ENUNCIADO DEL PROBLEMA

El objetivo que nos proponemos es relacionarla máxima velocidad de un vehículo, en una carretera horizontal, con su potencia y su diseño.

Trataremos de contestar estas preguntas:

- ¿Qué velocidad máxima puede adquirir el coche suponiendo despreciable el rozamiento con el suelo?
- ¿Podrías estimar de forma aproximada la velocidad máxima, teniendo en cuenta ese rozamiento ?

DATOS:

- Masa del coche: 1200 kg.
- Coeficiente aerodinámico: Cx=0,28
- Superficie frontal de choque frente al aire: 2,3 $m^2$
- Coeficiente de rozamiento con el suelo por rodadura: 0,0035
- Potencia del motor: 115 CV
- Densidad del aire: 1,225 $kg/m^3$

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:

En el siguiente esquema vemos las fuerzas que actúan sobre el automóvil:


La fuerza del motor en realidad se transmite a través de las ruedas como un empuje del suelo hacia atrás. La reacción, que empuja el coche hacia adelante, es la que está representada en rojo como fuerza del motor. Esta fuerza es variable ya que cumple la relación: **P = Fm·v** donde **P** es la potencia del coche expresada en vatios (1 CV=736 vatios), **Fm** es la fuerza del motor y **v** es la velocidad del coche en un momento dado.

La fuerza de rozamiento depende del coeficiente de rozamiento y la fuerza normal que ejerce el coche contra el suelo, es decir, su peso. **Fr=μ·m·g** donde m es la masa del coche y g =9,8 N/kg es la intensidad de la gravedad. Hagamos notar que el coeficiente de rozamiento μ por rodadura es muy inferior al que habría por deslizamiento. Por eso si queremos empujar un coche no debe estar echado el freno, ya que, entonces, las rudas no girarían y el rozamiento sería mucho mayor.

La fuerza de fricción con el aire es también una fuerza variable: **Ff=1/2·ρ·S·Cx·v²** donde la densidad del aire es **ρ**, **S** es la superficie frontal del coche, **Cx** su coeficiente aerodinámico y **v** es la velocidad en un instante dado.

A medida que aumenta la velocidad **Fm= P/v** disminuye y la fuerza de fricción con el aire aumenta. Llegará un momento en que la fuerza del motor se iguale con las fuerzas opuestas al movimiento. La resultante de las fuerzas será nula y, a partir de entonces, la aceleración también será nula. El coche habrá alcanzado su velocidad máxima.

En ese momento: **Fm =Ff+Fr**, o bien: **$P/v = 1/2\cdot\rho\cdot S\cdot Cx\cdot v^2 + \mu\cdot m\cdot g$** **Ecuación 1**

Esta ecuación es la base de nuestra solución al problema.

SOLUCIÓN

> Primera pregunta: ¿Qué velocidad máxima puede adquirir el coche suponiendo despreciable el rozamiento con el suelo?

Si el rozamiento con el suelo se considera despreciable, la ecuación 1 se reduce a: **$P/v = 1/2\cdot\rho\cdot S\cdot Cx\cdot v^2$** de donde podemos despejar la velocidad máxima:

**$P = 1/2\cdot\rho\cdot S\cdot Cx\cdot v^3$** y, finalmente:

$$v = \sqrt[3]{\frac{P}{1/2\cdot\rho\cdot S\cdot Cx}}$$

No olvidemos que la potencia P=115 CV =115·736 =84640 vatios. Sustituyendo todos los datos **v=59,87 m/s** (una velocidad de más de 200 km/hora)

> Segunda pregunta: ¿Podrías estimar de forma aproximada la velocidad máxima, teniendo en cuenta ese rozamiento?

Al no despreciar el rozamiento, debemos utilizar la ecuación 1 en su integridad:

**$P/v = 1/2\cdot\rho\cdot S\cdot Cx\cdot v^2 + \mu\cdot m\cdot g$** O, reemplazando datos:

**$84640/v = 1/2\cdot 1{,}225\cdot 2{,}3\cdot 0{,}28\cdot v^2 + 0{,}035\cdot 1200\cdot 9{,}8$**

**$84640/v = 0{,}39445\cdot v^2 + 411{,}6$** **Ecuación 2**

Con nuestro conocimiento de Matemáticas puede que no sepamos calcular la solución exacta de esta ecuación, sin embargo es fácil llegar a una solución tan aproximada como queramos con un procedimiento iterativo:

Comenzaremos por suponer que, teniendo en cuenta el rozamiento, la velocidad máxima del coche sería menor que la calculada. Pongamos como hipótesis de partida que esta velocidad pudiera ser de 50 m/s. Probamos este valor, sustituyéndolo en la primera parte de la ecuación 2 y despejando **v** en la segunda:

84640/50=$\mathbf{1693 = 0{,}39445 \cdot v^2 + 411{,}6}$ Despejando **v:**

$$v = \sqrt{\frac{1693 - 411{,}6}{0{,}39445}} = 57$$

Esta velocidad no sería aún la auténtica velocidad máxima. Deberíamos reemplazar su valor de nuevo en la primera parte de la ecuación 2 y recalcular una nueva velocidad. ¿Cuando pararíamos este proceso? Cuando dos cálculos sucesivos de velocidad dieran valores prácticamente iguales. Así tendríamos un valor muy bien aproximado de la velocidad máxima que sería en realidad **v=54,08 m/s** .(Puedes comprobar este valor en la escena que ya has experimentado).

Si quieres realizar los cálculos indicados de forma cómoda, puedes probar esta segunda escena.