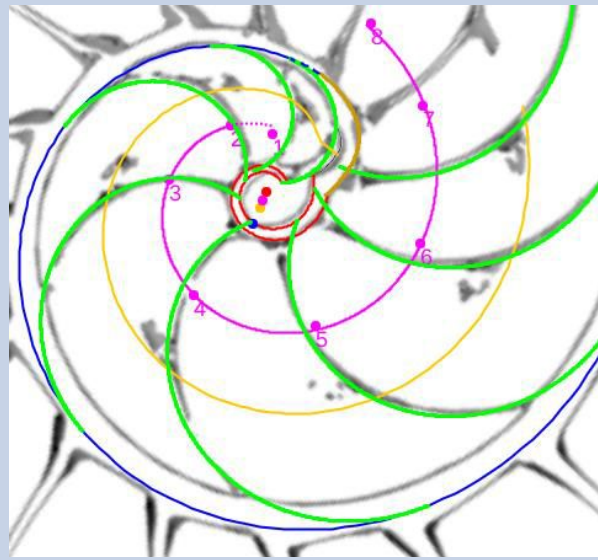
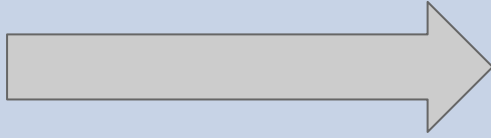
24 Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones



Síntesis descriptiva del modelo uniforme del Nautilus

- La concha es una espiral cordobesa.
- El sifúnculo es una espiral cordobesa.
- Los septos son arcos de una espiral cordobesa.
- Los polos de los septos están ubicados en una espiral cordobesa.
- Todo punto de la concha o interior a la misma es intersección de dos espirales cordobesas.





Del modelo uniforme al ontogénico

Cuaderno de bitácora de la investigación

I. Tareas previas

- El modelo uniforme cordobés.
- Revisión bibliográfica de la ontogenia biológica del Nautilus.



**Ontogenia matemática
del Nautilus**

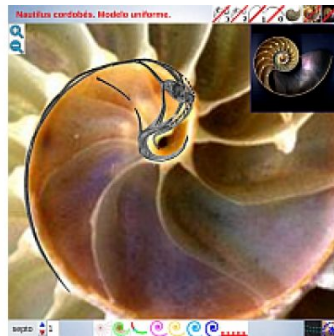


REI educativa
digital descartes
.org proyecto
descartes



II. Revisión del modelo uniforme, discrepancias detectadas

- El modelo uniforme se ajusta bien al segundo y tercer verticilo, pero NO en el primero donde:
 - Hay un número menor de cámaras (ocho frente a las dieciséis del segundo y tercero).
 - La espiral de la pared dorsal difiere de la ventral (ésta permanece invariante).
 - La espiral del sífinculo varía, no se ajusta convenientemente.
 - La forma de los septos y la amplitud de los mismos no es la adecuada.
- También es necesario precisar mejor la intersección de los septos y las paredes en el segundo y en el tercer verticilo.



**Ontogenia matemática
del Nautilus (II)**

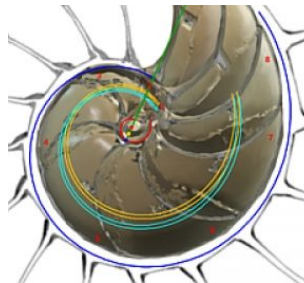
RE **educativa**
digital **escartes**

proyecto
descartes



III. Pared dorsal y sífinculo en el primer verticilo

- Invariantes del modelo:
 - Primera: La pared ventral es una espiral cordobesa.
 - Segunda: Todo punto es intersección de dos espirales cordobesas, una longitudinal similar a la ventral y otra transversal similar a la septal.
 - Tercera: Los septos son tangenciales a la pared ventral.
- Primeros resultados:
 - **La pared dorsal y la ventral son espirales cordobesas pero con diferentes polos** y ésta es la causa del comportamiento diferenciado!
 - **El sífinculo es una espiral cordobesa con polo el punto medio de los polos ventral y dorsal.**



REI educativa
digital descartes
proyec
descartes

Ontogenia matemática
del Nautilus (III)

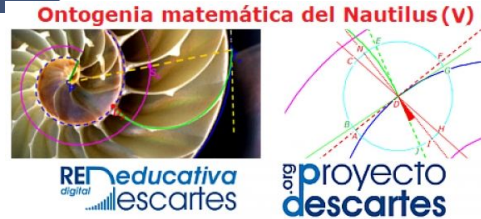


IV. Septos y cámaras en el primer verticilo

- Septos y cámaras:
 - Ocho cámaras con capacidades volumétricas diferentes.
 - Septos con diferente amplitud.
- Nuevos resultados:
 - Paso de $\frac{\pi}{4}$ entre los apoyos dorsales de los septos respecto a un teórico punto que denomino “centro dorsal”.
 - Paso de $\frac{\pi}{4}$ entre los apoyos ventrales de los septos respecto a un teórico punto que denomino “centro ventral”.
 - La proporción de la áreas de las secciones camerales es del orden del cuadrado de $\kappa = 1,18558...$ base de la espiral logarítmica cordobesa.
 - En el primer verticilo el ajuste de las áreas es logarítmico.



V. Septos en el segundo y tercer verticilo



Nuevos resultados:

- Al aplicar la invariante tercera (tangencialidad de los septos con la pared ventral):
 - El polo de la espiral ventral, el polo del septo y el punto de tangencia han de estar alineados.
 - Los arcos septales son traslaciones de arcos de la espiral de los polos de los septos.
- Al determinar los puntos dorsales de intersección del septo con la pared dorsal:
 - La amplitud de los septos es $2,5090\dots$ radianes $\approx 143,74^\circ$.
 - El ángulo de vértice el polo ventral y determinado por los puntos de intersección dorsal y de tangencia ventral es $0,6831\dots$ radianes $\approx 39,14^\circ$.
 - El septo no interseca perpendicularmente a la pared dorsal, sino con un ángulo de $75,38^\circ$. Se obtiene la razón matemática de la necesidad de la depresión septal dorsal media como refuerzo constructivo.

VI. a) Los septos en el primer verticilo

Ontogenia matemática del Nautilus (VI)



REeducativa
digital descartes

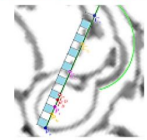
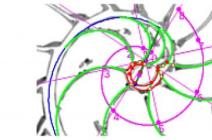
proyecto
descartes

Nuevas observaciones y resultados:

- La espiral de la pared dorsal, la de la ventral y la de los polos de los septos tienen diferente polo.
- El coeficiente de la espiral de los polos en este verticilo es 0,4331 y difiere de 0,5 que es el correspondiente a esta espiral en el segundo y tercer verticilo.
- Hay un punto destacable (centro de los polos septales) desde el que los polos de los septos se observan con paso $\frac{\pi}{4}$.
- Aplicando la invariante tercera (tangencialidad), que implica la alineación del polo ventral y los polos de los septos:
 - Los puntos de tangencia ventral se observan con paso $\frac{\pi}{4}$ desde un punto destacable (centro de los puntos de tangencia).
 - Al tener diferente polo la espiral ventral y la de los polos de los septos la proporción de los radios septales varía y **es la causa de que la espiral de cada septo tenga coeficiente diferente**, es decir, **que los septos sean diferentes**.

VI. b) Los septos en el primer verticilo (continuación)

Ontogenia matemática del Nautilus (VI)



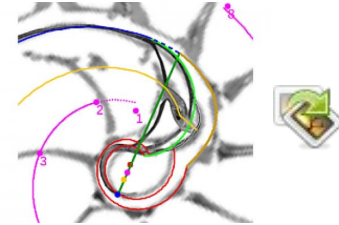
RE **educativa**
digital **escartes**

el **proyecto**
descartes

Nuevas observaciones y resultados:

- La pared dorsal ha de considerarse con un grosor (realidad física) para que la intersección con los septos sea matemáticamente posible.
- Hay un punto destacable (centro de los puntos dorsales) desde el que los puntos de intersección de los septos con la pared dorsal se observan con paso $\frac{\pi}{4}$.
- Hay un punto destacable (centro de los puntos sifunculares) desde el que los puntos de intersección de los septos con el sifúnculo se observan con paso $\frac{\pi}{4}$.
- Hay cuatro puntos notables (polo ventral, dorsal, sifuncular y de la espiral de los polos de los septos) y cuatro destacables (centro intersecciones dorsales, de los polos de los septos, de las intersecciones septo-sifúnculo y de las ventrales) ubicados en el eje polar e interrelacionados entre sí.

VII. a) Sitios singulares en el primer verticilo



Nuevas observaciones y resultados

- Se detectan tres sitios singulares en el primer verticilo: concha embrionaria, el sífunculo en la segunda cámara septal y la pared de transición del primer al segundo verticilo.
- La concha embrionaria:
 - Es asimétrica y puede inscribirse el gnomon de un triángulo cordobés.
 - El polo ventral y el dorsal se ubican respectivamente en la prolongación de dos de los lados de ese gnomon.
 - El sífunculo en la primera cámara es recto y coincide con la altura del gnomon.
 - El primer septo amplía su longitud hasta ser tangente al inicio de la pared ventral.

VII. b) Sitios singulares en el primer verticilo (continuación)

Nuevas observaciones y resultados

- La segunda cámara septal:
 - El fragmacono embrionario amplía en esta cámara su volumen lo que contribuye a la flotabilidad.
 - El sífúnculo que inicialmente es el eje del fragmacono ampliado se desplaza a su posición final en la que está más tiempo en contacto con el líquido cameral en la fase de vaciado acoplado.
 - El sífúnculo adopta su forma como espiral cordobesa.
- La pared de transición entre el primer y segundo verticilo:
 - La pared dorsal ha de aproximarse a la pared ventral inicial y adoptar su forma.
 - Se produce una traslación manteniendo la forma y un cambio de escala progresivo (coeficiente de la espiral).
 - La pared dorsal en esta fase es parabólica.

Ontogenia
matemática
del Nautilus (VII)

proyecto
descartes
REI educativa
digital descartes

