6

Sistemas de ecuacións

Obxectivos

Nesta quincena lembrarás a resolución de sistemas de ecuacións e aprenderás a resolver tamén algúns sistemas de inecuacións. Cando a estudes deberás ser capaz de:

- Resolver un sistema de ecuacións lineais con dúas incógnitas polos distintos métodos.
- Identificar o número de solucións dun sistema de ecuacións lineais con dúas incógnitas.
- Utilizar os sistemas de ecuacións para formular e resolver problemas
- Resolver sistemas de inecuacións cunha incógnita

Antes de empezar

Os sistemas de ecuacións lineais xa foron resoltos polos babilonios, os cales chamaban ás incógnitas con palabras tales como lonxitude, largo, área ou volume, sen que tivese relación con problemas de medida.

Un exemplo tomado dunha taboíña babilónica formula a resolución dun sistema de ecuacións nos seguintes termos:

1/4 largo + lonxitude =7 mans
lonxitude + largo =10 mans

Na nosa notación o sistema é:

Largo: x
Lonxitude: y
Mans: t

$$x+4y=28t$$
$$x+y=10t$$

Restando a primeira da segunda obtense: $3y=18t$

Logo: $y=6t$
$x=4t$

1. Sistemas de ecuacións lineais

Ecuación lineal con dúas incógnitas

Unha ecuación de primeiro grao denomínase **ecuación lineal**.

Unha **ecuación lineal con dúas incógnitas** é unha igualdade alxébrica do tipo: **ax+by=c**, onde **x** e **y** son as incógnitas e **a**, **b** e **c** son números coñecidos.

Unha **solución dunha ecuación lineal** con dúas incógnitas é un par de valores (x_i, y_i) que fan certa a igualdade.

Unha ecuación lineal con dúas incógnitas ten infinitas solucións e se as representamos forman unha recta

$$3x + y = 12$$

Coeficiente de x= 3, Coeficiente de y= 1

Termo independente =12

Unha solución da ecuación é:

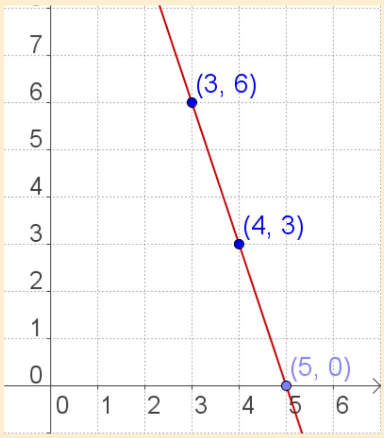
x=1 y=9

Observa que 3 · (1) + 9 = 12

Para obter máis solucións dáselle a x o valor que queiramos e calcúlase a e

$$x = 0 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 0 = 12$$
$$x = 1 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 1 = 9$$
$$x = 2 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 2 = 6$$
$$x = 3 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 3 = 3$$

Se representamos os puntos nun sistema de eixes coordenados forman unha recta:



Sistemas de ecuacións lineais

Un **sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas** está formado por dúas ecuacións lineais das que se busca unha solución común.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

$a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$ son números reais

Dous sistemas coa mesma solución dinse **equivalentes**

Unha **solución dun sistema de dúas ecuacións lineais** con dúas incógnitas é un par de valores (x_i, y_i) que verifican as dúas ecuacións á vez. **Resolver o sistema** é atopar unha solución.

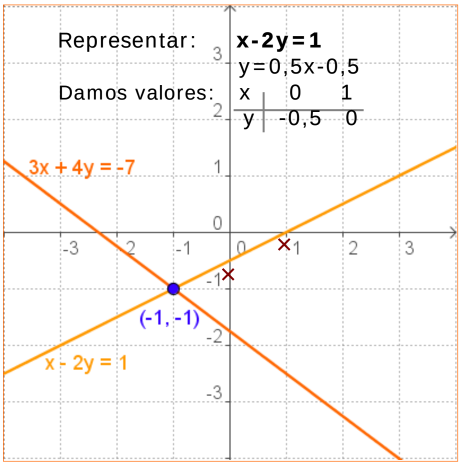
Sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

É unha solución do sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$



Recorda como se representan as rectas no plano.

Observa como son os coeficientes das dúas ecuacións en cada caso:

Se $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ as rectas son paralelas

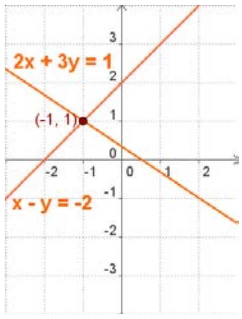
e son coincidentes se $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

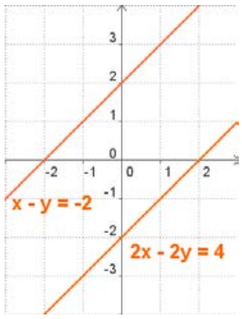
Clasificación de sistemas

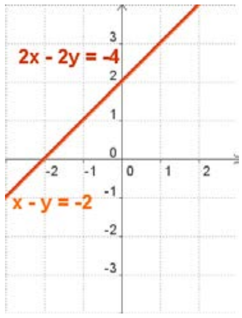
Nun sistema de ecuacións lineais con dúas incógnitas, cada ecuación representa unha recta no plano. Discutir un sistema é estudar a situación destas rectas no plano, que poden ser:

- Secantes, o sistema ten solución única, chámase **Compatible Determinado**.
- Coincidentes, o sistema ten infinitas solucións, é **Compatible Indeterminado**
- Paralelas, o sistema non ten solución, chámase **Incompatible.**

COMPATIBLE DETERMINADO	INCOMPATIBLE	COMPATIBLE INDETERMINADO







2. Resolver sistemas

Para resolver un sistema de ecuacións utilizamos calquera dos tres métodos seguintes:

Método de substitución

Consiste en despexar unha das incógnitas nunha das ecuacións e substituír a expresión obtida na outra ecuación, chegando así a unha ecuación de primeiro grao cunha soa incógnita; achada esta calcúlase a outra.

Método de igualación

Consiste en despexar a mesma incógnita nas dúas ecuacións e igualar as expresións obtidas. De novo obtemos unha ecuación de primeiro grao cunha soa incógnita.

Método de redución

Consiste en eliminar unha das incógnitas sumando as dúas ecuacións. Para iso multiplícase unha das ecuacións ou ambas por un número de modo que os coeficientes de x ou de y sexan iguais e de signo contrario.

Resolver: $\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

Por **SUBSTITUCIÓN**

Despexamos x na 2ª ecuación e substituímos na 1ª: $x=1+2y$

$3(1+2y)+4y=-7$

$3+6y+4y=-7 \Rightarrow 10y=-10$

$y=-1$

$x=1+2\cdot(-1)=-1$

Por **IGUALACIÓN**

Despexamos x en ambas ecuacións e igualamos: $\frac{-4y-7}{3} = 1 + 2y$

$-4y-7=3(1+2y)$

$-4y-6y=3+7 \Rightarrow -10y=10$

$y=-1$

$x=-1$

Por **REDUCIÓN**

$$\begin{array}{lll} & 3x+4y=-7 \\ \text{Multiplicamos por } 2\rightarrow & 2x-4y=2 \\ \hline \text{Sumando:} & 5x \quad =-5 \\ \text{Logo:} & x=-1 \\ \text{E substituíndo:} & y=-1 \end{array}$$

EXERCICIOS resoltos

5. Dado o sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$, razoa se os seguintes pares son solución.

a) x=3, y=4 Sol: Si é solución $\begin{cases} 3(3) + 2(4) = 9 + 8 = 17 \\ 5(3) - (4) = 15 - 4 = 11 \end{cases}$

b) x=5, y=1 Sol: Non é solución $\begin{cases} 3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17 \\ 5(5) - (1) = 25 - 1 = 24 \# 11 \end{cases}$

c) x=3, y=1 Sol: Si é solución $\begin{cases} 3(3) + 2(1) = 9 + 2 = 11 \# 17 \\ 5(3) - (1) = 15 - 1 = 14 \# 11 \end{cases}$

6. Escribe un sistema de dúas ecuacións a solución das cales sexa:

a) x=1, y=2 Sol: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

b) x=3, y=1 Sol: $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

c) x=2, y=3 Sol: $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ x - 4y = -10 \end{cases}$

7. Fai unha táboa de valores e da a solución do sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ $3x + 2y = 8 \rightarrow$

x	−2	−1	0	1	2
y	7	11 / 2	4	5 / 2	1

$5x - y = 9 \rightarrow$

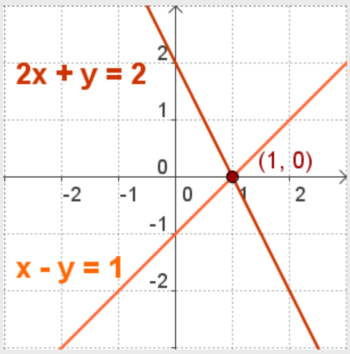
x	−2	−1	0	1	2
y	−19	−14	−9	−4	1

8. Escribe unha ecuación para completar coa x - y =1, un sistema que sexa:

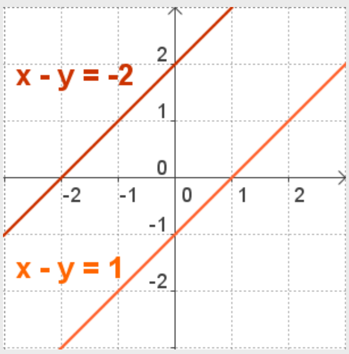
a) Compatible determinado

b) Incompatible

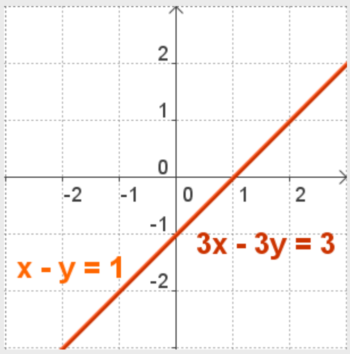
c) Compatible indeterminado



a) Por exemplo 2x + y = 2



b) Por exemplo, 2x – 2y = -3



c) Por exemplo, 3 x – 3y =3

EXERCICIOS resoltos

9. Resolve por substitución:

a) $\begin{cases} x + 4y = -25 \\ -10x - 5y = 5 \end{cases}$

Despexamos x na 1ª ecuación

x=-25-4 y substituímos na 2ª

-10(-25-4y)-5y=5⇒ 250+40y-5y=5

35y=-245 ⇒ y=-7

x=-25-4·(-7)=3

b) $\begin{cases} 3x + 5y = 45 \\ -4x - y = -43 \end{cases}$

Despexamos e na 2ª ecuación

y=-4x+43 substituímos na 1ª

3x+5(-4x+43)=45⇒ 3x-20x+215=45

-17x=-170 ⇒ x=10

y=-4·10+43=3

10. Resolve por igualación:

a) $\begin{cases} -4x + y = 20 & y = 20 + 4x \\ 6x - 9y = 0 & y = 6x / 9 \end{cases}$

$20 + 4x = \dfrac{6x}{9}$ ⇒ 180+36x=6x

30x=-180 ⇒ x=-6

y=-36/9=-4

b) $\begin{cases} -3x - 4y = 31 & x = (31 + 4y) / -3 \\ 5x - 9y = 11 & x = (11 + 9y) / 5 \end{cases}$

$\dfrac{31 + 4y}{-3} = \dfrac{11 + 9y}{5}$ ⇒ 5(31+4y)=-3(11+9y)

155+20y=-33-27y⇒ 47y=-188⇒ y=-4

x=(11-36)/5=-5

11. Resolve por redución:

a) $\begin{cases} 5x - 10y = 25 \\ 8x + 2y = 4 \end{cases}$

5 x –10y=25

Multiplícase por 5→ 40x+10y=20

Sumando: 45x =45

x=1 y=-2

b) $\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 7x + 8y = 37 \end{cases}$

Multiplícase por -7→ -35x-21y=-147

Multiplícase por 5→ 35x+40y= 185

Sumando: 19y= 38

y=2 x=3

12. Resolve: $\begin{cases} 3(x + 3) = y + 10 \\ x + 2(y + 1) = 7 \end{cases}$

Quítase paréntese e reorganízase cada ecuación, quedando o sistema equivalente:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

que resolvemos por substitución: x+2(3x-1) =5 x+6x-2 =5 7x = 7 x=1 y=2

13. Resolve $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{5} = \dfrac{22}{15} \\ 7x - 7y = 28 \end{cases}$

quitando denominadores e simplificando a 2ª ecuación, o sistema convértese nun equivalente.

$$\boxed{\begin{cases} 5x - 3y = 22 \\ x - y = 4 \end{cases}}$$

Por REDUCIÓN:

5x – 3y = 22

–3x + 3y = -12

2x = 10 ⇒ x=5 y=1

3. Aplicacións prácticas

Resolución de problemas

Para resolver un problema mediante un sistema, hai que traducir á linguaxe alxébrica as condicións do enunciado e despois resolver o sistema formulado.

Comeza por ler detidamente o enunciado ata asegurarte de que comprendes ben o que tes que calcular e os datos que che dan.

Unha vez resolto o sistema non che esqueza dar a solución ao problema.

Lembra os pasos:

- Comprender o enunciado
- Identificar as incógnitas
- Traducir a linguaxe alxébrica
- Formular as ecuacións
- Resolver o sistema
- Comprobar a solución

✓ *María e a súa filla Sara teñen na actualidade 56 anos entre as dúas. Se dentro de 18 anos Sara vai ter 5 anos máis que a metade da idade da súa nai, que idade ten actualmente cada unha?.*

SOLUCIÓN

Chamamos **x** á idade de María.

y á idade de Sara

A suma das idades é 56: x+y=56

Dentro de 18 anos terán x+18, y+18

E entón a idade de Sara será y+18=5+(x+18)/2

O sistema é:

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ y + 18 = 5 + \dfrac{x+18}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 56 \\ -x + 2y = -8 \end{cases}$$

Por redución: 3y = 48 y = 16

x= 56 - 16 = 40

Solución: María ten 40 anos
Sara ten 16 anos

Comprobación: 40+16=56
Dentro de 18 anos terán
58 y 34, 34=5+ 58/2

✓ *Unha parcela rectangular ten un perímetro de 240 m, se mide o triplo de longo que de largo, cales son as dimensións da parcela?.*

SOLUCIÓN

Chamamos **x** ao largo da parcela

y ao longo da parcela

O longo é o triplo do largo: y=3x

O perímetro é: 2x+2y=240

O sistema é: $\begin{cases} y = 3x \\ x + y = 120 \end{cases}$

Por substitución: x+3x=120 4x = 120 x = 30 m

y = 90 m

Solución: Largo =30 m
Longo =90 m

Comprobación: 90=3·30
2·90+2·30=240

EXERCICIOS resoltos

10. Xurxo ten no seu peto billetes de 10€ e 50€ en total ten 20 billetes e 440€. Cantos billetes ten de cada tipo?

$$\begin{matrix} x: \text{Billetes de } 50\text{ €} \\ y: \text{Billetes de } 10\text{ €} \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 50x + 10y = 440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 & \rightarrow y = 20 - x \\ 50x + 10y = 440 & \rightarrow y = 44 - 5x \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 20 - x = 44 - 5x \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 6 \\ y = 20 - x = 20 - 6 = 14 \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 14 \end{cases}$$

Ten 6 billetes de 50€ e 14 billetes de 10€

11. Nun exame de 100 preguntas Ana deixou sen contestar 9 e obtivo 574 puntos. Se por cada resposta correcta se suman 10 puntos e por cada resposta incorrecta se restan 2 puntos, cantas contestou ben e cantas mal?.

x: nº de respostas correctas, y: nº de respostas incorrectas,
en total responde 100-9 =91 preguntas.

$$\begin{cases} x + y = 91 \\ 10x - 2y = 574 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} 2x + 2y = 182 \\ 10x - 2y = 574 \\ 12x \quad = 756 \end{matrix} \rightarrow x=63 \text{ preguntas ben } y=91-63 =28 \text{ mal}$$

12. Nunha curso hai 70 alumnos matriculados. No último exame de Matemáticas aprobaron 39 alumnos, o 70% das rapazas e o 50% das rapaces. Cantos rapaces e cantas rapazas hai no curso?

x: rapazas y: rapaces en total hai 70: x+y=70
aproban 39: 0,7x+0,5y=39

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 7x + 5y = 390 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} -5x - 5y = -350 \\ 7x + 5y = 390 \end{matrix}$$

2 x =40→ x = 20 rapazas
y = 50 rapaces

13. Ao dividir un número entre outro o cociente é 2 e o resto é dous. Se a diferenza entre o dividendo e o divisor é 54, de que números se trata?.

Dividendo: x Divisor: y x - y =54
Dividendo = divisor · cociente + resto x = 2y+2

$$\begin{cases} x - y = 54 \\ x = 2y + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} 2y + 2 - y = 54 \rightarrow y = 52 \\ x = 2 \cdot 52 + 2 = 106 \end{matrix}$$

3. Sistemas de inecuacións cunha incógnita

Resolución

Un sistema de inecuacións cunha incógnita está formado por dúas ou máis inecuacións cunha incógnita.

Para resolver un sistema de inecuacións cunha incógnita resólvese cada inecuación por separado e búscase a intersección de todas as solucións.

A solución será un intervalo, unha semirrecta ou pode acontecer que non haxa solución.

$x \geq a$
$x < b$ Sol: [a, b)

$x > a$
$x > b$ Sol: (b, +∞)

$x < a$
$x \geq b$ Sen solución

$$\begin{cases} 3x - 12 > -3x \\ 3x + 15 \geq 8x \end{cases}$$

Cada inecuación por separado:

$3x - 12 > -3x$	$3x + 15 \geq 8x$
$3x + 3x > 12$	$3x - 8x \geq -15$
$6x > 12$	$-5x \geq -15$
$x > 2$	$x \leq 3$

Solución:

EXERCICIOS resoltos

14. Resolve: $\begin{cases} 16x - 9 < 19x \\ 15x + 20 \geq 5x \end{cases}$

$16x - 9 < 19x \rightarrow 16x - 19x < 9 \rightarrow -3x < 9 \rightarrow x > -3$
$15x + 20 \geq 5x \rightarrow 15x - 5x \geq -20 \rightarrow 10x \geq -20 \rightarrow x \geq -2$

Sol: [-2, +∞)

15. Resolve: $\begin{cases} -11x < 3x - 28 \\ 14x + 42 \geq 16x \end{cases}$

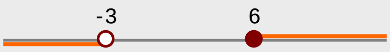
$-11x < 3x - 28 \rightarrow -11x - 3x < -28 \rightarrow -14x < -28 \rightarrow x > 2$
$14x + 12 \geq 16x\ 14x \rightarrow -16x \geq -12 \rightarrow -2x \geq -12 \rightarrow x \leq 6$

Sol: (2, 6]

16. Resolve: $\begin{cases} 3(2x + 5) < x \\ 13x \leq 16x - 18 \end{cases}$

$3(2x + 5) < x \rightarrow 6x + 15 < x \rightarrow 5x < -15 \rightarrow x < -3$
$13x \leq 16x - 18 \rightarrow 13x - 16x \leq -18 \rightarrow -3x \leq -18 \rightarrow x \geq 6$

Sen solución



Para practicar

1. Calcula o valor de c para que a solución da ecuación, $x + 7y = c$ sexa:

a) $x = 1$, $y = 2$

b) $x = 3$, $y = -3$

c) $x = 5$, $y = 0$

d) $x = -2$, $y = 3$

2. Acha unha solución (x,y) da ecuación $-4x + y = 17$ sabendo que:

a) $x = 1$

b) $y = -7$

3. Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas que teña por solución cada un dos seguintes pares:

a) $x = 4$, $y = -3$

b) $x = 1$, $y = -2$

c) $x = 0$, $y = 5$

d) $x = 1$, $y = 1$

4. Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas que:

a) teña infinitas solucións

b) teña unha soa solución

c) non teña solución

5. Razoa se o punto (x,y) é solución do sistema:

a) $x = 3$, $y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$

b) $x = 1$, $y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$

6. Resolve graficamente os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

7. Resolve por redución:

a) $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$

8. Resolve por substitución:

a) $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$

9. Resolve por igualación:

a) $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

10. Resolve os seguintes sistemas polo método que consideres máis axeitado:

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{5} - \dfrac{y}{4} = -\dfrac{3}{5} \\ 4x - 2y = 12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x}{4} - \dfrac{y}{8} = \dfrac{-3}{8} \\ 8x + 5y = 33 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = \dfrac{8}{3} \\ 7x + 3y = 34 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{x}{9} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{4}{9} \\ 5x - 7y = 20 \end{cases}$

11. Achar dous números sabendo que o maior máis seis veces o menor é igual a 62 e o menor máis cinco veces o maior é igual a 78.

12. Dous números suman 241 e a súa diferenza é 99. Que números son?

13. Pedro ten 335 € en billetes de 5€ e de 10€ se en total ten 52 billetes, cantos ten de cada clase?.

14. Nun hotel hai 67 cuartos entre dobres e sinxelos. Se o número total de camas é 92, cantos cuartos hai de cada tipo?.

15. Deséxase mesturar viño de 1 €/litro con viño de 3 €/litro para obter unha mestura de 1,2 €/litro. Cantos litros deberemos por de cada prezo para obter 2000 litros de mestura?.

16. Nun almacén hai dous tipos de lámpadas, as de tipo A que utilizan 2 bombillas e as de tipo B que utilizan 7 bombillas. Se en total no almacén hai 25 lámpadas e 160 bombillas, cantas lámpadas hai de cada tipo?.

17. Nun parque de atraccións subir á nora custa 1 € e subir á montaña rusa 4 €. Ana sobe un total de 13 veces e gasta 16 €, cantas veces subiu a cada atracción?.

18. Nun curral hai ovellas e galiñas en número de 77 e se contamos as patas obtemos 274 en total. Cantas ovellas e cantas galiñas hai?

19. Atopa un número de dúas cifras sabendo que a suma destas é 7 e a diferenza entre o número e o que resulta ao intercambialas é 27.

20. A suma das idades de Luísa e de Miguel é 32 anos. Dentro de 8 anos a idade de Miguel será dúas veces a idade de Luísa. Que idades teñen ambos os dous?

21. María mercou un pantalón e un xersei. Os prezos destas prendas suman 77€ pero fixéronlle un desconto do 10% no pantalón e un 20% no xersei, pagando en total 63'60€. Cal é o prezo sen rebaixar de cada prenda?

22. Acha dous números tales que se se dividen o primeiro por 3 e o segundo por 4, a suma dos cocientes é 15, mentres que se se multiplica o primeiro por 2 e o segundo por 5 a suma dos produtos é 188.

23. Resolve os sistemas de inecuacións:

a) $\begin{cases} -3x < 2(-6x+8) \\ -16x - 31 \leq -5x \end{cases}$ b) $\begin{cases} -9x \geq 12x - 28 \\ 6(x+5) < 2x \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ 2x - 56 < 11x \end{cases}$ d) $\begin{cases} 16x - 39 < 5x \\ -4x \geq 12x - 15 \\ 6(2x+7) \leq 2x \end{cases}$

24. Rosa quere mercar globos e serpentinas para adornar a festa de fin de curso. Quere mercar dobre número de paquetes de globos que de serpentinas e non quere mercar menos de 30 paquetes de globos. Se o paquete de serpentinas vale 4€ e o de globos 3€ e ademais non quere gastar máis de 248 €. Cantos paquetes de serpentinas pode mercar?

25. A piscina do edificio A é un cadrado e a do edificio B un rectángulo, un dos lados do cal mide o mesmo que o do cadrado e outro 6 m. Para que medidas do lado do cadrado o perímetro da piscina do edificio A é maior que o da piscina do edificio B?

26. Pedro ten 87 € para mercar todos os discos do seu cantante preferido. Se cada disco custase 23 € non tería suficiente diñeiro, pero se custase 15 € entón sobraríalle. Cantos discos ten do cantante?

Para saber máis

Sistemas de inecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas

Un sistema de inecuacións con dúas incógnitas, esta formado por dous ou máis inecuacións con dúas incógnitas.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y < c_1 \\ a_2x + b_2y < c_2 \end{cases}$$

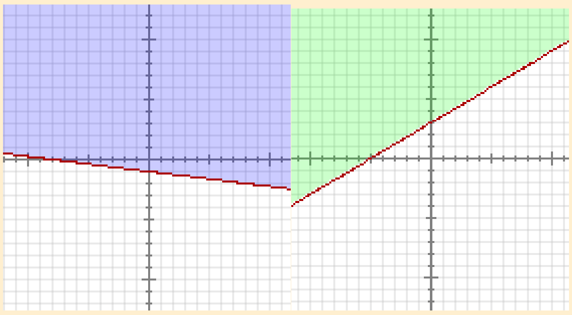
Resólvese graficamente.

Para representar graficamente a solución dun sistema de inecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas, represéntase o semiplano solución de cada inecuación e tómase a intersección de todos os semiplanos representados

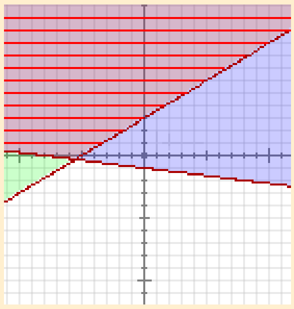
$$\begin{cases} x + 8y > -8 \\ -3x + 15y > 15 \end{cases}$$

Resólvese por separado cada inecuación:

x+8y >-8 -3x+5y>15



A solución é a zona común ás dúas solucións, a zona raiada en vermello



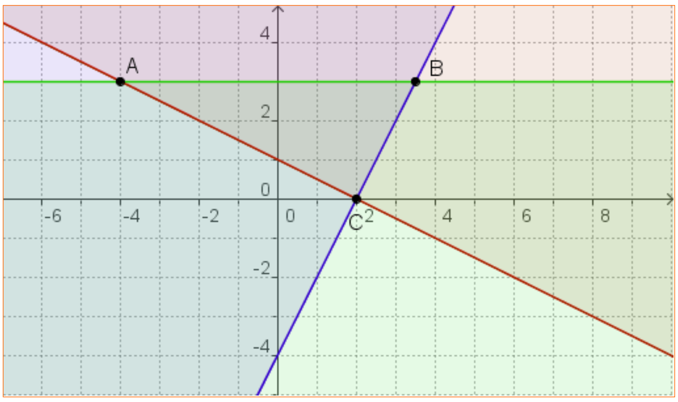
OUTRO EXEMPLO

$x + 2y - 2 \geq 0$

$2x - y - 4 \leq 0$

$y - 3 \leq 0$

A solución é o triángulo de vértices ABC, común ás tres zonas



Lembra o máis importante

Sistemas de dúas ecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas

Ven dado pola expresión:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

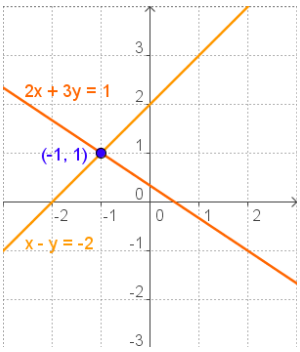
a, **b**, **p** ,**q** son os coeficientes
c e **r** son os termos independentes

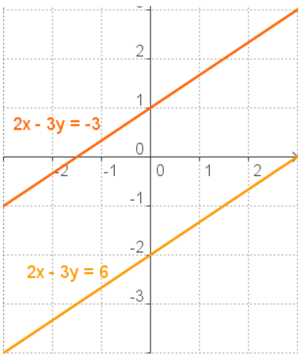
Métodos de solución

- Redución
- Substitución
- Igualación

Clasificación

- **Sistema Compatible Determinado**
  O que ten unha única solución
- **Sistema Compatible Indeterminado**
  O que ten infinitas solucións
- **Sistema Incompatible**
  O que non ten solución





Sistemas de inecuacións cunha incógnita

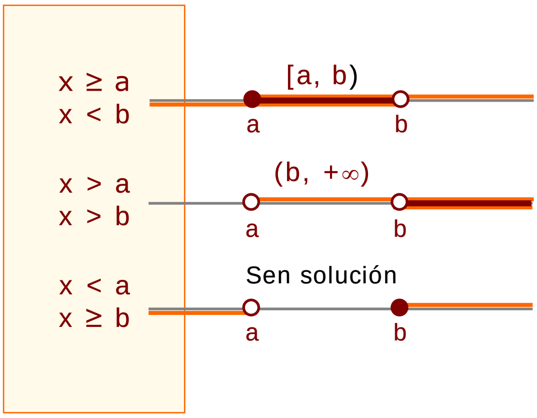
A solución dunha inecuación é un conxunto de puntos de **R**. Será dalgunha destas formas:

$$\begin{array}{l} x < a \to (-\infty, a) \\ x \leq a \to (-\infty, a] \\ x > \to (a, +\infty) \\ x \geq \to [a, -\infty) \end{array}$$

Dous ou máis inecuacións lineais cunha incógnita forman un **sistema de inecuacións lineais**.

Para **resolver** un sistema de inecuacións cunha incógnita resólvese cada unha por separado.

A solución do sistema é a **intersección** de todas as solucións.



Para resolver problemas

- ✓ Comprender o enunciado.
- ✓ Identificar as incógnitas.
- ✓ Traducir á linguaxe alxébrica.
- ✓ Resolver o sistema.
- ✓ Comprobar as solucións.

Autoavaliación

1. Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas a única solución das cales sexa: x=5, y=-9

2. Acha o valor da para que o sistema seguinte sexa compatible indeterminado.

$$\begin{cases} ax - 6y = 3 \\ -12x - 24y = -12 \end{cases}$$

3. Resolve o sistema: $\begin{cases} 11x - 4 \leq 12x \\ -2x + 14 \geq 5x \end{cases}$

4. Escribe unha solución da ecuación: $-x + 2y = 4$

5. Resolve por redución: $\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

6. Resolve por substitución: $\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$

7. Resolve por igualación: $\begin{cases} x + 4y = 23 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$

8. Acha dous números a diferenza da cal sexa 18 e a súa media aritmética sexa 124

9. Indica qué tipo de sistema é: $\begin{cases} 2x + 10y = 56 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$

10. Acha as dimensións dun rectángulo de perímetro 692 cm se a base mide 40 cm menos que a altura.

Solucións dos exercicios para practicar

1. a) 15 b) -18
c) 5 d) 19

2. a) $x = 1 \;\; y = 21$
b) $x = -6 \;\; y = -7$

3. a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

4. a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

5. a) non b) si

6. a) Hai infinitas solucións
b) $x = 5 \;\; y = 3$

7. a) $x = 3 \;\; y = 9$
b) $x = 5 \;\; y = 1$

8. a) $x = -3 \;\; y = -1/3$
b) $x = 9 \;\; y = -1$

9. a) $x = -1 \;\; y = -9$
b) $x = 4 \;\; y = 7$

10. a) x=7 y=8 b) x=1 y=5
c) x=4 y=2 d) x=4 y=0

11. 14 e 8

12. 170, 71

13. 15 de 10€ e 37 de 5€

14. 25 dobres e 42 sinxelos

15. 1800 litros de 1€ e 200 litros de 3€

16. 3 de tipo A e 22 de tipo B

17. 12 veces á nora e 1 á montaña

18. 17 galiñas e 60 ovellas

19. O nº 52

20. Luísa ten 8 e Miguel 24 anos

21. O pantalón 20€ e o xersei 57€

22. 24 e 28

23. a) $[31/11, 16/9)$ b) $(-\infty, -15/2]$
c) $[0, 3]$ d) $(-\infty, -21/5]$

24. entre 15 e 24

25. x>6

26. Entre 4 e 5 discos

Solucións AUTOAVALIACIÓN

1. $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = 14 \end{cases}$

2. a=-3

3. [-4,2]

4. x=0 y=2

5. x=4 y=1

6. x=2 y=3

7. x=3 y=5

8. 133 y 115

9. SCI

10. base=153 altura=193