



Funciones y gráficas

Contenidos

1. Funciones reales
 - Concepto de función
 - Gráfico de una función
 - Dominio y recorrido
 - Funciones definidas a trozos
2. Propiedades de las funciones
 - Continuidad y discontinuidades
 - Periodicidad
 - Simetrías
3. Tasa de variación y crecimiento
 - Tasa de variación
 - Crecimiento y decrecimiento
 - Máximos y mínimos
 - Concavidad y puntos de inflexión

Objetivos

- Conocer e interpretar las funciones y las distintas formas de presentarlas.
- Reconocer el dominio y el recorrido de una función.
- Determinar si una función es continua o discontinua.
- Hallar la tasa de variación y la tasa de variación media de una función en un intervalo.
- Determinar el crecimiento o decrecimiento de una función y hallar sus máximos y mínimos.
- Reconocer los puntos de inflexión.
- Comprobar la simetría de algunas funciones respecto al origen y al eje OY.
- Reconocer si una función es periódica.



Antes de empezar

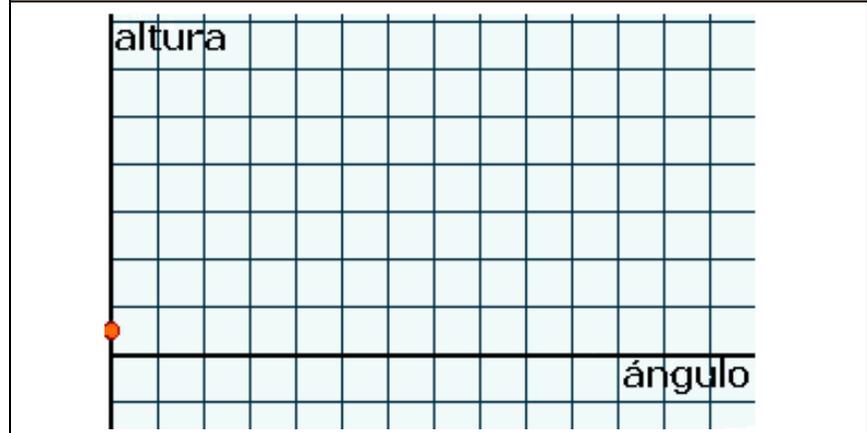
Investiga

Imagina que montas en una noria cuyo radio mide 30 m y para subir hay que ascender 5 m desde el suelo. La noria comienza a girar,

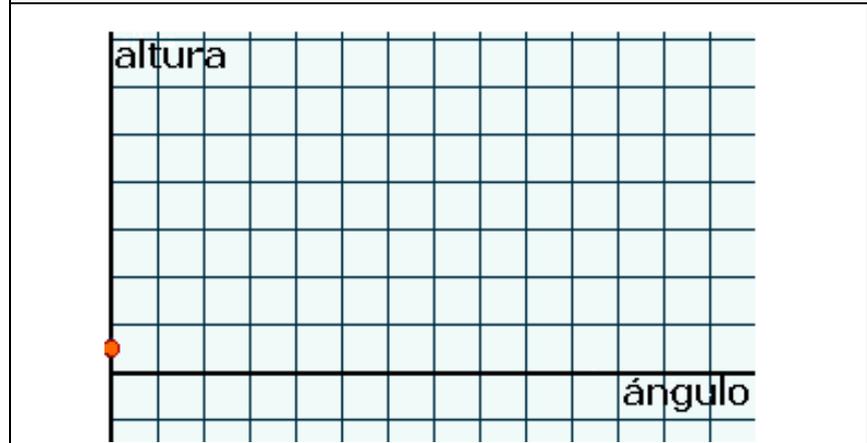


¿Cómo es la gráfica de la función que da la altura a la que te encuentras según el ángulo de giro?

Dibuja aquí las gráficas correspondientes



Tú vas en la cabina naranja y unos amigos en la verde, ¿cómo será su gráfica?



El lenguaje de las gráficas

De las distintas formas en que puede presentarse una función, mediante un enunciado, una tabla, una expresión algebraica o una gráfica, esta última es la que nos permite ver de un sólo vistazo su comportamiento global, de ahí su importancia.

En este tema aprenderás a reconocer e interpretar sus características principales.

Pulsa en  para ver un vídeo al respecto

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1. Funciones reales

1.a. Concepto de función

Lee y completa el texto:

Una función es una _____ entre dos conjuntos numéricos, de tal forma que a cada elemento del conjunto inicial le corresponde _____ del conjunto final.

Se relacionan así dos variables numéricas que suelen designarse con x e y.

$$f: x \rightarrow y=f(x)$$

- ✓ x es la variable _____
- ✓ y es la variable _____

En la escena puedes ver representada una función extraída de una información gráfica.



El gráfico describe el recorrido de la 9ª Etapa de la Vuelta Ciclista 2007, indicando los km totales y la altitud en los puntos principales del trayecto.

Pulsa para continuar y ver una versión más simplificada de la gráfica



A la izquierda aparece la gráfica anterior trazada sobre unos ejes cartesianos, para simplificarla se han unido los puntos principales mediante segmentos. Se trata de una función que da la altitud según los km recorridos.

Observa los valores que toma y completa la tabla de valores (puedes arrastrar el punto rojo en la escena para ayudarte a saber la altura en cada punto).

km	0	24	34		87	113	121	153	160	
alt			740	1290		1020		1130		1882

Contesta:

	RESPUESTA
Para que una gráfica sea de una función, ¿cuántos valores de y le pueden corresponder a cada valor de x?	

Pulsa en el botón



para comprobarlo haciendo un ejercicio

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. Gráfica de una función

Para ver el comportamiento de una función, $f: x \rightarrow y$, recurrimos a su **representación gráfica** sobre los ejes cartesianos, en el eje de abscisas (OX) la variable _____ y en el de ordenadas (OY) la variable _____; siendo las coordenadas de cada punto de la gráfica: $(_, f(_))$.

En la escena está representada la función:

$$f(x) = -0,5x^2 + 3x + 3,5$$

Sigue los pasos pulsando en las flechas ◀ y ▶

Comienza por hacer una tabla de valores

x											
f(x)											

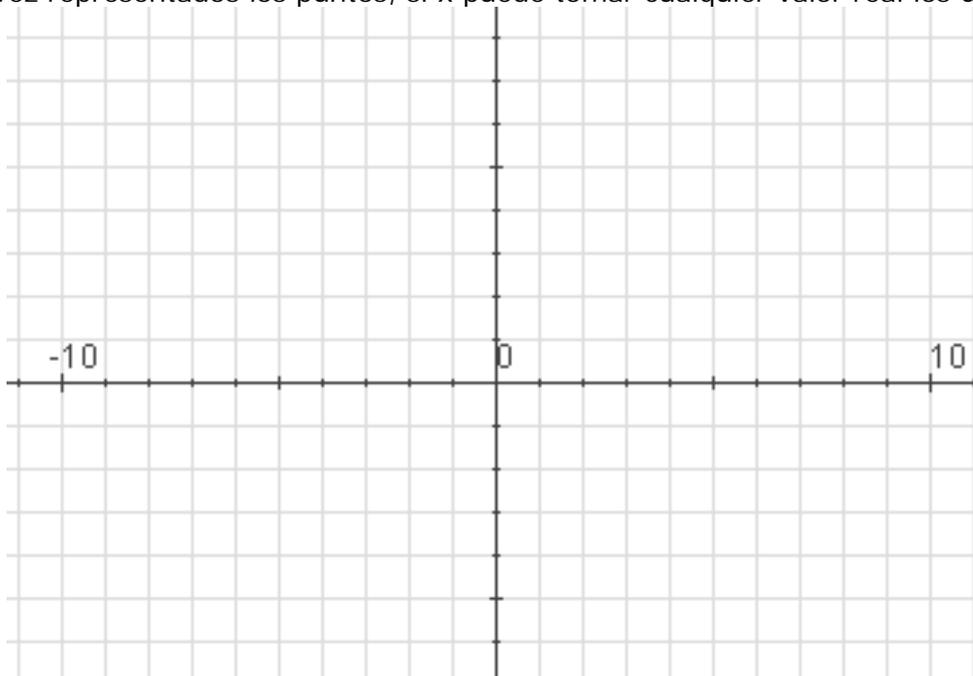
Hay unos puntos que tienen especial interés, los que la gráfica corta a los ejes coordenados. Para calcularlos:

- ✓ Corte con el eje OY: Los puntos del eje de ordenadas tienen abscisa 0, basta hacer $x=0$ en la fórmula de la función.
- ✓ Cortes con el eje OX: Los puntos del eje de abscisas tienen $y=0$. Se resuelve la ecuación $f(x)=0$

En nuestro ejemplo son:

x=0	
f(x)=0	

Se representan los puntos obtenidos, x en el eje de abscisas (OX), f(x) en el de ordenadas (OY). Una vez representados los puntos, si x puede tomar cualquier valor real los unimos



Pulsa en el botón



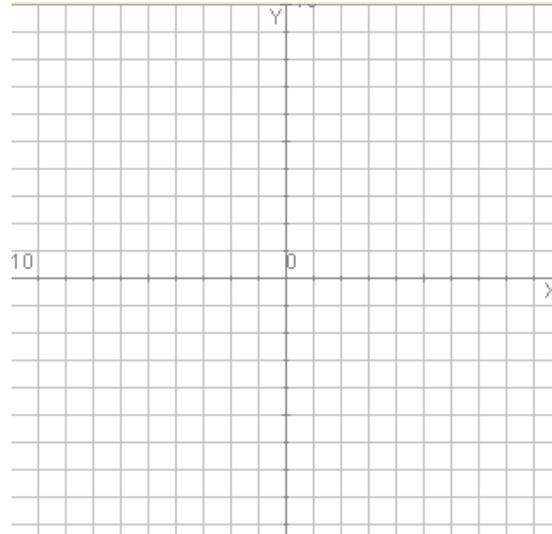
para hacer unos ejercicios.

En cada caso haz una tabla de valores y representa los puntos en los ejes de coordenadas, siguiendo las instrucciones de la escena:

1

$$f(x) = 3x - 2$$

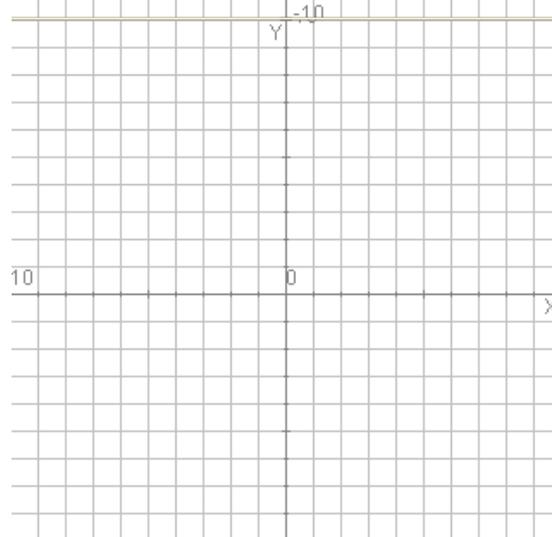
x	f(x)



2

$$f(x) = -x^2 + 4x$$

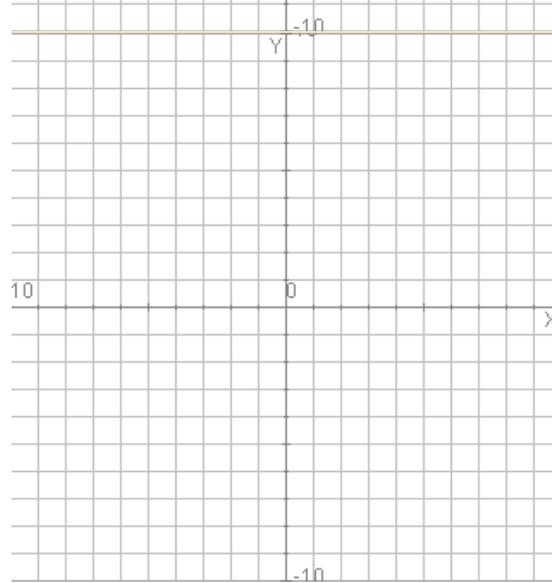
x	f(x)



3

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$$

x	f(x)



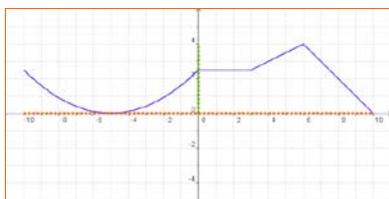
Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.c. Dominio y recorrido

Dada una función $y=f(x)$

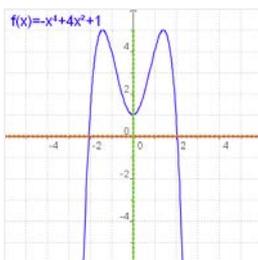
- ✓ Se llama **dominio** de f _____
Se indica como **Dom f**.
El dominio está formado, por tanto, por los valores de x para los que existe la función, es decir, para los que hay un $f(x)$.
- ✓ El **recorrido** es _____
esto es el conjunto de las imágenes. Se representa como **Im f**.

En la escena de la derecha vemos varios ejemplos de como calcular el dominio de algunas funciones, con su ayuda completa:



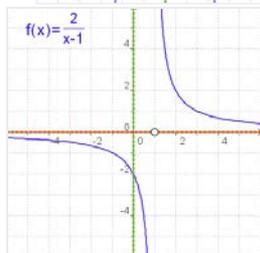
Dominio de f : _____

Recorrido de f : _____



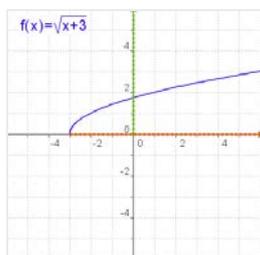
Dominio de f : _____

Recorrido de f : _____



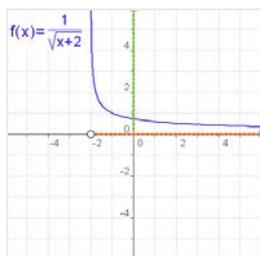
Dominio de f : _____

Recorrido de f : _____



Dominio de f : _____

Recorrido de f : _____



Dominio de f : _____

Recorrido de f : _____

Resume tú los distintos casos que se nos pueden presentar a la hora de calcular el dominio, atendiendo a la forma de la expresión algebraica

Expresión analítica	Dominio
Un polinomio	
Un cociente	
Una raíz cuadrada	

Pulsa en el botón  para hacer unos ejercicios.

Copia a continuación dos ejercicios de cada tipo:

<p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>4</p>

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.d. Funciones definidas a trozos

Hay un tipo de funciones que vienen definidas con distintas expresiones algebraicas según los valores de x , se dice que están **definidas a trozos**.

Para describir analíticamente una función formada por trozos de otras funciones, se dan las expresiones de los distintos tramos, por orden de izquierda a derecha, indicando en cada tramo los valores de x para los que la función está definida.

En la escena puedes ver ejemplos de este tipo de funciones y su representación gráfica.

Practica con ella antes de pasar a hacer tú los siguientes ejercicios:

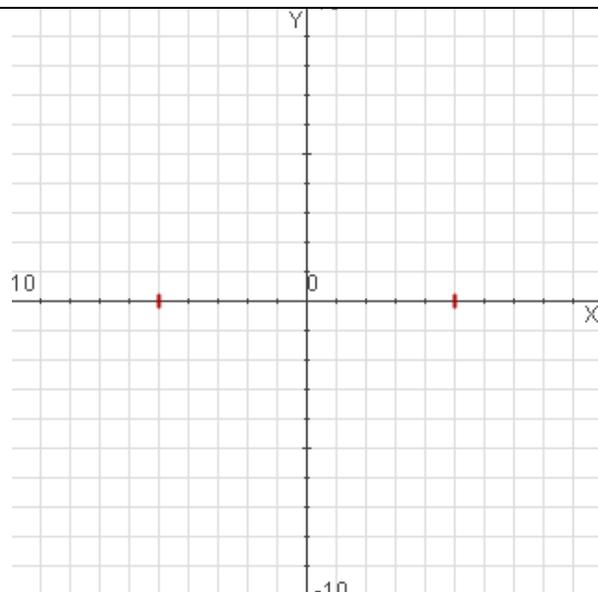
Pulsa en el botón  para hacer unos ejercicios.

Haz a continuación un par de ejercicios y comprueba en la escena el resultado:

Calcula la imagen de los valores indicados:

$$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$$

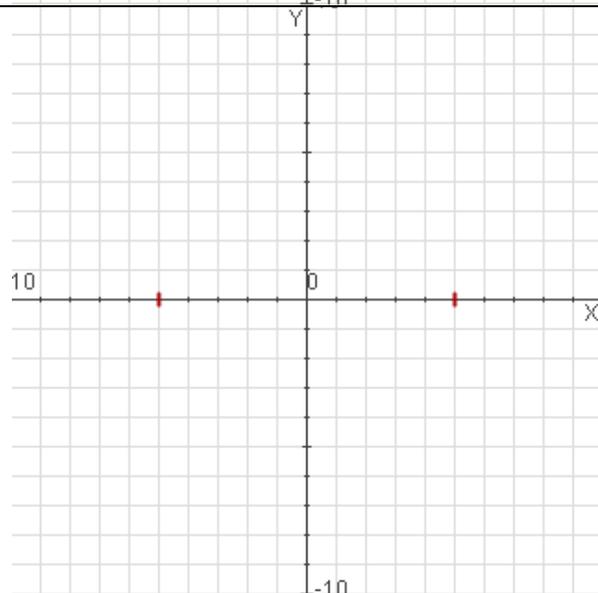
$f(\text{---}) = \text{---}$



Calcula la imagen de los valores indicados:

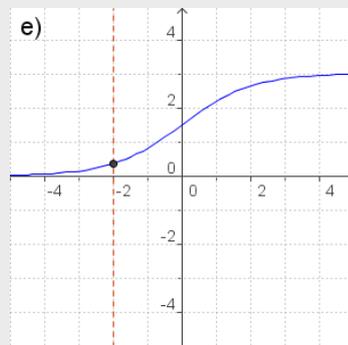
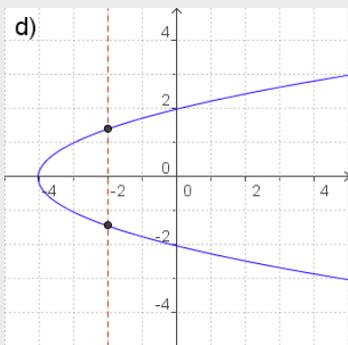
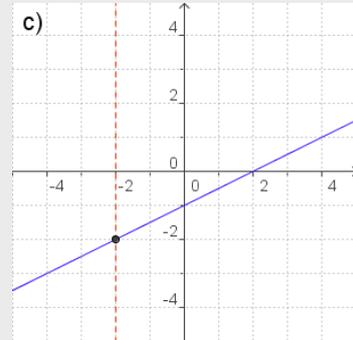
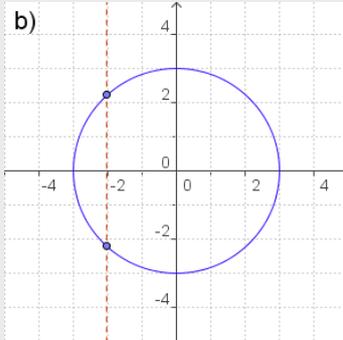
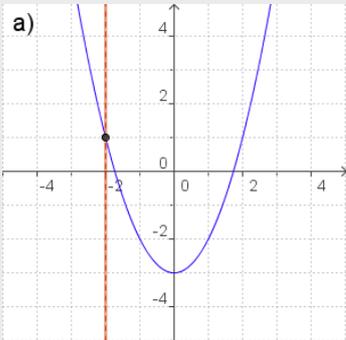
$$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$$

$f(\text{---}) = \text{---}$



EJERCICIOS

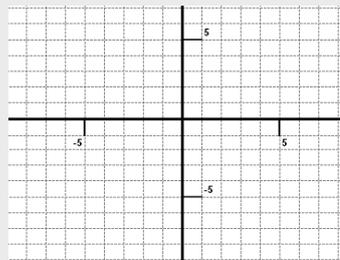
1. De las siguientes gráficas indica las que corresponden a una función y las que no.



2. Haz una tabla de valores, dibuja los puntos obtenidos y representa la función.

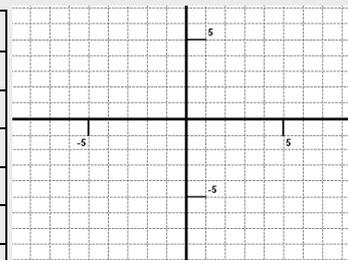
a) $f(x) = 2x - 3$

x	f(x)



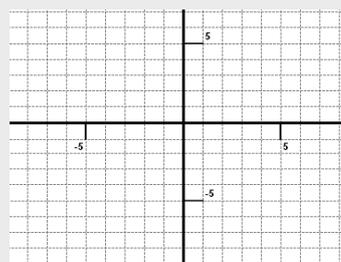
b) $f(x) = -x^2 + 4x$

x	f(x)



c) $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$

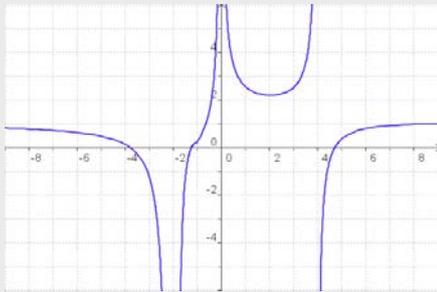
x	f(x)



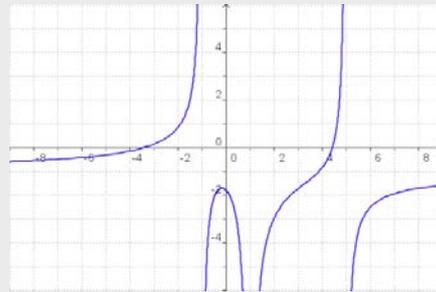
EJERCICIOS

3. Calcula el dominio de las siguientes funciones.

a)



b)



c) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x$

d) $f(x) = \frac{x}{x-2}$

e) $f(x) = \sqrt{x-5}$

f) $f(x) = \sqrt{5-x}$

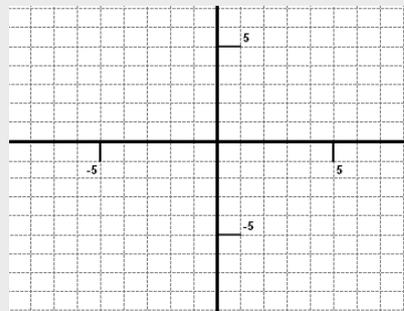
g) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x+4}}$

h) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

4. En las siguientes funciones, definidas a trozos, calcula las imágenes de los valores de x indicados y representalas gráficamente.

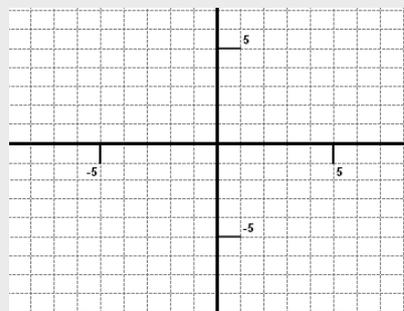
a) $f(x) = \begin{cases} -0,5x - 1 & \text{si } x < -2 \\ -2 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

x	f(x)
-4	
-2	
1	
3	
6	



b) $f(x) = \begin{cases} 0,5x + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ -x + 1 & \text{si } -2 < x < 2 \\ 0,5x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

x	f(x)
-6	
-2	
0	
2	
4	



Pulsa  para ir a la página siguiente.

2. Propiedades de las funciones

2.a. Continuidad y discontinuidades

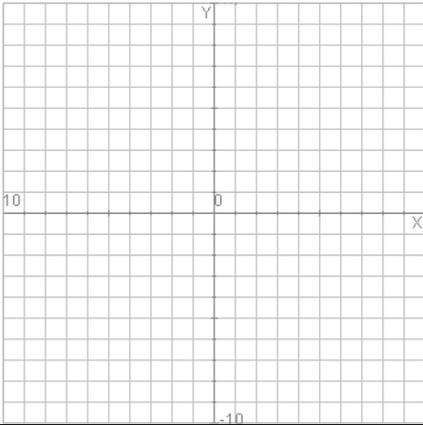
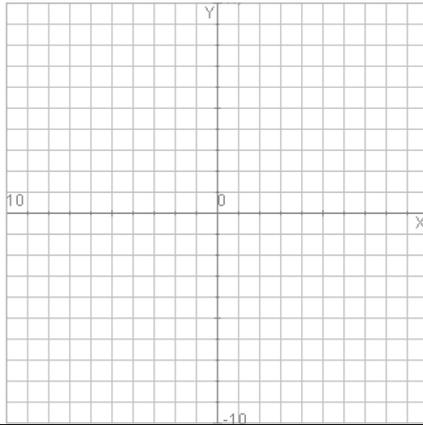
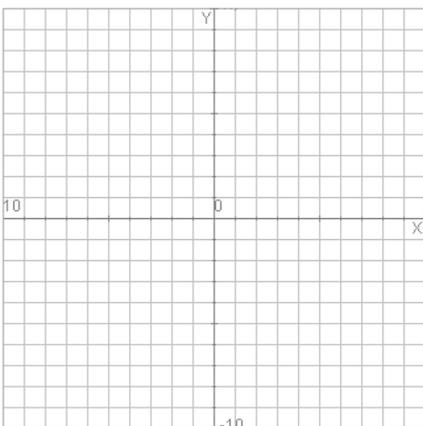
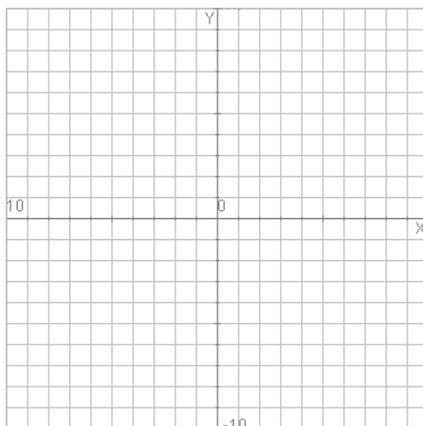
La primera idea de función **continua** es la que puede ser representada de un solo trazo, sin levantar el lápiz del papel.

Una función $y=f(x)$ es **continua** en $x=a$ si:

- _____
- _____
- _____

Cuando una función no es continua en un punto se dice que presenta una _____

Con ayuda de la escena de la derecha completa la tabla y dibuja un ejemplo de cada uno de los casos:

Razones por las que una función no es continua en un punto:	
<p>Ejemplo</p> 	<p>Ejemplo</p> 
<p>Ejemplo</p> 	<p>Ejemplo</p> 

Pulsa en el botón



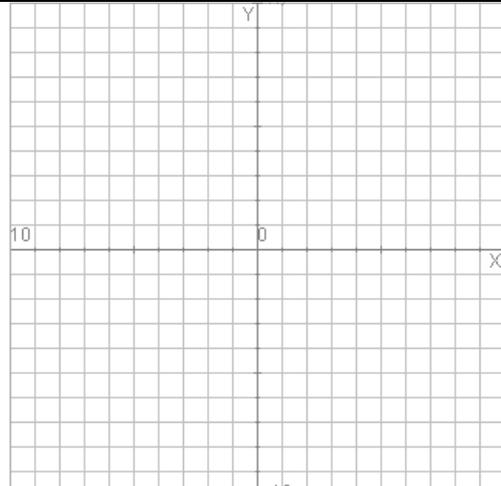
para hacer unos ejercicios.

Haz a continuación tres ejercicios y comprueba en la escena el resultado:

Calcula el valor de K para que la función

$f(x) =$

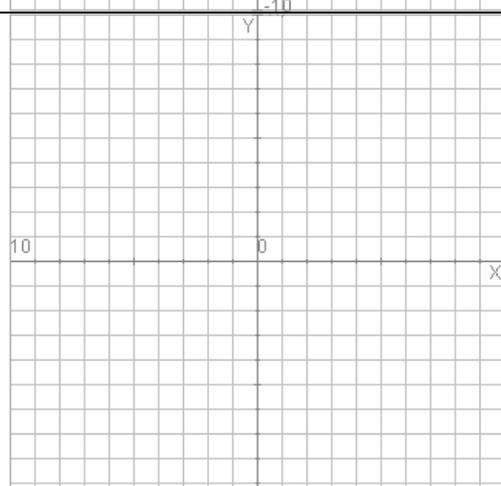
Sea continua en $x =$ _____



Calcula el valor de K para que la función

$f(x) =$

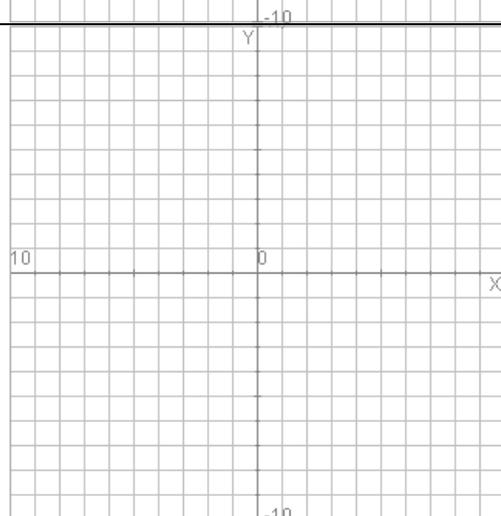
Sea continua en $x =$ _____



Calcula el valor de K para que la función

$f(x) =$

Sea continua en $x =$ _____



Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.b. Funciones periódicas

En la naturaleza y en tu entorno habitual hay fenómenos que se repiten a intervalos regulares, como el caso de las mareas, los péndulos y resortes, el sonido...

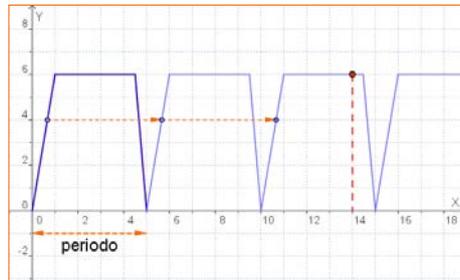
Las funciones que describen este tipo de fenómenos se dicen periódicas

Una **función** es **periódica** cuando _____

 El **periodo** es _____
 $f(x + \text{periodo}) = f(\underline{\quad})$

En la escena de la derecha tienes un ejemplo de una función periódica

Una cisterna se llena y vacía automáticamente expulsando 6 litros de agua cada 5 minutos, siguiendo el ritmo de la gráfica. Cuando el depósito está vacío comienza el llenado, que cuesta 1 minuto, permanece lleno 3,5 minutos y se vacía en 0,5 minutos. Este proceso se repite periódicamente.

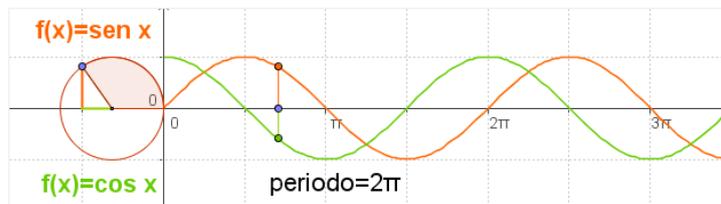


CONTESTA ESTAS CUESTIONES:

	RESPUESTAS
Para conocer el volumen de agua en el depósito en cada instante, ¿cuánto tiempo necesitamos observar el depósito?	
¿Cuál es la cantidad de agua al cabo de 14 minutos?	
Escribe a la derecha la expresión de $f(x)$	

Regula tú el dispositivo, variando la cantidad de agua y el tiempo.

Pulsa en el botón  para ver unas funciones periódicas básicas, la función seno y la función coseno.



Pulsa  para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

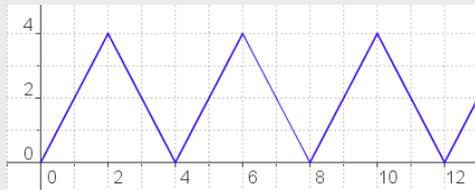
5. Calcula el valor de k para que las siguientes funciones sean continuas en el punto en que cambia la gráfica:

a) $f(x) = \begin{cases} 0,5x + k & x \leq 4 \\ x - 3 & x > 4 \end{cases}$

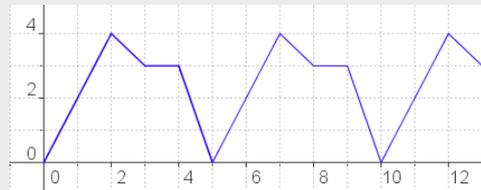
b) $f(x) = \begin{cases} k & x \leq 1 \\ -x + 1 & x > 1 \end{cases}$

6. ¿Cuál es el periodo de las funciones siguientes? En cada caso calcula f(45).

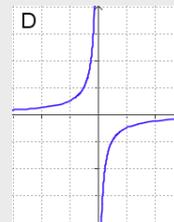
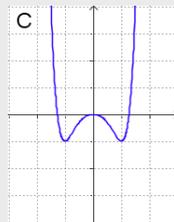
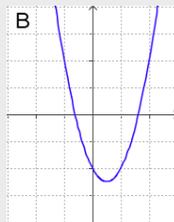
a)



b)



7. De entre las siguientes gráficas selecciona las que corresponden a funciones pares y a funciones impares.



8. ¿Las funciones siguientes (corresponden a las de ej.7) son pares ó impares?

a) $f(x) = x^3 - 3x$

b) $f(x) = 2x^2 - 2x - 2$

c) $f(x) = x^6 - x^4 - x^2$

d) $f(x) = -1/x$

Pulsa  para ir a la página siguiente.

3. Tasa de variación y crecimiento

3.a. Tasa de variación de una función

La **tasa de variación** o **incremento** de una función es _____

$$TV[x_1, x_2] =$$

De más utilidad resulta calcular la llamada **tasa de variación media**, que nos indica

$$TVM[x_1, x_2] = \text{-----}$$

En la escena de la derecha vemos una gráfica que representa la distancia en km recorrida de un ciclista en función del tiempo, en minutos, empleado.

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
La tasa de variación entre dos instantes es	
$TV[5, 12] =$	
$TV[12, 15] =$	
$TV[15, 21] =$	
$TV[22, 30] =$	
Velocidad media [15, 21]	
Velocidad media [22, 30]	
¿Cómo es la gráfica en los intervalos [5, 12], [19, 22] y [22, 30]? ¿Por qué?	
Si trasladamos a cualquier función la idea de velocidad media de esta gráfica, ¿qué obtenemos?	

Pulsa en el botón  para hacer unos ejercicios.

Cuando la gráfica de la función es una recta, la TVM es constante. Escribe a continuación cuatro ejercicios y comprueba la solución en la escena

f(x) =	TVM [____ , ____] =	f(x) =	TVM [____ , ____] =
	TVM [____ , ____] =		TVM [____ , ____] =
f(x) =	TVM [____ , ____] =	f(x) =	TVM [____ , ____] =
	TVM [____ , ____] =		TVM [____ , ____] =

Pulsa  para ir a la página siguiente.

3.b. Crecimiento y decrecimiento

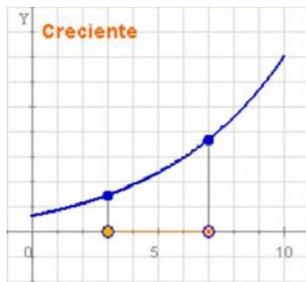
Una característica de las funciones que se puede visualizar fácilmente en las gráficas es la **monotonía**.

Cuando al aumentar el valor de x aumenta el valor de $y=f(x)$, la gráfica "asciende" y se dice que la función es _____.

Si por el contrario al aumentar x disminuye y , la gráfica "desciende", y se dice que la función es _____.

Cuando en un intervalo, dados dos puntos cualesquiera del mismo

- Si $x_1 < x_2$ y $f(x_1) < f(x_2)$, entonces la función es _____
- Si $x_1 < x_2$ y $f(x_1) > f(x_2)$, entonces la función es _____



Las funciones no crecen o decrecen de la misma manera, si pulsas en **Distintos tipos de crecimiento** se abre una escena que lo ilustra con unos ejemplos.

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cuál es la función que crece más deprisa?	
¿Cómo es el crecimiento de la función $g(x)$?	
¿Cuál es la función que crece más lentamente?	

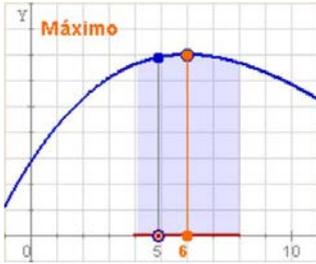
En la escena de la derecha tenemos una función que presenta distintas situaciones; sigue los pasos pulsando en las flechas y .

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Como es la función si $x < 10$?	
¿Cómo es la función si $x > 15$?	
¿Cómo es la función si $10 < x < 15$?	
Si la función es creciente, ¿cómo es la TVM?	
Si la función es decreciente, ¿cómo es la TVM?	

Pulsa en el botón para hacer un ejercicio.

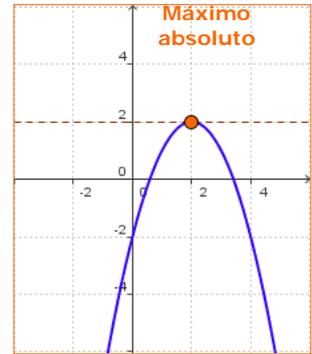
Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Máximos y mínimos



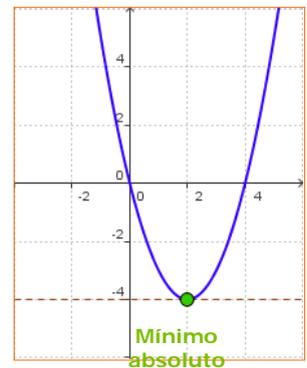
Dada una función continua en un punto $x=a$, se dice que presenta un **máximo relativo**, si a la izquierda de dicho punto la función es _____ y a la derecha la función es _____.

Y diremos que en $x=a$ tiene un **máximo absoluto** si _____



Si, por el contrario, la función es _____ a la izquierda y _____ a la izquierda hay un **mínimo relativo**.

Y diremos que en $x=a$ tiene un **mínimo absoluto** si _____



La escena de la derecha ilustra estos conceptos.

Sigue los pasos pulsando en las flechas ◀ y ▶

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Dónde crece la función?	
¿Dónde decrece la función?	
¿Dónde alcanza un máximo relativo?	
¿Dónde alcanza un mínimo relativo?	
¿Cómo es $f(x)$ en un entorno de $x=6$? ¿Por qué?	
¿Cómo es $f(x)$ en un entorno de $x=20$? ¿Por qué?	

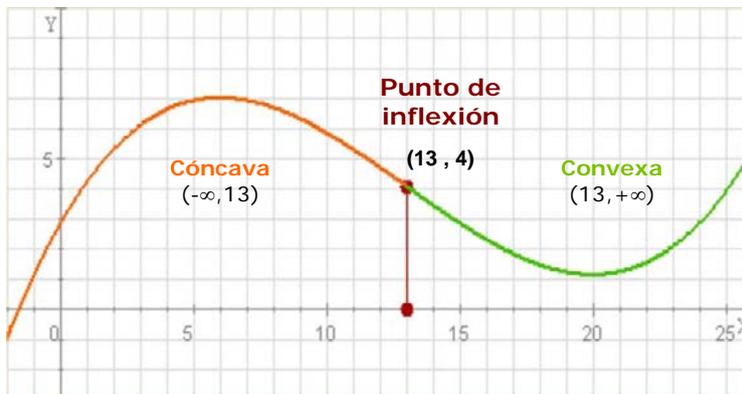
Pulsa en el botón



para leer un ejercicio resuelto.

3.d. Concavidad, convexidad y puntos de inflexión

Otra característica de interés en las gráficas de las funciones es la concavidad, estudiar los intervalos en los que la gráfica se curva hacia abajo o hacia arriba.



Una función es **cóncava** en un intervalo si _____

Una función es **convexa** en un intervalo si _____

Los **puntos de inflexión** son aquellos puntos del dominio en los que _____

La escena de la derecha ilustra estos conceptos.

Sigue los pasos pulsando en las flechas y .

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Donde queda la cuerda que une dos puntos de la gráfica si la función es cóncava?	
¿Donde queda la cuerda que une dos puntos de la gráfica si la función es convexa?	
¿En qué intervalo es cóncava la función? ¿Por qué?	
¿En qué intervalo es convexa? ¿Por qué?	
¿Tiene algún punto de inflexión? ¿Cuál? ¿Por qué?	

Pulsa en el botón



para hacer un test con preguntas del tema.

Pulsa para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

9. Calcula la tasa de variación media de las funciones siguientes entre los puntos indicados. Comprueba en la figura que en las funciones cuyo gráfico es una recta la TVM es constante.



a) $y=2x+3$

b) $y=0,5x+3$

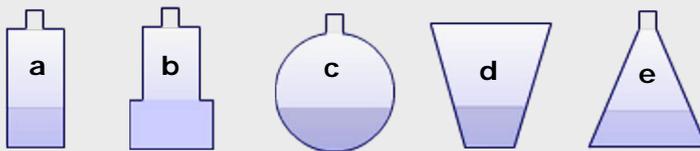
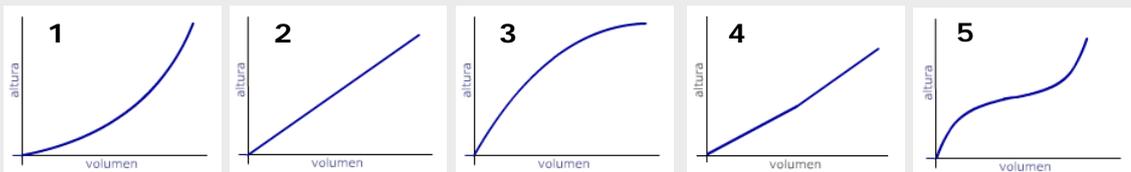
TVM[1,3]=

TVM[1,3]=

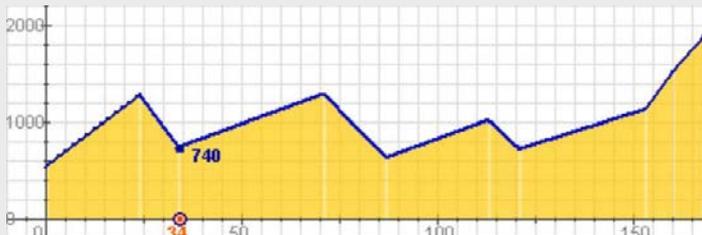
TVM[-5,-2]=

TVM[-3,0]=

10. Las gráficas representan el llenado de los distintos recipientes, ¿qué gráfica corresponde a cada uno?



11. Recuerda la función que daba el “perfil” de una etapa de la Vuelta, que viste en el primer capítulo, a) escribe los intervalos de crecimiento o decrecimiento; b) ¿En qué punto kilométrico se alcanzan los máximos relativos?, ¿qué valor toman?, ¿y los mínimos?; c) Hay máximo ó mínimo absoluto?



km	0	24	34	71	87	113	121	153	160	168
alt	540	1280	740	1290	630	1020	720	1130	1520	1882

Pulsa para ir a la página siguiente.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

Funciones, dominio y recorrido

Una función es	El dominio de una función es	El recorrido de una función es
-----------------------	-------------------------------------	---------------------------------------

x es la variable	y es la variable
-------------------------	-------------------------

Continuidad

Una función es continua	Es discontinua en un punto si
--------------------------------	--------------------------------------

Una función es **periódica** si
 En ese caso se cumple que $f(x) =$

Simetrías

Una función es simétrica par si lo es respecto a se cumple que $f(-x) =$	Una función es simétrica impar si lo es respecto a se cumple que $f(-x) =$
--	--

Tasa de variación

La tasa de variación de una función entre dos puntos es	La tasa de variación media en un intervalo es
--	--

Monotonía

Una función es creciente en un intervalo, cuando dados dos puntos cualesquiera del mismo <ul style="list-style-type: none"> • Si $x_1 < x_2$ entonces $f(x_1) < f(x_2)$ 	Una función es decreciente en un intervalo, cuando dados dos puntos cualesquiera del mismo <ul style="list-style-type: none"> • Si $x_1 < x_2$ entonces $f(x_1) > f(x_2)$
--	--

Extremos relativos

Una función continua en un punto $x=a$, presenta un máximo relativo, si a la izquierda de dicho punto es y la derecha es	Una función continua en un punto $x=a$, presenta un mínimo relativo, si a la izquierda de dicho punto es y la derecha es
--	--

Concavidad y convexidad

Una función es cóncava si la gráfica se abre hacia	Una función es convexa si la gráfica se abre hacia	Los puntos del dominio en los que cambia la concavidad, se llaman
---	---	---

Pulsa  para ir a la página siguiente.



Para practicar

Ahora vas a practicar resolviendo distintos EJERCICIOS. En las siguientes páginas encontrarás EJERCICIOS de:

Características y propiedades de las funciones Interpretación de gráficas

Completa el enunciado con los datos con los que te aparece cada EJERCICIO en la pantalla y después resuélvelo.

Es importante que primero lo resuelvas tú y después compruebes en el ordenador si lo has hecho bien.

Características y propiedades de las funciones

Escribe la fórmula (Haz al menos tres ejercicios diferentes)

1. Considera la función que _____

Escribe su expresión analítica y calcula la imagen de __, __ y __. Calcula también los cortes con los ejes.

--

2. Considera la función que _____

Escribe su expresión analítica y calcula la imagen de __, __ y __. Calcula también los cortes con los ejes.

--

3. Considera la función que _____

Escribe su expresión analítica y calcula la imagen de __, __ y __. Calcula también los cortes con los ejes.

--

Calcular dominios (Haz cinco ejercicios diferentes de cada uno de los tipos que se indican)

4. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 +$ _____

--

b) $f(x) =$ _____

--

c) $f(x) = \sqrt{-}$ _____

--

d) $f(x) = \sqrt{}$ _____

--

e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{}}$ _____

--

Continuidad (Haz al menos dos ejercicios diferentes del primer tipo y cuatro del segundo)

5. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \text{_____}$

b) $f(x) = \text{_____}$

6. Estudia la continuidad de las siguientes funciones en los puntos que se indica:

a) $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$ en $x = \text{___}$

b) $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$ en $x = \text{___}$

c) $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$ en $x = \text{___}$

d) $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$ en $x = \text{___}$

¿Par o impar? (Haz cuatro ejercicios diferentes de cada uno de los tipos que se indican)

7. Estudia la simetría de las funciones:

a) $f(x) =$

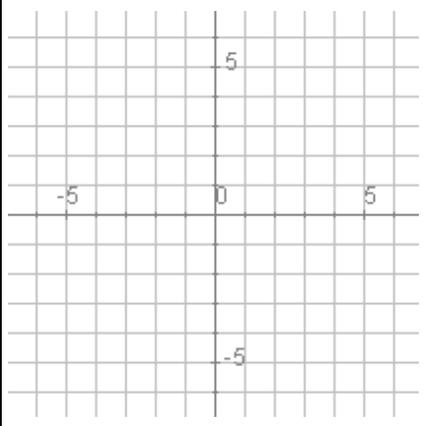
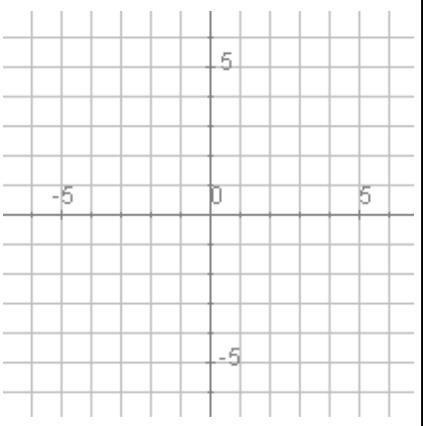
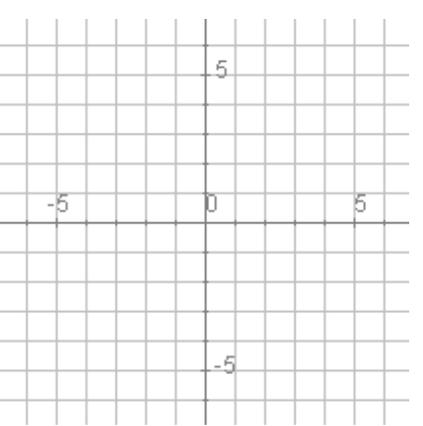
b) $f(x) = \text{_____}$

c) $f(x) = \sqrt{\text{_____}}$

d) $f(x) = \text{_____}$

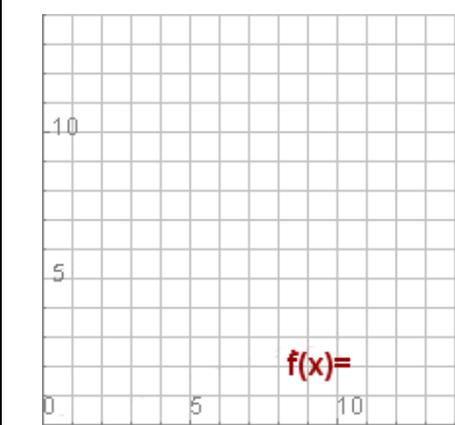
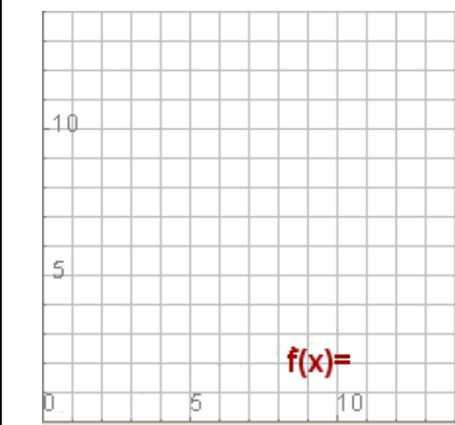
¿Par o impar? (Haz tres ejercicios diferentes)

8. En cada caso la gráfica representa un tramo o periodo de una función periódica, representa otros tramos, indica el periodo y calcula la imagen del punto de abscisa que se indica:

		
Período = $f() =$	Período = $f() =$	Período = $f() =$

Tasa de variación (Haz dos ejercicios diferentes, uno con rectas y otro con curvas)

9. Calcula las TVM de las funciones de las funciones correspondientes a las gráficas en los intervalos $[0,4]$ y $[2,4]$.

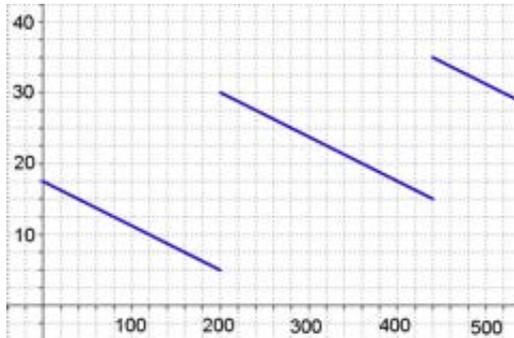
	TVM $[0,4]$ = _____ TVM $[2,4]$ = _____
	TVM $[0,4]$ = _____ TVM $[2,4]$ = _____

Pulsa para ir a la página siguiente.

Interpretación de gráficas

Viaje por la autovía

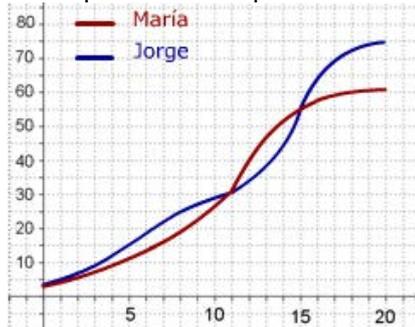
10. El gráfico muestra cómo varía la gasolina que hay en mi coche durante un viaje de 520 km por una autovía.



- a) ¿Cuánta gasolina había al cabo de 240 km? En el depósito caben 40 litros, ¿cuándo estaba lleno más de medio depósito?
- b) ¿En cuántas gasolineras paré?, ¿en qué gasolinera eché más gasolina? Si no hubiera parado, ¿dónde me habría quedado sin gasolina?
- c) ¿Cuánta gasolina usé en los primeros 200 km? ¿Cuánta en todo el viaje? ¿Cuánta gasolina gasta el coche cada 100 km en esta autovía?

Comparando el crecimiento

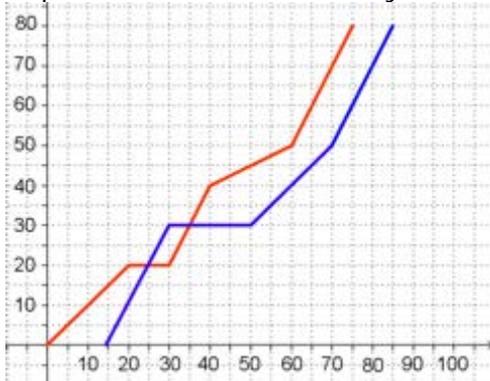
11. María y Jorge son dos personas más o menos normales. En la gráfica puedes comparar como ha crecido su peso en sus primeros 20 años



- a) ¿Cuánto pesaba Jorge a los 8 años?, ¿y María a los 12? ¿Cuándo superó Jorge los 45 kg?
- b) ¿A qué edad pesaban los dos igual? ¿Cuándo pesaba Jorge más que María?, ¿y María más que Jorge?
- c) ¿Cuál fue el promedio en kg/año de aumento de peso de ambos entre los 11 y los 15 años? ¿En qué periodo creció cada uno más rápidamente?

Dos coches

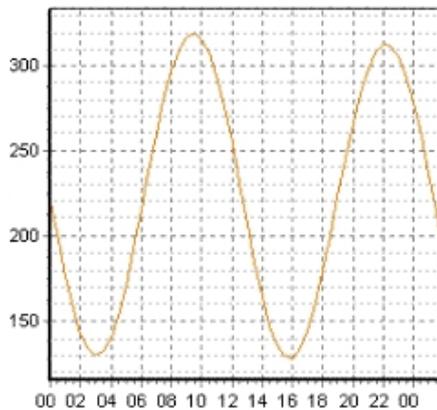
12. El gráfico da el espacio recorrido por dos coches que realizan un mismo trayecto.



- a) ¿Cuál es la distancia recorrida? ¿Si el primer coche salió a las 10:00, a qué hora salió el 2º? ¿Cuánto le costó a cada uno hacer el recorrido?
- b) ¿Cuánto tiempo y dónde estuvo parado cada coche? ¿En qué km adelantó el 2º al 1º?, ¿y el 1º al 2º?
- c) ¿Qué velocidad media llevaron en el trayecto total?, ¿en qué tramo la velocidad de cada coche fue mayor?

Las mareas

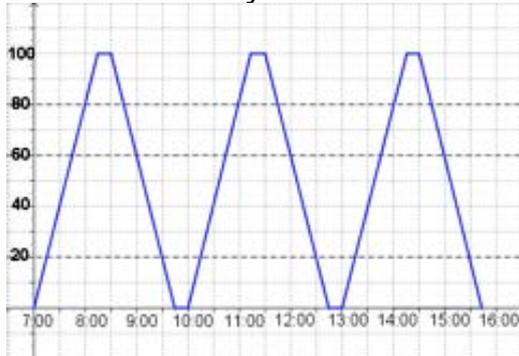
13. En el gráfico se representa la altura del nivel del mar en el puerto de A Coruña a lo largo del día 17 de enero de 2008.



- a) ¿A qué hora se alcanzan los máximos?, ¿y los mínimos?, ¿qué altura alcanza el nivel del mar en cada caso?
- b) ¿En qué intervalos del día la función es creciente, esto es, sube la marea? ¿Entre qué horas el nivel del mar se mantiene por encima de los 300cm?, ¿y por debajo de los 150 cm?
- c) ¿Qué tiempo transcurre entre dos mareas altas consecutivas? ¿y entre dos mareas bajas consecutivas también? ¿A qué hora del día siguiente se producirá la siguiente pleamar?

Tren de cercanía

14. Villa Baja y Villa Alta distan 100 km, el tren que une las dos ciudades realiza el trayecto en 1h 15 min, incluidas las paradas en los pueblos Veinte, Sesenta y Ochenta, situados a esos km respectivos de Villa Baja.



- a) En la gráfica está representado, haz un cuadro horario
- b) En la temporada turística se pretende ampliar el servicio con más salidas de Villa Baja a todas las horas en punto y de forma que el último tren salga de Villa Alta a las 15:30. ¿Cuántos trenes serán necesarios para conseguirlo? Haz un gráfico de los trayectos.
- c) Como sólo hay una vía, al ampliar el servicio, ¿a qué distancia de Villa Baja debe la compañía de ferrocarriles prever los cruces del tren que va con el que vuelve? ¿Cuál será ahora el horario?

Gráfica y fórmula

15. La gráfica siguiente corresponde a la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$



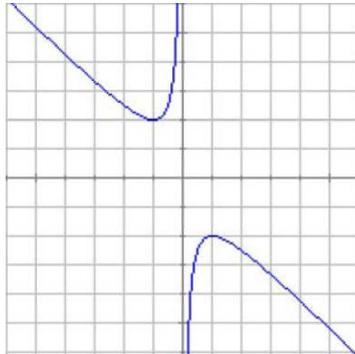
Calcula :

- a) El dominio.
- b) Los puntos de corte con los ejes.

- c) Los valores de x para los que la función es positiva y negativa.
- d) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- e) Los máximos y mínimos.
- f) ¿Cuántos puntos de inflexión tiene?
- g) Los intervalos de concavidad y convexidad.

16. La gráfica siguiente corresponde a la función

$$f(x) = -\frac{x^2 + 1}{x}$$



Calcula :

- a) El dominio.
- b) Los puntos de corte con los ejes.

c) Los valores de x para los que la función es positiva y negativa.

d) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

e) Los máximos y mínimos.

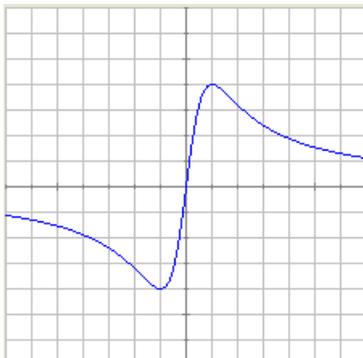
f) ¿Cuántos puntos de inflexión tiene?

g) Los intervalos de concavidad y convexidad.

Dos coches

17. La gráfica siguiente corresponde a la función

$$f(x) = \frac{8x}{x^2 + 1}$$



Calcula :

- a) El dominio.
- b) Los puntos de corte con los ejes.

c) Los valores de x para los que la función es positiva y negativa.

d) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

e) Los máximos y mínimos.

f) ¿Cuántos puntos de inflexión tiene?

g) Los intervalos de concavidad y convexidad.

Pulsa  para ir a la página siguiente.

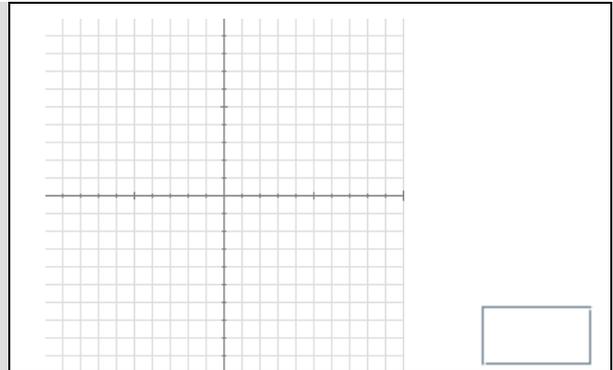
Autoevaluación



Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Calcula la imagen de $x = \underline{\hspace{1cm}}$ en la función:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$



2 Calcula el dominio de la función:

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$\mathbb{R} - \{ \square, \square \}$

3 ¿Cuál de los puntos siguientes: (\square, \square) , (\square, \square) , (\square, \square) no pertenece a la gráfica de la función $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$?

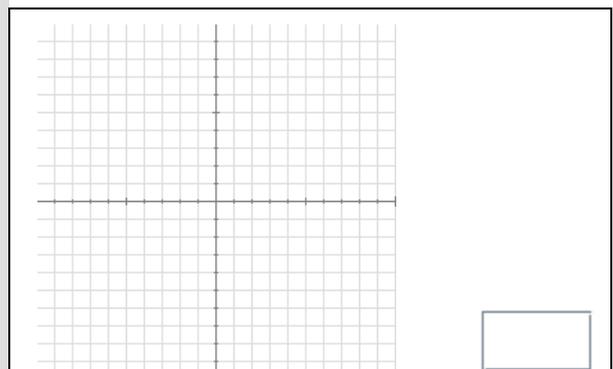
(\square, \square)

4 Calcula los puntos de corte con los ejes coordenados de la recta $y = \underline{\hspace{2cm}}$

OY: $y = \square$
OX: $x = \square$

5 Si $y = f(x)$ es una función $\underline{\hspace{1cm}}$ y $f(\square) = \square$, ¿cuánto vale $f(\square)$?

6 La gráfica muestra el primer tramo de una función periódica de periodo $\underline{\hspace{1cm}}$ y expresión $f(x) = \underline{\hspace{1cm}}$ ($0 \leq x < 5$). Calcula $f(\square)$.

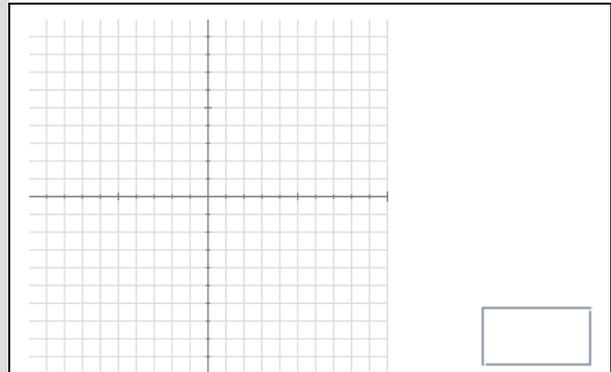


7 Averigua el valor de a para que la función sea continua en $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

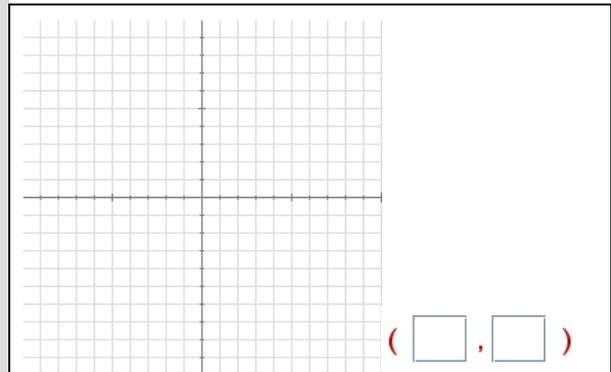
$$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$$

8 Calcula la TVM[,] de la función

$$f(x) =$$



9 Determina el intervalo en que la función de la gráfica es creciente.



10 Un ciclista sale de un punto A hacia otro B distante _____ a una velocidad constante de _____. A la vez otro ciclista sale de B en dirección a A, a _____. Observa la gráfica y calcula a cuántos km del punto A se cruzan en la carretera.

(Redondea a centésimas)

