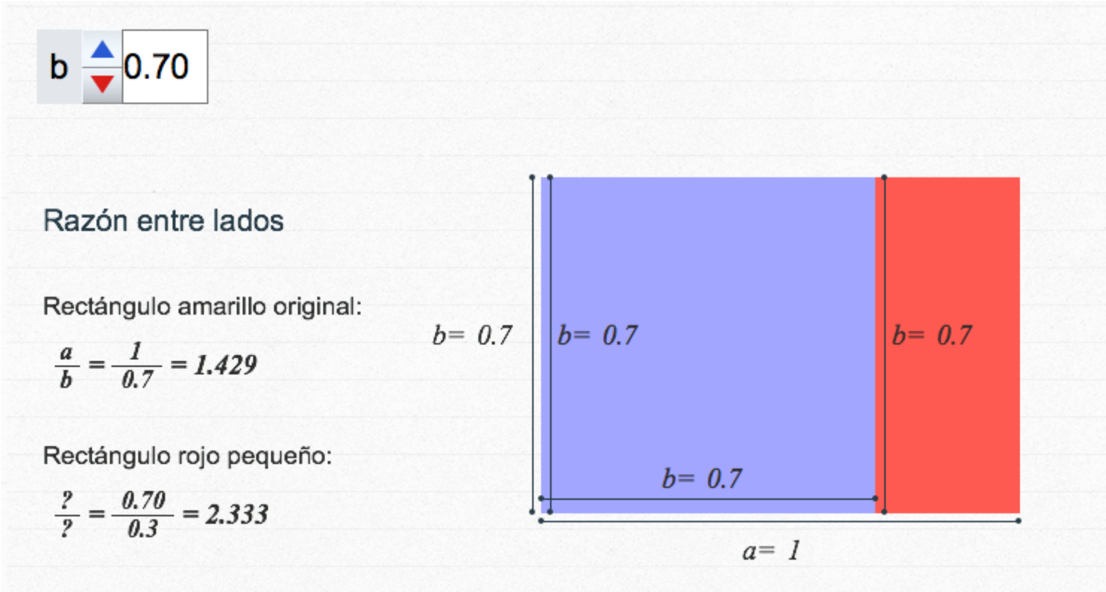
Unidad 7

Geometría: Fotocopiado a escala

Proporción áurea – Solución



Observa que las dimensiones del rectángulo azul están dadas por b como el lado grande del mismo y $a-b$ como el lado chico. La proporción entre estos lados será $\frac{b}{a-b}$. Y lo que hiciste al mover los valores de b fue buscar aquél para el cual la proporción $\frac{a}{b}$ del rectángulo original fuera lo más cercana (intentando que fueran iguales) a la del rectángulo azul. Es decir, lo que buscaste fue un valor para b tal que $\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b}$.

Si consideramos de inicio que $a=1$, tenemos que $\frac{1}{b} = \frac{b}{1-b}$. Multiplicando ambos lados de la ecuación por b obtenemos que $1 = \frac{b^2}{1-b}$. Luego, multiplicamos ambos lados de esta última ecuación por $1-b$, de donde obtenemos que $1-b=b^2$.

Pasamos el $1-b$ restando al lado derecho de la igualdad, obteniendo: $b^2+b-1=0$. Esta es una ecuación cuadrática que podemos resolver para b. Así, $b = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$, de donde

$$b = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0.618033988\ldots$$

Nota que en la última ecuación, escogemos el signo + del $\pm$, ya que es el que nos da un valor positivo (que es el único que tiene sentido para una longitud).

Finalmente, la proporción que buscamos del lado más grande al más pequeño está dada por $\frac{a}{b} = \frac{1}{0.618033989\ldots} = 1.618033989$ **. Este valor se conoce como la *proporción áurea* o *dorada* y se denota por la letra griega *phi* mayúscula: Φ.**