Universidad de los Andes	2015-II

Cálculo Diferencial
Ejercicios de preparación para el examen final

Material elaborado por Sandor Ortegón — *Noviembre de 2015*

1. Estructura del Examen Final

El examen final consta de dos sesiones de 75 minutos cada una.

- **Preguntas de selección múltiple:** 75 minutos para 15 preguntas.
- **Preguntas abiertas:** Después de un receso de 5 a 10 minutos, enfrentarán 3 preguntas abiertas: Una de optimización, una de graficar una función con todos los detalles y una de áreas y volúmenes (plantear y calcular integrales).

2. Preguntas de selección múltiple

Las preguntas de selección múltiple abarcan "de todo un poco", así que sirven para hablar de conceptos no mencionados en las preguntas abiertas principales. En el examen final serán 15 preguntas para una duración total de 75 minutos (es decir, en promedio 5 minutos por pregunta). No requieren justificar la selección múltiple, pero es bueno tener un proceso ... es decir, "adivinar" no ha sido nunca una buena idea en este examen.

Esta colección corresponde a mi recopilación de tres exámenes finales viejos. Si hacen todo esto a conciencia, aprenderán mucho y no les cogerá por sorpresa el final. En un documento aparte escribiré las respuestas para que verifiquen.

1. El dominio de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{25 - x^2}}{2 - x}$ es

   a) $[-5, 2]$
   b) $(-5, 2) \cup (2, 5)$
   c) $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$
   d) $[-5, 2) \cup (2, 5]$
   e) $[-5, 5]$

2. El dominio de la función $f(x) = \dfrac{1}{\ln(x + 2)}$ es:

   a) $[-2, -1] \cup (-1, \infty)$
   b) $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$
   c) $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$
   d) $(-2, -1) \cup (-1, \infty)$
   e) $(-2, \infty)$

3. Si $\ln(4x) = 1 + \ln(x + 1)$, entonces $x =$

a) $\dfrac{1}{4-e}$ *b*) $\dfrac{e}{4-e}$ *c*) $e-4$ *d*) $\dfrac{1}{e-4}$ *e*) e^2-1

4. Si $\ln(5x-2)-2\ln(3)=1$, entonces $x=$

   a) $\dfrac{2}{5}$ *b*) $\dfrac{6e+2}{5}$ *c*) $\dfrac{9e+2}{5}$ *d*) $\dfrac{e+8}{5}$ *e*) $\dfrac{18+e}{45}$

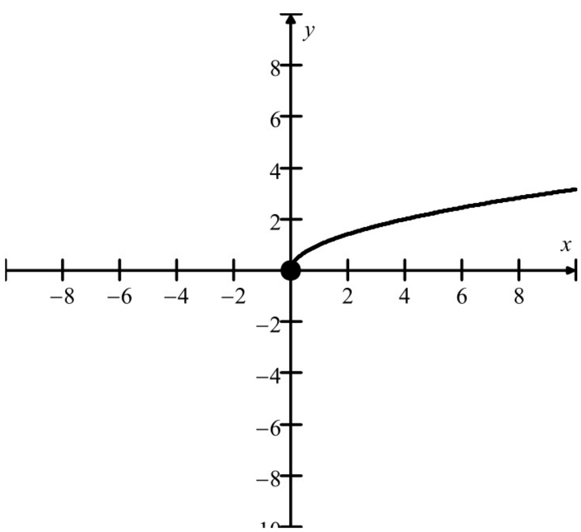
5. Si f, g son funciones definidas de la siguiente manera:

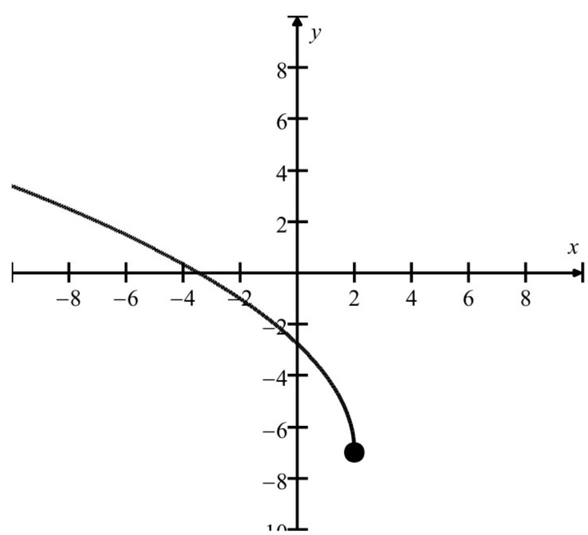
$$f(x)=\begin{cases} x, & x\leq -1 \\ 2, & -1<x<1 \\ 1-x^2, & x\geq 1\end{cases} \qquad g(x)=\begin{cases} e^{-x+x^2}, & x<0 \\ 2+x, & x\geq 0\end{cases}$$

   Los valores de $(f\circ g)(0)$ y $(g\circ f)(1)$ son respectivamente:

   a) $-3;1$ *b*) $0;3$ *c*) $0;2$ *d*) $-3;2$ *e*) $2;1$

6. Si a gráfica de $y=f(x)$ es aproximadamente la gráfica que se muestra a la izquierda, entonces la gráfica de la derecha puede corresponder a





   a) $y=3f(x+2)-7$
   b) $y=3f(-x)-7$
   c) $y=3f(-x+2)-7$
   d) $y=|3f(-x)-4|-3$
   e) Ninguna de las anteriores

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=$

   a) $\dfrac{1}{6}$ *b*) $\dfrac{2}{3}$ *d*) $\dfrac{1}{4}$
   c) 0 *e*) No existe.

8. Las asíntotas horizontales de $f(x) = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}$ son

   a) $y = 0, \quad y = 1$
   b) $y = 2, \quad y = -2$
   c) $y = 1, \quad y = -1$
   d) Solamente $y = 1$
   e) Solamente $y = 0$

9. Una recta que **no** es asíntota vertical **ni** asíntota horizontal de la curva $y = \dfrac{x-9}{\sqrt{x^2-2x-15}}$ es:

   a) $y = -1$
   b) $x = 1$
   c) $y = 1$
   d) $x = 5$
   e) $x = -3$

10. La asíntota horizontal de $y = \dfrac{\ln x}{\ln(x^2+1)}$ es la recta:

    a) $x = 0$
    b) $x = \dfrac{1}{2}$
    c) $x = -\dfrac{1}{2}$
    d) $x = \dfrac{1}{e^2+1}$
    e) $x = \dfrac{\ln(2)}{\ln(5)}$

11. El valor de a para que la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{si } x < 1, \\ 7x^2 - 2a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ sea continua en todo $\mathbb{R}$ es

    a) 2
    b) $-1/7$
    c) 0
    d) $1/7$
    e) -2

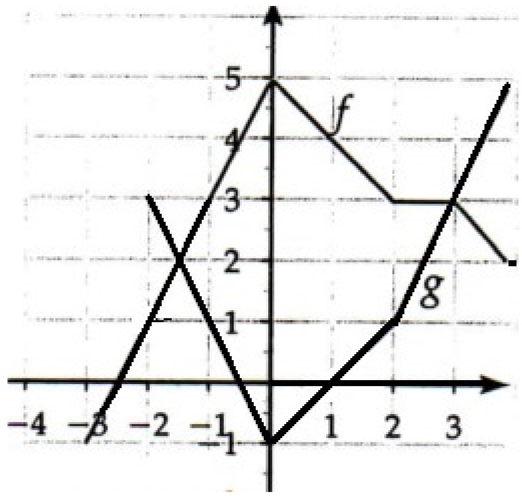
12. Los valores de a y b que hacen que la función $f(x) = \begin{cases} ax^3 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ x^2 + b & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$ sea diferenciable y continua para todo x son:

    a) $a = 1, \quad b = 4$
    b) $a = \dfrac{1}{2}, \quad b = 0$
    c) $a = \dfrac{1}{3}, \quad b = -\dfrac{4}{3}$
    d) $a = \dfrac{1}{3}, \quad b = \dfrac{8}{3}$
    e) $a = \dfrac{1}{4}, \quad b = -2$

13. $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2+h}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ es igual a

    a) $f'(2)$ donde $f(x) = \sqrt{x}$
    b) $f'(2)$ donde $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$
    c) $f'(2)$ donde $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
    d) $f'(2)$ donde $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+h}}$
    e) $f'(2)$ donde $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + 1$

14. Considere la función $s(x) = g(f(x))$ donde las gráficas de f, g son como se muestran en la figura. Entonces el valor de $s'(-2)$ es igual a



a) -4 *b*) 1 *c*) 2 *d*) -2 *e*) -1

15. Si $f(x) = \dfrac{\tan x}{3^x}$, entonces la derivada $f'(x) =$

a) $\dfrac{\sec^2 x}{3^x}$

b) $\dfrac{\ln 3 \tan x - \sec^2 x}{3^x}$

c) $\dfrac{3^x \sec^2 x - 3^x \tan x}{3^{2x}}$

d) $3^{-x}(\sec^2 x - \tan x)$

e) $3^{-x}(\sec^2 x - \ln 3 \tan x)$

16. Si $f(x) = 2e^{-2x}$, entonces la n-ésima derivada $f^{(n)}(x) =$ es

a) $2^{n+1}e^{-2x}$

b) $(-1)^{n+1}2^n e^{-2x}$

c) $(-1)^n 2^n e^{-2x}$

d) $(-1)^n 2^{n+1} e^{-2x}$

e) $2e^{-2x}$

17. La ecuación de la recta tangente a la curva $y = x\sqrt{16 - x^2}$ en el punto $(0, 0)$ es:

a) $y = x$ *b*) $y = 4x$ *c*) $y = 2x$ *d*) $y = 8x$ *e*) $y = -4x$

18. La ecuación de la recta tangente a la curva $x^2 - 2xy - y^2 = 2$ en el punto $(3, 1)$ es:

a) $y = \dfrac{-x + 5}{2}$

b) $y = \dfrac{x - 1}{2}$

c) $y = x$

d) $y = \dfrac{1}{2}x + 3$

e) $\dfrac{y - x}{y + x} = 2$

19. La llamada "curva del beso" se define implícitamente por la ecuación $64y^2 = (8 - x^2)^3$. La ecuación de la recta tangente a esta curva en el punto (2,1) es:

a) $y = -\dfrac{3}{2}x + 4$

b) $y = -\dfrac{3}{4}x + \dfrac{1}{2}$

c) $y = -\dfrac{3}{2}x + 2$

d) $y = -6x + 13$

e) $y = -\dfrac{3}{4}x + \dfrac{5}{2}$

20. Teniendo en cuenta que $\operatorname{senh} x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ y $\cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$, entonces $\tanh(\ln x) =$

a) $\dfrac{x-1}{x+1}$

b) $\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$

c) $x-\dfrac{1}{x}$

d) $\dfrac{1-x}{1+x}$

e) $\dfrac{x^2}{x^2+1}$

21. La altura de un cono circular recto decrece a razón de $3cm/s$, mientras que su radio aumenta a razón de $2cm/s$. Cuando el radio mide $4cm$ y la altura mide $6cm$, ¿está aumentando o disminuyendo el volumen del cono? ¿Con qué rapidez?

    a) Aumenta a $16cm^3/s$

    b) Aumenta a $16\pi\ cm^3/s$

    c) Disminuye a $16cm^3/s$

    d) Disminuye a $16\pi\ cm^3/s$

    e) Aumenta a $48\pi\ cm^3/s$

    f) Falta información para plantear la semejanza de triángulos.

22. Una persona está parada 3 km al sur de una intersección. Un camión cruza la intersección hacia el oriente a 80 km/h. Cuando el camión está a 4 km al oriente de la intersección, ¿a qué velocidad se está alejando de la persona?

    a) 56 km/h

    b) 80 km/h

    c) 72 km/h

    d) 64 km/h

    e) 160 km/h

23. El numero de raíces reales de la ecuación $4x^5+x^3+2x+1=0$ es

    a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 5

24. $\displaystyle\lim_{t\to 0}\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{te^{2t}}\right)=$

    a) 0 b) 1 c) 2 d) ∞ e) $\infty-\infty$

25. $\displaystyle\lim_{x\to 1} x^{1/(1-x^2)}=$

    a) $\dfrac{1}{e}$ b) e c) $\sqrt{e}$ d) $-\infty$ e) $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$

26. ¿ Cuál de las siguientes es la ecuación de una asíntota oblicua de la función $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x-5}$?

    a) $y=x$

    b) $y=\dfrac{5}{2}x+1$

    c) $y=x-3$

    d) $y=x+3$

    e) $y=x-5$

27. En el intervalo cerrado $[0,3]$ la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ tiene:

    a) Máximo absoluto en $x=1$ y mínimo absoluto en $x=-1$.

    b) Máximo absoluto en $x=1$ y mínimo absoluto en $x=3$.

c) Máximo absoluto en $x = 3$ y mínimo absoluto en $x = 0$.

d) Máximo absoluto en $x = 1$ y mínimo absoluto en $x = 0$

e) Ninguna de las anteriores.

28. El máximo valor que alcanza la función $f(x) = 2x\sqrt{25 - x^2}$ es:

a) 16 *b*) 20 *c*) $10\sqrt{2}$ *d*) 25 *e*) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

29. La función $f(x) = x^x$ tiene un mínimo absoluto en:

a) $x = e$ *b*) $x = 1$ *c*) $x = \dfrac{1}{e}$ *d*) $x = 1 - \dfrac{1}{e}$ *e*) $x = \dfrac{1}{2}$

30. Sea $f(x) = 3x + \operatorname{sen} x + 2$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas respecto de f?

I. La gráfica de f tiene una tangente horizontal.
II. la gráfica de f tiene un punto de inflexión en $x = 0$.
III. f es siempre creciente.

a) Solo I *b*) Solo II *c*) Solo III *d*) I y II *e*) II y III

31. La integral indefinida $\displaystyle\int \frac{x^3}{\sqrt{1 + x^2}}\, dx$ es:

a) $\dfrac{5x^4}{8(1 + x^2)^{5/2}} + C$

b) $\dfrac{1}{3}(1 + x^2)^{3/2} - \sqrt{1 + x^2} + C$

c) $\dfrac{1}{5}(1 + x^2)^{5/2} + C$

d) $\dfrac{2x^3}{9}(1 + x^2)^{3/2} + C$

e) $\dfrac{(1 + x^2)^5}{5} + \dfrac{(1 + x^2)^3}{3} + C$

32. El valor del límite $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{3}{n\left(\frac{i}{n} + 1\right)}$ es igual a

a) $\displaystyle 3\int_0^1 \frac{1}{1 + x}\, dx$

b) $\displaystyle\int_0^3 \frac{3}{x}\, dx$

c) $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{1 + x}\, dx$

d) $\displaystyle\int_0^3 \frac{1}{1 + x}\, dx$

e) $\displaystyle\int_0^1 \frac{3}{i + x}\, dx$

33. El límite $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{3}{n}\left(4 + \left(\frac{3i}{n}\right)^2\right)$ es igual a

a) $\displaystyle\int_0^3 (4 + x)^2\, dx$ *b*) $\displaystyle\int_4^7 x^2\, dx$ *c*) $\displaystyle\int_0^3 (4 + x^2)\, dx$

d) $\int_0^1 3(4+3x^2)\,dx$ *e*) $\int_0^2 3(3x)^2\,dx$

34. Suponga que $F(x) = \int_{-x}^{x} e^{t^2}\,dt$. Entonces, la derivada $F'(x)$ es igual a:

a) e^{x^2} *c*) $2xe^{x^2}$ *e*) $2e^{x^2}$

b) $-2e^{-x^2}$ *d*) $e^{(x)^2} - e^{(-x)^2}$

35. Suponga que $F(x) = \int_{-x}^{2} e^{-t^2}\,dt$. Entonces, podemos afirmar con certeza sobre la gráfica de $y = F(x)$ que

a) Decrece para $x > 0$ y crece para $x < 0$.
b) Crece para $x > 0$ y decrece para $x < 0$.
c) Siempre es creciente
d) Siempre es decreciente
e) Ninguna de las anteriores.

36. ¿Cuál de las siguientes integrales definidas tiene el mismo valor que $\int_0^1 \frac{2x-1}{x^2-x+3}\,dx$?

a) $\int_3^3 \frac{1}{u}\,du$ *c*) $2\int_0^3 \frac{1}{u}\,du$ *e*) $\frac{1}{2}\int_{-3}^3 \frac{1}{u}\,du$

b) $\frac{1}{2}\int_0^3 \frac{1}{u}\,du$ *d*) $\int_{-3}^3 \frac{1}{u}\,du$

37. Si un objeto que se mueve en línea recta tiene una velocidad instantánea $v(t) = t^2e^{-t^3}$ en el tiempo t, su desplazamiento entre el tiempo $t = 0$ y el tiempo $t = 3$ es igual a:

a) $-3\left(1-e^{-27}\right)$ *c*) $\frac{1}{3}\left(1-e^{-27}\right)$ *e*) $9\left(1-e^{-27}\right)$

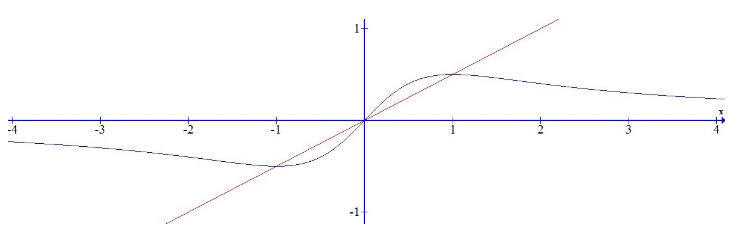
b) $-\frac{1}{3}\left(1+e^{-27}\right)$ *d*) $3\left(1-e^{-27}\right)$

38. $\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} =$

a) 2 *c*) $\frac{1}{2e^4} - \frac{1}{e}$ *e*) 1

b) $\frac{1}{e^6} - \frac{1}{e^{3/2}}$ *d*) $e^2(e^2-1)$

39. El área total de las dos regiones encerradas por la recta $y = x/2$ y la curva $y = \frac{x}{1+x^2}$, (ver gráfica) es:



a) $\ln(2)$

b) $\dfrac{1}{3}$

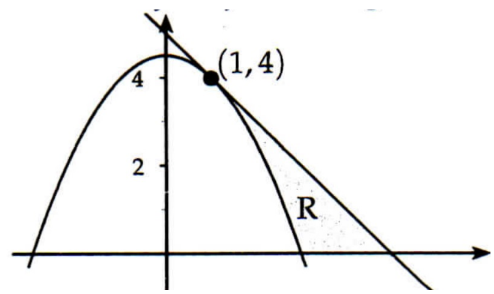
c) $\ln(2) - \dfrac{1}{2}$

d) $\dfrac{1}{2}$

e) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

f) 0

40. Considere la región R limitada por la curva $y = \dfrac{9}{2} - \dfrac{x^2}{2}$, la recta tangente a esta curva $y = 5 - x$ y el eje x, como muestra la figura. La integral que da el área de la región R es



a) $\displaystyle\int_1^5 \left((5-x) - \left(\frac{9}{2} - \frac{x^2}{2}\right)\right) dx$

b) $\displaystyle\int_1^4 \left((5-x) - \left(\frac{9}{2} - \frac{x^2}{2}\right)\right) dx$

c) $\displaystyle\int_1^3 \left((5-x) - \left(\frac{9}{2} - \frac{x^2}{2}\right)\right) dx$

d) $\displaystyle\int_0^4 \left((5-y) - \sqrt{9-2y}\right) dy$

e) $\displaystyle\int_0^4 \left((5-y) - \sqrt{2y-9}\right) dy$

41. El volumen del sólido de revolución que se produce al hacer girar alrededor de la recta vertical $x = -1$ la región delimitada por las curvas $x = y^2, y = x - 2$ está dado por la integral:

a) $\displaystyle\pi \int_0^4 (\sqrt{x} - x + 2)^2\, dx$

b) $\displaystyle\pi \int_1^4 [(y+3)^2 - (1+y^2)^2]\, dy$

c) $\displaystyle\pi \int_{-1}^2 [(y+3)^2 - (1+y^2)^2]\, dy$

d) $\displaystyle\pi \int_0^4 (1+\sqrt{x})^2\, dx$

e) $\displaystyle\pi \int_0^4 (x - (x-2)^2)\, dx$

42. El volumen del sólido de revolución que se produce al hacer girar alrededor de la recta horizontal $y = -1$ la región delimitada por las curvas $y = \dfrac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$ y $y = 0$ es:

a) $\pi \ln(3)$

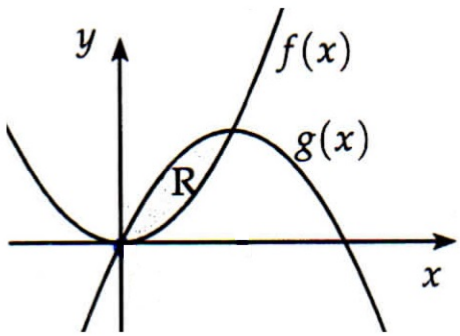
b) $2\pi(\ln(2) + \ln(3))$

c) $\dfrac{\pi \ln(3)}{3}$

d) $\pi^2 \ln(3)$

e) $2\pi \left(\dfrac{1}{3} + \ln(3)\right)$

43. Considere la región R encerrada por las curvas $y = x^2, y = 2x - x^2$ (ver figura). Determine cuáles de las opciones a la derecha corresponde al volumen del sólido obtenido al rotar R alrededor del eje y.



A. $\pi \int_0^1 \left(x^4 - (2x - x^2)^2\right) dx$

B. $\pi \int_0^2 \left((2x - x^2)^2 - x^4\right) dx$

C. $2\pi \int_0^2 x \left(x - x^2\right) dx$

D. $4\pi \int_0^1 x \left(x - x^2\right) dx$

E. $\pi \int_0^1 \left(x - x^2\right) dx$

3. Preguntas abiertas

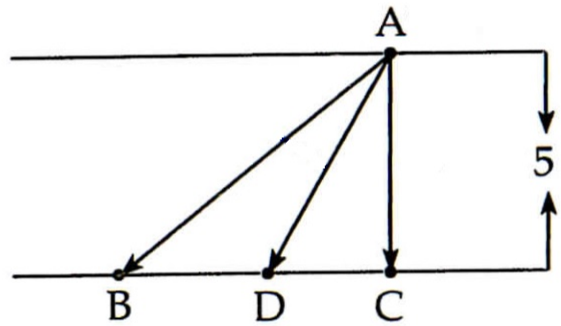
En el examen final se realizarán tres preguntas abiertas a ser resueltas en 75 minutos. Esas preguntas abiertas eran de los siguientes temas: Razones de Cambio, Optimización, Gráficas y Cálculo de áreas y volúmenes. Son cuatro temas para tres preguntas (normalmente uno de estos cuatro temas "se sacrifica") ... muy probablemente, razones de cambio sea el tema sacrificado (y por tanto, aparecería más frecuente en la selección múltiple). Observe que solamente desde el intersemestral del 2014 empezó a aparecer el tema de áreas y volúmenes en las preguntas abiertas. Este será tema fijo del examen final.

A continuación se muestran tres exámenes modelo para las preguntas abiertas:

3.1. (Exámenes del 2014)

1. Considere la función $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$. Hga un análisis detallado de la función f que comprenda los siguientes pasos: Dominio de f, Cortes de la gráfica de f con los ejes coordenados, Simetrías, Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas (si existen), Intervalos de crecimiento y decrecimiento, Extremos Locales, Intervalos donde la gráfica es cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo, puntos de inflexión. Finalmente, esboce una gráfica de f teniendo en cuenta todos los factores anteriores. Indique a partir de la gráfica cuál es el rango de f.

2. Un hombre está en un punto A sobre una de las orillas de un río recto que tiene 5km de ancho y desea llegar hasta el punto B, 12km corriente abajo en la orilla opuesta, tan rápido como le sea posible. Podria remar hacia algún punto D entre C (punto frente a A al otro lado del río) y B, desembarcar allí y luego caminar hasta B. El hombre puede remar a 4km/h y caminar a 5km/h. ¿Dónde debe desembarcar el hombre para llegar a B lo más rápido posible?



3. La siguiente integral

$$\int_{-1}^{2} \pi[(4-(x^2))^2 - (4-(x+2))^2]\ dx$$

representa el volumen de un sólido obtenido al girar cierta región en el plano xy respecto del eje $y = 4$.

   a) Haga un dibujo de la región respectiva y calcule su área.

   b) Calcule el volumen del sólido de revolución obtenido al girar dicha región respecto del eje $x = -2$.

4. La siguiente integral

$$\int_{0}^{3} 2\pi(4x - x^2)(13 + x)dx$$

representa el volumen de un sólido obtenido al girar cierta región en el plano xy respecto del eje $x = -13$.

   a) Haga un dibujo de la región respectiva y calcule su área.

   b) Calcule el volumen del sólido de revolución obtenido al girar dicha región respecto del eje $y = -1$.

3.2. Examen de 2013

1. Un ingeniero está diseñando un tanque cilíndrico con tapa inferior plana y coronado por una tapa semiesférica en la parte superior. El tanque debe tener una capacidad de $40\pi/3\ m^3$. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para minimizar el material de sus paredes y sus tapas? [Área de la esfera: $A = 4\pi r^2$. Volumen de la esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$]

   Haga un buen dibujo y no olvide justificar por qué su respuesta corresponde a un mínimo.

2. Un barco zarpa de un puerto a medio día y se dirige al Norte a 40 km/h. Dos horas después un segundo barco zarpa del mismo puerto y se dirige hacia el Este a razón de 50 km/h. ¿Qué tan rápido se estarán alejando uno del otro cuando den las 3 de la tarde?

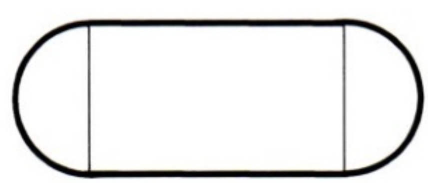
   Haga un buen dibujo y justifique matemáticamente cada uno de los pasos de su argumentación.

3. Haga un análisis detallado de la función $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2 - 4}$ que comprenda los siguientes puntos.

   1) Dominio de $f(x)$. 2) Cortes con los ejes coordenados.
   3) Simetría 4) Asíntotas horizontales y verticales, si las hay.
   5) Crecimientos y decrecimientos [$f'(x)$]. 6) Máximos y mínimos, si los hay.
   7) Concavidades [$f''(x)$]. 8) Puntos de inflexión, si los hay.
   9) Gráfica. 10) Rango.

3.3. Examen de 2012

1. Una pista atlética consiste en el perímetro, en forma de óvalo, de la región formada por un rectángulo al que se le añaden semicírculos en los dos lados opuestos. La pista, es decir ese perímetro, mide de 400 m lineales. Encuentre las dimensiones del rectángulo que hacen que tal rectángulo tenga área máxima. **Haga un buen dibujo y no olvide justificar por qué su respuesta corresponde a un máximo.**



2. Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4,-1)$ y es tangente a la parábola $2y = 5 - x^2$ en un punto situado en el primer cuadrante. **Haga un buen dibujo y justifique matemáticamente cada uno de los pasos de su argumentación.**

3. Haga un análisis detallado de la función $f(x) = x\, e^{-x^2}$ que comprenda los siguientes puntos.

   1) Dominio de $f(x)$.
   2) Cortes con los ejes coordenados.
   3) Simetría [$f(-x)$].
   4) Asíntotas horizontales y verticales, si las hay.
   5) Crecimientos y decrecimientos [$f'(x)$].
   6) Máximos y mínimos, si los hay.
   7) Concavidades [$f''(x)$].
   8) Puntos de inflexión, si los hay.
   9) Gráfica.
   10) Rango.

[Valores aproximados que pueden servir: $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$, $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 0.4$, $\sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1.2$, $f\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \approx 0.3$].