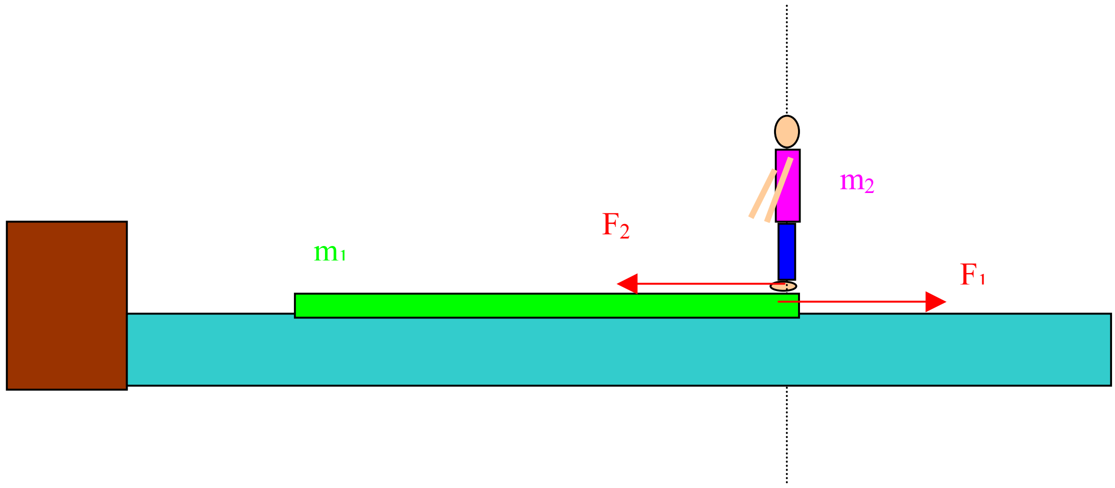
LA BARCA Y EL BARQUERO

Mientras un barquero de 90 kg se desplaza los 4 m de proa a popa que mide su barca de 200 kg, se pide: a) ¿ Qué distancia recorre la barca? (Considérese que la barca y el barquero están inicialmente en reposo y que el mar es completamente liso y sin rozamiento).b) Hacer un análisis energético del proceso en todos los casos posibles.

En el sistema formado por la barca de 200 kg y el barquero de 90 kg situado sobre el mar sin rozamiento, el barquero sólo podrá caminar de proa a popa de la barca siempre que exista el rozamiento entre sus zapatos y el suelo de la barca. La interacción debida al rozamiento estático, empuja al barquero en un sentido y a la barca en sentido contrario, teniendo que cumplirse el principio de acción-reacción. Es decir:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \qquad\qquad m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$$



Considerando que, estas fuerzas de rozamiento son constantes, el movimiento tanto de la barca como del barquero, será uniformemente acelerado con una aceleración inversamente proporcional a la masa..

Por tanto , si $F_1 = F_2$ = constante , tanto a_1 como a_2 también lo serán y podremos escribir:

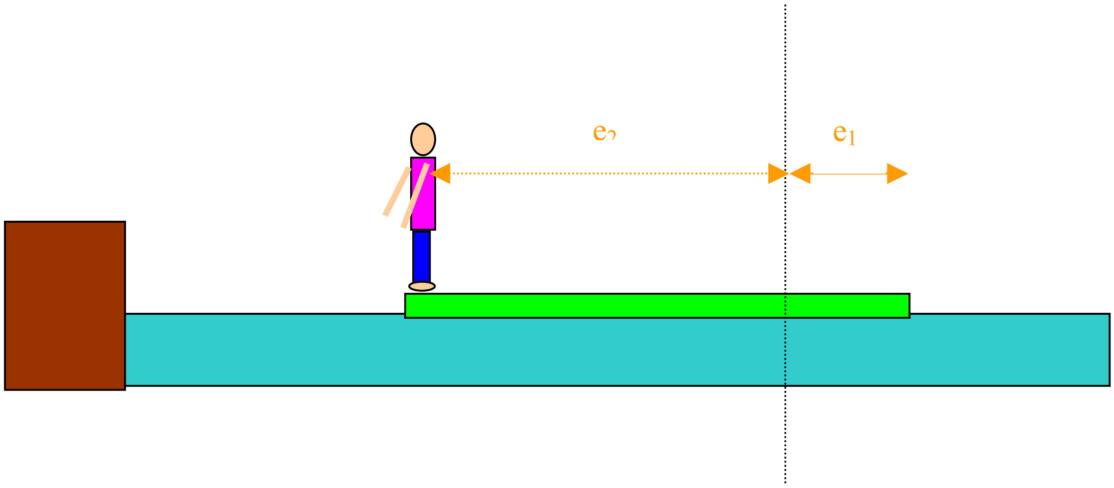
$e_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2$ y $e_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2$

siendo e_1 el espacio recorrido por la barca de masa $m_1 = 200$ kg , y e_2 el espacio recorrido por el barquero de $m_2 = 90$ kg. La suma de e_1 y de e_2 debe ser la longitud de la barca L = 4 m.

$$e_1 + e_2 = L$$

Despejando a_1 y a_2 de las anteriores expresiones y substituyendo en el principio de acción-reacción de manera escalar, tenemos:

$$m_1 \frac{2e_1}{t^2} = m_2 \frac{2e_2}{t^2} \quad \text{de donde} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{m_2}{m_1}$$



Considerando en nuestro caso concreto los valores de $m_1 = 200$ Kg de la barca y $m_2 = 90$ kg del barquero así como la longitud total de la barca, tenemos:

$e_1 + e_2 = 4$ $\quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{90}{200}$ de donde $e_1 = 1{'}24$ m y $e_2 = 2{'}76$ m

Si hubiéramos supuesto que las fuerzas con las que interaccionan la barca y el barquero no son constantes con el tiempo sino una f(t), la situación sería la misma. Veamos .

$F_1 = F_2 = f(t)$ $\quad m_1 a_1 = m_2 a_2$ $\quad m_1 f_1(t) = m_2 f_2(t)$

Integrando y considerando que las velocidades iniciales son cero, tenemos

$m_1\int_0^t a_1 dt = m_2\int_0^t a_2 dt$ de donde $m_1v_1 = m_2v_2$ integrando de nuevo y estableciendo el origen coordenadas donde se encuentran la barca y el barquero en un principio .

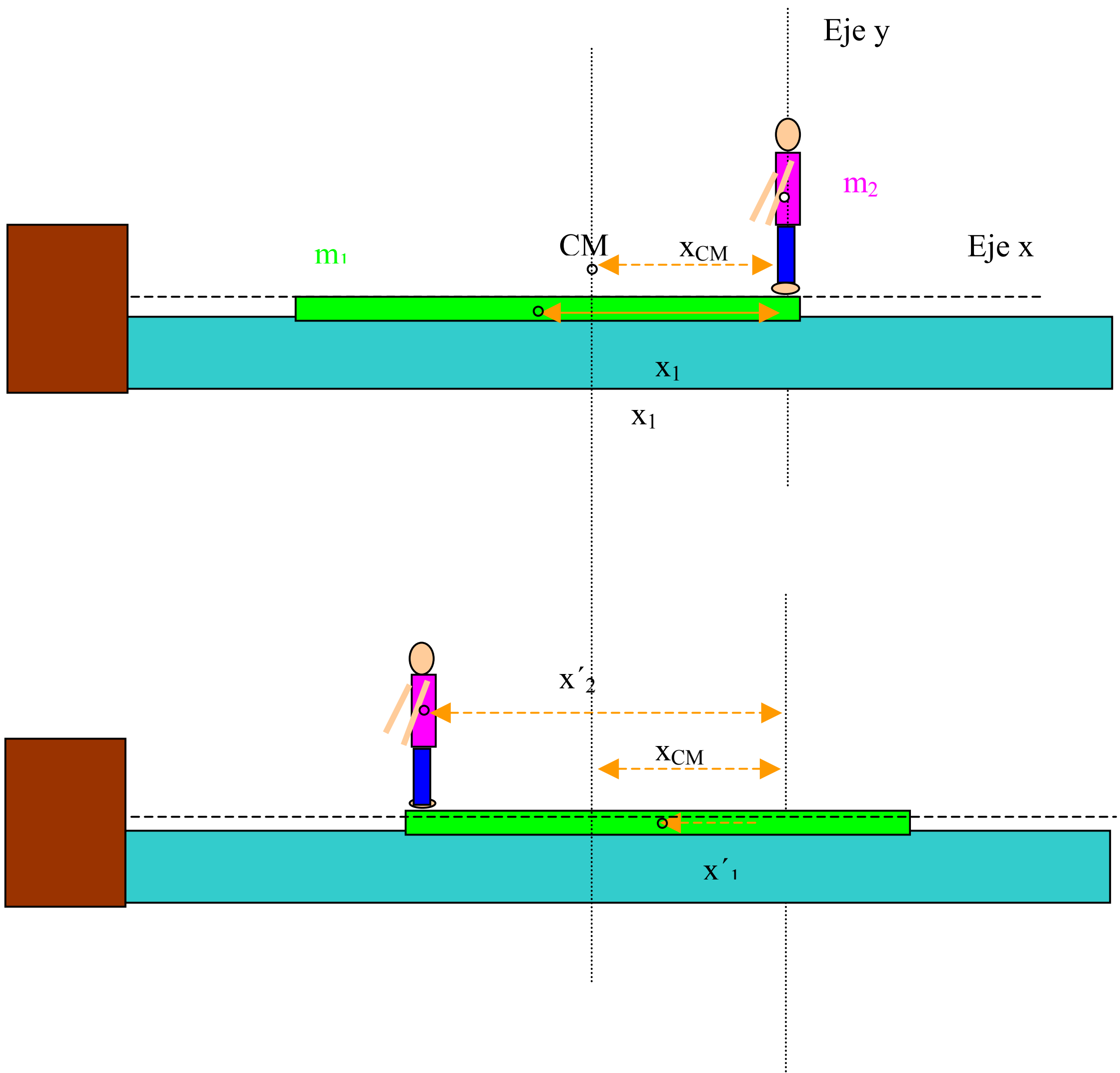
$m_1\int_0^t v_1 dt = m_2\int_0^t v_2 dt$ de donde $m_1\, e_1 = m_2\, e_2$ $\frac{m_1}{m_2} = \frac{e_2}{e_1}$

Como habíamos obtenido con la fuerza constante.

Podemos también considerar el sistema “barca-barquero” como aislado ya que la interacción entre ellos es debida a “fuerzas interiores”, mientras que las fuerzas exteriores (el peso de la barca y del barquero debida a la interacción con la Tierra, y el empuje del agua debido a la interacción con la misma) se compensan mutuamente de manera que:

$\sum F_{ext} = \frac{dp_{CM}}{dt} = 0$ luego $p_{CM} = constante$ y como inicialmente

nos dicen que el sistema está en reposo, la posición del centro de masas r_{CM} debe permanecer constante. Estableciendo el sistema de coordenadas de la figura, sólo nos interesará la coordenada “x” del CM.



En un principio, la posición x del CM será :

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m}$$

Cuando el barquero se encuentre en el otro extremo de la barca después de haber actuado las fuerzas interiores entre ellos , la posición del CM vendrá dada por :

$$x_{CM} = \frac{m_1 x'_1 + m_2 x'_2}{m_1 + m_2}$$

Como la posición del centro de masas debe ser la misma, podemos escribir:

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = m_1 x'_1 + m_2 x'_2$$

y como $x_1 = L/2$ $x_2 = 0$, $x'_1 = L/2 - R$, $x'_2 = L - R$ siendo L la longitud de la barca y R el retroceso de la misma en el proceso.

$m_1 \frac{L}{2} + 0 = m_1 \left(\frac{L}{2} - R \right) + m_2 (L - R)$ de donde $R = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2}$ que en

nuestro caso concreto nos vuelve a dar:

$$R = \frac{90.4}{200 + 90} = 1'24m$$

b) Para hacer un análisis energético del sistema, tendremos primero que delimitarlo y ver si se trata o no de un sistema aislado. Delimitándolo, consideraremos como "sistema" el conjunto barca-barquero. Las fuerzas entre ellos serán fuerzas interiores y el peso, el empuje del agua y el rozamiento con la misma serán fuerzas exteriores. Como en una mar tranquila y lisa el peso de la barca y el barquero se compensan entre si (su suma es cero) y , si nos dicen que no consideremos el rozamiento con el agua, nuestro sistema será AISLADO pues $\sum F_{ext}=0$. Al no haber trabajo exterior la energía total del sistema debe permanecer constante.

Como energía del sistema, consideraremos las posibles energías cinéticas de la barca y del barquero , así como la energía bioquímica del barquero.

En un principio consideraremos sólo la energía bioquímica del barquero, ya que, tanto él como la barca están en reposo. El trabajo realizado por las fuerzas interiores (utilizando el rozamiento entre los zapatos del barquero y la barca) se va convirtiendo en energía cinética del barquero y de la barca y, al mismo tiempo disminuye la energía bioquímica del mismo. La energía total debe permanecer constante.

$$E_{bio}+ E_{c1} + E_{c2}+ E_{cal}= \text{Constante}$$

Si al llegar al extremo de la barca, el barquero consigue frenar el movimiento, la mayor parte de la energía bioquímica se habrá convertido en calor ya que frenará utilizando el rozamiento.

A continuación podemos utilizar el applet en el que podremos cambiar los valores de las masas de la barca y del barquero así como los distintos tipos de fuerza existentes entre ellos.