



Polinomios

Contenidos

1. Expresiones algebraicas
De expresiones a ecuaciones
Valor numérico
Expresión en coeficientes
2. División de polinomios
División
División con coeficientes
Regla de Ruffini
Teorema del resto
3. Descomposición factorial
Factor común x^n
Polinomios de segundo grado
Regla de Ruffini reiterada
Identidades notables

Objetivos

- A trabajar con expresiones literales para la obtención de valores concretos en fórmulas y ecuaciones en diferentes contextos.
- La Regla de Ruffini.
- Teorema del resto.
- A reconocer los polinomios con coeficientes reales irreducibles.
- A factorizar polinomios con raíces enteras.

Antes de empezar

Una forma de dividir gráficamente un polinomio entre un binomio, consiste en dibujar cuadrados de lado x (área x^2 u²), rectángulos de lados x y 1 (área x u²) y cuadrados de lado 1 (área 1 u²) en función del polinomio.

Observa en la escena cómo se puede hacer una división de polinomios.

¿Con qué coincide la cantidad de cuadrados o rectángulos que aparecen dibujados?

_____.

A la derecha aparece un segmento que corresponde al divisor (en este caso $2x+2$).

Sobre ella trata de construir un rectángulo lo más alto posible utilizando las piezas que aparecen a la izquierda, que corresponden al polinomio (en este caso $2x^2+4x+4 = 2$ de tamaño x^2 , 4 de tamaño x y otras 4 de tamaño unidad)

Dividir $2x^2 + 4x + 4$ entre $2x + 2$

Lleva las piezas sobre la base señalada, $2x + 2$ y forma un rectángulo con esa base, lo más alto posible.

1 1 1 1 1

Ayuda

x	x
x	x

x^2

x^2

Base = $2x + 2$ → divisor

Cuando lo hayas conseguido aparecerá el resultado de la división y a la derecha la comprobación de que efectivamente está correctamente resuelta.

¿Con qué coincide la altura del rectángulo obtenido? _____.

¿Y con los elementos que sobran? _____.

EJERCICIO: Repite el proceso con cada nuevo caso que se propone en la escena y representa dos de los que hayas resuelto:

Dividir _____ entre _____ Coloca las piezas: <div style="text-align: center; border: 1px solid gray; width: 150px; height: 150px; margin: 10px auto;"> </div> Base _____	Dividir _____ entre _____ Coloca las piezas: <div style="text-align: center; border: 1px solid gray; width: 150px; height: 150px; margin: 10px auto;"> </div> Base _____
Dividendo: Divisor: Cociente: Resto:	Dividendo: Divisor: Cociente: Resto:

Puedes pulsar el botón para repasar conceptos que te van a ser útiles en el tema.

Pulsa para ir a la página siguiente.

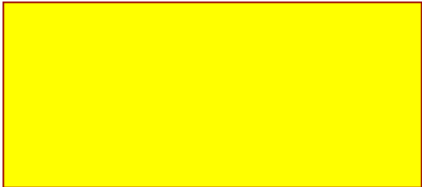
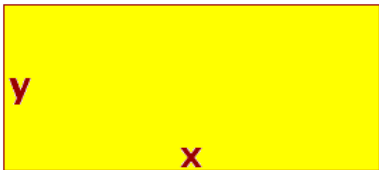


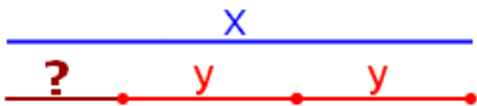
1. Expresiones algebraicas

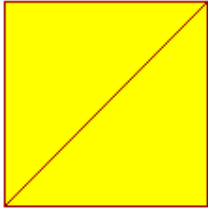
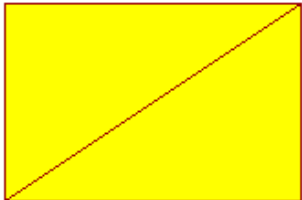
1.a. De enunciados a expresiones


Lee el texto de pantalla.


CONTESTA A ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Qué característica tienen los monomios?	
¿Qué aparece si sumamos o restamos varios monomios?	

En la escena se proponen **diez** ejercicios para expresar enunciados en expresiones algebraicas. Contesta a los siguientes ejercicios y comprueba el resultado.

1	(Haz primero el dibujo) 	Calcula la expresión algebraica que nos da el número e cuadraditos del rectángulo: <table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Expresión</th> <th style="width: 33%;">Grado</th> <th style="width: 33%;">Coeficientes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 60px;"></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Expresión	Grado	Coeficientes			
Expresión	Grado	Coeficientes						
2		¿Qué monomio nos da el área del rectángulo de base x y altura y? <table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Expresión</th> <th style="width: 33%;">Grado</th> <th style="width: 33%;">Coeficientes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 60px;"></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Expresión	Grado	Coeficientes			
Expresión	Grado	Coeficientes						
3		¿Qué expresión nos da el volumen de un cubo de arista x? <table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Expresión</th> <th style="width: 33%;">Grado</th> <th style="width: 33%;">Coeficientes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 60px;"></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Expresión	Grado	Coeficientes			
Expresión	Grado	Coeficientes						
4		¿Qué expresión nos da el espacio recorrido a una velocidad constante de x km/h durante t horas? <table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Expresión</th> <th style="width: 33%;">Grado</th> <th style="width: 33%;">Coeficientes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 60px;"></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Expresión	Grado	Coeficientes			
Expresión	Grado	Coeficientes						
5		¿Qué polinomio nos da la longitud del segmento marrón? <table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Expresión</th> <th style="width: 33%;">Grado</th> <th style="width: 33%;">Coeficientes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 60px;"></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Expresión	Grado	Coeficientes			
Expresión	Grado	Coeficientes						

<p>6</p>	$\frac{x+y}{2}$	<p>¿Qué polinomio nos da la media aritmética de dos números?</p>	<p>Expresión</p>	<p>Grado</p>	<p>Coeficientes</p>
<p>7</p>	<p>3x es el triple de x</p>	<p>¿Qué polinomio nos da el triple de un número menos cinco?</p>	<p>Expresión</p>	<p>Grado</p>	<p>Coeficientes</p>
<p>8</p>	<p>x^2 es el cuadrado de x</p>	<p>¿Qué polinomio nos da la suma de los cuadrados de dos números?</p>	<p>Expresión</p>	<p>Grado</p>	<p>Coeficientes</p>
<p>9</p>	<p>Aplica el teorema de Pitágoras, $x^2 + x^2 = \text{diagonal}^2$</p> 	<p>¿Qué expresión define la diagonal de un cuadrado?</p>	<p>Expresión</p>	<p>Grado</p>	<p>Coeficientes</p>
<p>10</p>	<p>Aplica el teorema de Pitágoras, $x^2 + y^2 = \text{diagonal}^2$</p> 	<p>¿Qué expresión define la diagonal de un rectángulo de base x y altura y?</p>	<p>Expresión</p>	<p>Grado</p>	<p>Coeficientes</p>

Pulsa  para realizar un cuestionario. Escribe en el recuadro la nota obtenida: →

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.b. Valor numérico

Lee en pantalla la definición de valor numérico y las normas que tienes que tener en cuenta para calcularlo.

A continuación completa el siguiente párrafo:

El resultado de _____ las variables por números en una expresión _____ da lugar a un número, que llamaremos valor _____.


Debemos aplicar la prioridad de _____ realizando primero las _____, seguido de producto y _____, y, por último, de _____ y restas.

En la escena se proponen cinco ejercicios para hallar el valor numérico de una expresión algebraica.

Resuelve cada uno de los ejercicios arrastrando la etiqueta naranja que contiene al número para sustituirla por la variable de la expresión y siguiendo paso a paso el desarrollo para hallar el valor numérico. Efectúa las operaciones en la tabla siguiente:


Valor numérico..		
<i>Enunciado</i>	<i>Desarrollo</i>	<i>Resultado</i>
1. La expresión _____ tiene como valor numérico en $x = \underline{\quad}$		
2. La expresión _____ tiene como valor numérico en $x = \underline{\quad} / \underline{\quad}$		
3. La expresión _____ tiene como valor numérico en $x = \underline{\quad}$		
4. La expresión _____ tiene como valor numérico en $x = \underline{\quad}$ e $y = \underline{\quad}$		
5. La expresión _____ tiene como valor numérico en $x = \underline{\quad}$ e $y = \underline{\quad}$		

Pulsa en el botón  para hacer los ejercicios.

Se abre una escena en la que en primer lugar se calcula el valor numérico de un polinomio para $x=10$ o incluso para cualquier otro número que tu introduzcas en el control correspondiente: 

Pulsando en la flecha: > a la derecha de la línea verde puedes acceder a otros tres ejemplos en lo que al igual que en el anterior puedes cambiar el valor de x.



Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.c. Polinomios. Expresión en coeficientes

Lee el texto de pantalla.

EJERCICIO 1:

CONTESTA A ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿En qué partes podemos subdividir un polinomio?	
¿Dónde podemos encontrar fracciones, números negativos o raíces?	

Es muy conveniente que recuerdes la manera de expresar un polinomio por sus coeficientes, para ello ayúdate de la escena de la derecha y explica a continuación un ejemplo.

EJERCICIO 2. Completa uno de los ejemplos de la escena:

En este polinomio _____ hay algunos coeficientes y exponentes ocultos.
1^o Completamos el polinomio
2^o Ver la expresión en coeficientes del polinomio

Pulsa en el botón  para hacer los ejercicios.

Aparece un polinomio.

Escribe su grado en el recuadro correspondiente y pulsa Intro.

Aparecen otros recuadros en los que has de escribir los coeficientes del polinomio.

Haz varios ejercicios hasta que tengas al menos dos seguidos correctamente resueltos.

EJERCICIO 3.

CONTESTA A ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Qué es el grado de un polinomio?	
¿Cuántos coeficientes debemos poner si el grado de un polinomio es n ?	

EJERCICIOS

1. Determina la expresión de los siguientes enunciados:

Enunciado	Expresión
¿Qué monomio nos da el área de un rectángulo de base $3 \cdot x$ y altura $2 \cdot y$?	
¿Qué monomio nos da el volumen de un cubo de arista x ?	
¿Qué polinomio nos da el espacio recorrido por una carretera a una velocidad constante de x km/h durante $(t+1)$ horas?	
¿Qué polinomio nos da el triple de la suma de un número menos cinco, y el doble de ese número?	
¿Qué expresión nos define la diagonal de un rectángulo de base x y altura $2 \cdot y$?	

2. Escoge la expresión algebraica en cada caso:

Enunciado	Expresión			
	A	B	C	D
1. El triple de un número más seis.	$6 \cdot x + 3$	$3 \cdot x + 6$	$3 \cdot (x + 6)$	$\frac{x}{3} + 6$
2. La quinta parte de un número más diez.	$\frac{x}{5} + 10$	$\frac{x + 10}{5}$	$10x + 5$	$5x + 10$
3. Un cuarto de la suma de un número más siete.	$\frac{x + 7}{4}$	$\frac{x}{4} + 7$	$\frac{14 + 7}{4}$	$\frac{7}{4} + x$
4. La semisuma de dos números.	$\frac{x \cdot y}{2}$	$\frac{x + y}{2}$	$\frac{x}{2} + y$	$\frac{x - y}{2}$
5. La mitad del producto de dos números.	$\frac{x}{2} \cdot y$	$\frac{x}{2} \cdot \frac{y}{2}$	$\frac{x - y}{2}$	$\frac{x \cdot 7}{2}$
6. La raíz cuadrada de la suma de dos cuadrados.	$x + y$	$x^2 + y^2$	$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$	$\sqrt{x^2 + y^2}$
7. El 40 % de un número.	$0,4 \cdot x$	$\frac{40 \cdot x}{100}$	$\frac{40}{10} x$	$\frac{100 \cdot x}{40}$
8. El cuadrado de la suma de dos números.	$(z + y)^2$	$x^2 + y^2$	$x + y^2$	$(12 + y)^2$
9. El cuadrado de la semisuma de dos números.	$\frac{x^2 + y^2}{4}$	$\frac{x + y^2}{2}$	$\frac{(x + y)^2}{4}$	$\frac{(x + y)^2}{2}$
10. La media aritmética de tres números.	$0,5x + 0,5y + 0,5z$	$\left(\frac{x + y}{2} + z\right) / 2$	$\frac{x + y + z}{3}$	$\frac{x + y + z}{2}$

EJERCICIOS

3. Halla los valores numéricos indicados en cada caso:

Enunciado	Desarrollo	Resultado
$2 - 7 \cdot x^5$ en (-2)		
$3 + 5 \cdot x^3$ en $\left(\frac{2}{3}\right)$		
$3\sqrt{x} - 3 \cdot x^3$ en 9		
$\frac{x^5}{y^3} + 4$ en $x = -2; y = 3$		
$\frac{x^5}{y^4} + 1$ en $x = 4; y = 4$		

4. Valor numérico en -3 de $P(x) = 2x^2 + 5x + 6$.

5. Valor numérico en $0,1$ de $P(x) = 3x^2 + 7x + 2$.

6. Dados los polinomios, contesta a las preguntas.

<p>$X^3 + 4x - 2$</p> <p>¿Grado del polinomio? <input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> </div> <p style="font-size: small; text-align: center;">Escribe los coeficientes en los recuadros</p>	<p>$X^4 - 2x^3 - x^2 - 2x$</p> <p>¿Grado del polinomio? <input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> <input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/> </div> <p style="font-size: small; text-align: center;">Escribe los coeficientes en los recuadros</p>
---	--

Pulsa para ir a la página siguiente.

2. División de polinomios

2.a. División

Lee en pantalla la explicación sobre la división de polinomios, observa varios ejercicios propuestos en la escena y realiza las actividades propuestas.

CONTESTA A ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cuál es la fórmula que relaciona los términos de una división?	
¿Cuándo se cumple la fórmula anterior?	

En la escena se proponen ejemplos de división de polinomios. Completa uno de los ejemplos **paso a paso**.

_____ : _____ (Efectúa aquí la división paso a paso)	
Dividimos los monomios de mayor grado.	
Multiplicamos el último monomio escrito en el cociente por el divisor y lo cambiamos de signo.	
Sumamos.	
Repetimos el proceso hasta llegar al término independiente del cociente.	
Determinamos el cociente y resto.	

Pulsa en el botón  para hacer ejercicios.

Realiza dos ejercicios propuestos. Divide en espacio reservado $P(x)$ entre $Q(x)$ e introduce los coeficientes del cociente y de resto en los cuadrados de la escena, pulsa intro para comprobar el resultado.

<i>Ejercicio 1.</i>	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
Realiza la división:	Cociente =	
	Resto =	

<i>Ejercicio 2.</i>	$P(x) =$
	$Q(x) =$
Realiza la división:	Cociente =
	Resto =

Pulsa para ir a la página siguiente.

2.b. División por coeficientes.

Lee en pantalla la explicación sobre otro método para realizar la división de polinomios, en este caso utilizando coeficientes.

En la escena se proponen ejemplos de división de polinomios utilizando el método de coeficientes.

Desarrolla un ejemplo de cada una de las tres opciones y pulsa el botón para ver paso a paso la división.

	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
Se escriben los coeficientes del dividendo y divisor.		
Obtenemos el primer valor de la división dividiendo las primeras cifras. Multiplicamos por el divisor y se resta al dividendo.		
Repetimos el proceso tanta veces como sea necesaria.		
Determinamos el cociente y resto.		
	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
Se escriben los coeficientes del dividendo y divisor.		
Obtenemos el primer valor de la división dividiendo las primeras cifras. Multiplicamos por el divisor y se resta al dividendo.		
Repetimos el proceso tanta veces como sea necesaria.		
Determinamos el cociente y resto.		

3	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
Se escriben los coeficientes del dividendo y divisor.		
Obtenemos el primer valor de la división dividiendo las primeras cifras. Multiplicamos por el divisor y se resta al dividendo.		
Repetimos el proceso tanta veces como sea necesaria.		
Determinamos el cociente y resto.		

Pulsa para ir a la página siguiente.

2.c. Regla de Ruffini. División entre $x - a$.

Lee la explicación del método, determinado por el médico y matemático italiano Ruffini, para resolver divisiones cuyo divisor es un binomio de grado 1, $x - a$.

En la escena observa detenidamente una animación en la que se explica el proceso a seguir. En la parte de arriba verás la división resuelta a partir de los coeficientes, tal y como aprendiste en el apartado anterior, y debajo puedes ver la forma de hacerlo utilizando el método de Ruffini.

Pulsa en el botón para hacer ejercicios.

Realiza al menos dos ejercicios propuestos.

Para hacerlo has de escribir paso a paso los coeficientes y los resultados de las operaciones en los recuadros correspondiente. Al finalizar pulsa *intro* para comprobar el resultado.

Resuelve aquí dos ejemplos:

1	$P(x) =$	2	$P(x) =$
	$Q(x) =$		$Q(x) =$
Cociente:		Cociente:	
Resto:		Resto:	

Pulsa para ir a la página siguiente.

2.d. Teorema del Resto.

Lee el texto de pantalla.

EJERCICIO 1. Contesta a estas cuestiones:

	RESPUESTAS
Al dividir un polinomio $P(x)$ por $(x-a)$... ¿Cuál es el grado del resto?	
Si llamamos $C(x)$ al cociente... ¿Cuál es la fórmula que relaciona los términos que intervienen en la división?	

EJERCICIO 2. Completa:

En la fórmula: $P(x) = (x-a) \cdot C(x) + \text{resto}$
 Si sustituimos ahora la x por a , tenemos: $P(a) =$ _____

Así llegamos a: **Valor numérico de P en a =** _____

Este resultado se conoce como _____

Observa la escena de la derecha.

Está dividida en dos partes. En la de arriba aparece un polinomio $P(x)$ y un valor numérico a a calcular: $P(a) = \dots$

En la parte de abajo aparece la división por el método de Ruffini de ese mismo polinomio $P(x)$ entre $(x-a)$.

Resuelve paso a paso dos ejemplos calculando $P(a)$ y resolviendo la división

Puedes hacerlo tu mismo si pulsas O indicar el modo automático en

Completa dos ejemplos en los siguientes recuadros:

$P(x) =$ _____

Hallar $P(\quad) =$ _____

El valor numérico de $P(x)$ en _____ es el resto de la división de $P(x)$ entre $(x - \quad)$ $P(\quad) =$ _____

$P(x) =$ _____

Hallar $P(\quad) =$ _____

El valor numérico de $P(x)$ en _____ es el resto de la división de $P(x)$ entre $(x - \quad)$ $P(\quad) =$ _____

EJERCICIO 3. Contesta a estas cuestiones:

Si el valor numérico de $P(x)$ en a es: $P(a) = 0$

	RESPUESTAS
¿Cuánto vale el resto de la división de $P(x)$ entre $(x-a)$?	
¿Qué relación hay entre $P(x)$ y $(x-a)$?	
¿Qué es "a" del polinomio $P(x)$?	

EJERCICIO 4. Completa la fórmula que aparece en el recuadro amarillo:



Pulsa en el botón  para hacer los ejercicios.

Aparece en escena con un polinomio $P(x)$ y un binomio de la forma $(x-a)$. Calcula el resto de la división de $P(x)$ entre $(x-a)$ e introduce el resultado obtenido en el recuadro para comprobar si lo has hecho bien.

Copia aquí tres de esos ejercicios:

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3

EJERCICIOS

7. Halla el cociente y el resto de la división de $P(x)$ entre $Q(x)$ en cada caso
 - a) $P(x) = 3x^2 - 11x - 13$ $Q(x) = x^2 - 3x - 4$
 - b) $P(x) = -9x^3 - 15x^2 + 8x + 16$ $Q(x) = 3x + 4$

8. Aplica la regla de Ruffini para dividir

$$P(x) = x^3 + 5x^2 - 2x + 1$$

$$Q(x) = 2x^4 - 5$$

entre $x - 3$

$$R(x) = x^3 - 4x + 3x^2$$

9. Aplica la regla de Ruffini para dividir


$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

$$Q(x) = x^4 - 2$$

entre $x + 1$

$$R(x) = x^3 - 4x^2 - x$$

10. Si el valor numérico de un polinomio en 2 es igual a 3 y el cociente de su división entre $x - 2$ es x ¿Sabes de que polinomio se trata?
11. Halla m para que $mx^2 + 2x - 3$ sea divisible entre $x + 1$
12. Aplica el Teorema del resto y la regla de Ruffini para hallar el valor numérico de $P(x) = x^3 - 15x^2 + 24x - 3$ en $x = 13$
13. ¿Existe algún valor de m para que el polinomio $x^3 + mx^2 - 2mx + 5$ sea divisible por $x - 2$?

Pulsa  para ir a la página siguiente.

3. Descomposición factorial

3.a. Sacar factor común una potencia de x

EJERCICIO 1:

CONTESTA A ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cómo podemos determinar en dónde empieza y en dónde termina un sumando de una expresión algebraica?	
¿Cuántos sumandos tiene la expresión: $4x^3 + 2x^2 - 6x \cdot 2x^2 - 9$?	

EJERCICIO 2:

CONTESTA A ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Qué es lo primero que debemos observar para descomponer un polinomio en factores?	
¿Cuándo será esto posible?	

Observa la animación y a continuación rellena la siguiente tabla con dos ejemplos de los que aparecen en la escena de la derecha.

Introduce primero el factor común, escribiendo el coeficiente y el exponente de x, y si está bien, al pulsar Intro, te aparecerá debajo el mensaje:

Pulsa para extraer el factor

Ejemplo 1:	Ejemplo 2:
$P(x) =$ Factor común → <input type="text"/> $x^{\text{[]}}$ $P(x) =$	$P(x) =$ Factor común → <input type="text"/> $x^{\text{[]}}$ $P(x) =$

Pulsa en el botón para hacer ejercicios.

Realiza cuatro ejercicios propuestos anotando los resultados en la tabla siguiente:

Polinomio	Factorización
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.b. Polinomios de 2º grado

Recordamos la resolución de ecuaciones de segundo grado:

EJERCICIO 1:

CONTESTA A ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿A qué llamamos discriminante?	
¿Para qué sirve el discriminante?	

Para cada una de las tres siguientes ecuaciones de 2º grado, observa el valor del discriminante (fíjate en su signo) y el valor de las raíces de la ecuación. Escribe después la descomposición factorial del polinomio de 2º grado del primer miembro.

EJERCICIO 2. Completa la siguiente tabla:

Ecuación	Discriminante	Signo	Raíces	Factorización
$2x^2 - 8x + 6 = 0$	$\Delta = b^2 - 4ac = 16$	Positivo	$x = 1 ; x = 3$	$2x^2 - 8x + 6 = 2 \cdot (x-1) \cdot (x-3)$
$3x^2 + 6x + 3 = 0$				
$2x^2 + 6 = 0$				

Observa la escena de la derecha y completa la siguiente tabla con tres de los ejemplos que en ella aparecen, procurando que haya uno de cada tipo (Discriminante positivo, negativo y nulo):

Pasos	Ecuación 1	Ecuación 2	Ecuación 3
Identificar a, b y c.			
Aplicar la fórmula.			
Estudiar el número de soluciones			
Descomposición			

Pulsa en el botón



para conocer las fórmulas de Cardano.

En la escena puedes observar la explicación y varios ejemplos de estas fórmulas:

Si al ecuación de 2º grado es de la forma: $x^2 + bx + c = 0$ Y si X_1 y X_2 son sus soluciones, se cumplen las fórmulas de Cardano:	$\begin{cases} X_1 + X_2 = \\ X_1 \cdot X_2 = \end{cases}$
---	--

Pulsa en el botón

Comenzar

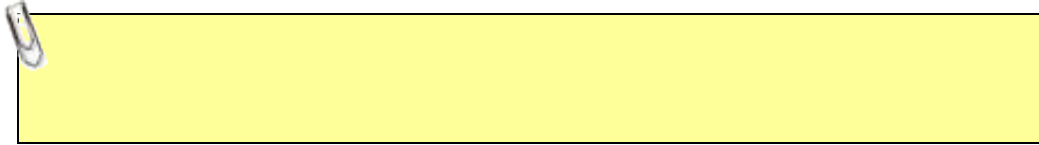
para practicar con estas fórmulas... Cuando acabes...



para ir a la página siguiente.

3.c. Regla de Ruffini reiterada.

Lee la explicación de pantalla y completa la conclusión a la que se llega al respecto de la relación entre las raíces de un polinomio y el término de menor grado en el siguiente recuadro:




Pulsa en el botón  para copiar un ejemplo.


Vamos a descomponer factorialmente el polinomio $P(x) = x^4 - 15x^2 + 10x + 24$							
Determinamos las posibles raíces enteras (los divisores del término independiente: 24)							
Probamos con 1 No es raíz (el resto es distinto de cero). Ya no habrá que volver a probarlo después.	<table border="1"> <tr> <td>1)</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>-15</td> <td>10</td> <td>24</td> </tr> </table>	1)	1	0	-15	10	24
1)	1	0	-15	10	24		
Probamos con -1 Si es raíz (el resto es cero). Obtenemos un polinomio de grado menor, en este caso de grado 3. →	<table border="1"> <tr> <td>-1)</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>-15</td> <td>10</td> <td>24</td> </tr> </table>	-1)	1	0	-15	10	24
-1)	1	0	-15	10	24		
Seguimos probando. Ahora con 2	<table border="1"> <tr> <td>2)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	2)					
2)							
Y finalmente con 3	<table border="1"> <tr> <td>3)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	3)					
3)							
Obtenemos la factorización:	$P(x) =$						

En la escena de la derecha puedes resolver cuantos ejemplos necesites para entender bien el procedimiento. Copia dos de esos ejemplos en los siguientes recuadros:

Ejemplo 1:	Ejemplo 2:																																							
$P(x) =$ <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <hr/> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <hr/> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> $P(x) =$																					$P(x) =$ <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <hr/> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <hr/> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> $P(x) =$																			

Pulsa  para ir a la página siguiente.

3.d. Identidades notables.

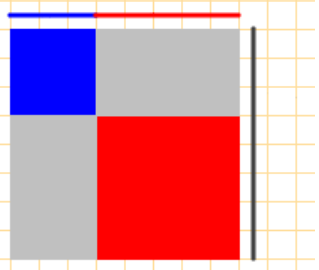
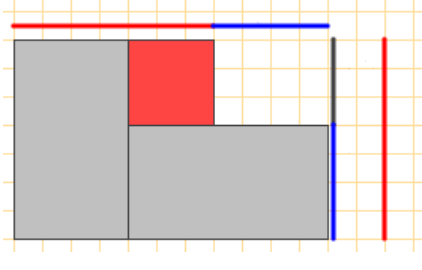
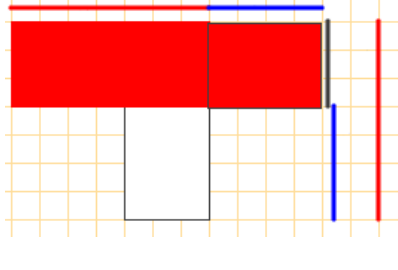
Observa la animación para ver como se obtienen las identidades notables pulsando en 

Efectúa las operaciones algebraicas en los siguientes recuadros para obtener cada una de las identidades notables:

Cuadrado de una suma	Cuadrado de una diferencia	Suma por diferencia
$a + b$ $\times a + b$ <hr/> <hr/>	$a - b$ $\times a - b$ <hr/> <hr/>	$a + b$ $\times a - b$ <hr/> <hr/>
$(a+b)^2 =$	$(a-b)^2 =$	$(a+b) \cdot (a-b) =$

CONTESTA A ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cuántas identidades notables hay?	
¿A qué es igual el cuadrado de la suma? ¿Cuántos sumandos aparecen?	
¿Qué diferencia existe entre el cuadrado de una suma y el de una diferencia?	
Enuncia la igualdad notable que nos falta	

En la escena de la derecha puedes observar como podemos deducir estas fórmulas a partir de una serie de gráficos. Obsérvalo y desarrolla cada una de ellas en el siguiente espacio:

Cuadrado de una suma	Cuadrado de una diferencia	Suma por diferencia
		
$a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b =$	$a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b =$	$a^2 - b^2 =$

Pulsa  para realizar un cuestionario. Escribe en el recuadro la nota obtenida: →

EJERCICIOS

14. Sacar factor común una potencia de x en cada uno de los siguientes polinomios:

$P(x) = 2x^3 + 3x$	
$Q(x) = x^4 + 2x^6 - 3x^5$	
$R(x) = 2x^6 + 6x^5 + 8x^3$	

15. Halla la descomposición factorial de $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$.


16. Factoriza:

$2x^2 - 8x + 6$	
$-x^2 + 3x + 4$	
$x^2 + 2x + 3$	
$x^2 + 6x + 9$	

17. Halla la descomposición factorial de $x^7 - x^6 - 4x^4$

18. Halla la descomposición factorial de $x^4 - 4$.

19. Halla la descomposición factorial de $x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2$.

Pulsa  para ir a la página siguiente.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

$-4x^3 - x^2 + 3$			
-4	-1	0	3

Expresión en coeficientes

Polinomio: $6x^4 + 5x^2 - 6x + 3$,

Coeficientes: _____

Regla de Ruffini. Teorema del resto.

Relación entre raíz y divisor:

Raíz = -3 Factor o divisor: _____

Raíz = _____ Divisor o factor: (x - 6)

Igualdades notables:

1)

2)

3)

Descomposición factorial. Métodos:


1)

2)

3)

Descomposición factorial. Ejemplo:

$$P(x) = 2x^4 + 10x^3 + 2x^2 - 42x - 36.$$

Pulsa  para ir a la página siguiente.



Para practicar

Ahora vas a practicar resolviendo distintos ejercicios en tu cuaderno.

En las siguientes páginas encontrarás EJERCICIOS de:

Operaciones con polinomios.

Descomposición factorial.

En los siguientes **EJERCICIOS** de **operaciones con polinomios** escribe el enunciado que aparece en tu ordenador que cumpla la condición propuesta y resuélvelos en el recuadro de la derecha. Después comprueba la solución en el ordenador.

Haz un mínimo de dos de cada tipo.

Elige en el menú la opción: **Números**

1. Hallar la expresión algebraica de un número de ___ cifras si la cifra de las unidades es _____ la cifra de las decenas.

2. Hallar la expresión algebraica de un número de ___ cifras si la cifra de las unidades es _____ la cifra de las decenas.

Coeficientes

3. ¿Cuál es el grado del polinomio: _____?
 ¿Cuál es el coeficiente de grado _____?
 ¿Y el de grado _____?
 Calcula el valor numérico en $x =$ _____

4. ¿Cuál es el grado del polinomio: _____?
 ¿Cuál es el coeficiente de grado _____?
 ¿Y el de grado _____?
 Calcula el valor numérico en $x =$ _____

Suma y resta

5. Halla los coeficientes de _____
 $P(x) =$ _____
 $Q(x) =$ _____

6. Halla los coeficientes de _____
 $P(x) =$ _____
 $Q(x) =$ _____

Multiplica.

7. Halla los coeficientes de _____

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

8. Halla los coeficientes de _____

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Operaciones con fracciones9. Halla el cociente y el resto de la división de $P(x)$ entre $Q(x)$

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

10. Halla el cociente y el resto de la división de $P(x)$ entre $Q(x)$

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Regla de Ruffini.11. Haz la división de $P(x)$ entre _____ aplicando la regla de Ruffini

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

12. Haz la división de $P(x)$ entre _____ aplicando la regla de Ruffini

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Divisor x -a ¿resto?


13. Halla, aplicando el teorema del resto, el resto de la división de P(x) entre _____
P(x) = _____

14. Halla, aplicando el teorema del resto, el resto de la división de P(x) entre _____
P(x) = _____

Halla m.

15. Halla m, aplicando el teorema del resto, para que P(x) sea divisible entre _____
P(x) = _____

16. Halla m, aplicando el teorema del resto, para que P(x) sea divisible entre _____
P(x) = _____

Pulsa  para ir a la página siguiente.

En los siguientes EJERCICIOS de **descomposición factorial** escribe el enunciado que aparece en tu ordenador que cumpla la condición propuesta y resuélvelos en el recuadro de la derecha. Después comprueba la solución en el ordenador.

Sacar factor común

17. Saca factor común en el Polinomio P(x) [Haz un mínimo de cuatro ejercicios]
a)
b)
c)
d)

- a)
- b)
- c)
- d)

Raíces enteras

18. Descomponer el siguiente polinomio en factores primos

Donde ____ es factor común en todos los monomios.

19. Descomponer el siguiente polinomio en factores primos

Donde ____ es factor común en todos los monomios

Aplicar identidades (Hay dos tipos de ejercicios. Haz un mínimo de dos de cada tipo)

20. Descomponer, aplicando las identidades notables, el siguiente polinomio

21. Descomponer, aplicando las identidades notables, el siguiente polinomio

22. Descomponer, aplicando las identidades notables, el siguiente polinomio

23. Descomponer, aplicando las identidades notables, el siguiente polinomio

Conocidas las raíces

24. Halla la descomposición de un polinomio de grado 3 que tiene por raíces _____ y cuyo valor numérico en _____ es igual a _____

25. Halla la descomposición de un polinomio de grado 3 que tiene por raíces _____ y cuyo valor numérico en _____ es igual a _____

Efectúa la potencia (Hay dos tipos de ejercicios. Haz un mínimo de dos de cada tipo)

26. Efectúa la potencia _____

27. Efectúa la potencia _____

28. Efectúa la potencia _____

29. Efectúa la potencia _____

Cálculo mental

30. Calcula mentalmente _____


31. Calcula mentalmente _____

Simplificar fracciones (Hay tres tipos de ejercicios. Haz un mínimo de uno de cada tipo)

32. Aplicando las identidades notables, simplifica la fracción:

33. Aplicando las identidades notables, simplifica la fracción:

34. Aplicando las identidades notables, simplifica la fracción:

Pulsa  para ir a la página siguiente.

Autoevaluación



Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Calcula $P(x) \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$ y escribe los coeficientes del resultado

$P(x) =$

$Q(x) =$

$R(x) =$

2 Escribe los coeficientes del cociente y del resto en la división de $P(x)$ entre $Q(x)$.

$P(x) =$

$Q(x) =$

3 Calcula el valor numérico de _____ en $x =$ _____.

4 ¿Es cierta la igualdad?

5 Calcula m para que el resto de la división de _____ entre _____ sea _____.

6 Si $P(x) = ax^2 + bx +$ _____ y $a \cdot 6^2 + b \cdot 6 =$ _____, ¿cuál es el resto de la división de $P(x)$ entre $x - 6$?

7 Halla una raíz entera del polinomio

8 Halla la descomposición factorial de

9 El polinomio _____ tiene por raíces ____ y _____. ¿Cuál es la otra raíz?

10 Las raíces de un polinomio de grado 3 son _____, _____ y _____; su coeficiente de grado 3 es _____. Calcula el valor numérico del polinomio en _____.



Para practicar más

1. Halla la expresión algebraica de un número de tres cifras si la cifra de las unidades es 4 veces la cifra de las decenas.
2. ¿Cuál es el grado de $2x^5 - x^3 + 3x^2$? ¿Su coeficiente de grado 3? ¿y el de grado 2? Calcula su valor numérico en $x=2$
3. Halla $P(x) - 3 \cdot Q(x)$ siendo $P(x) = 4x^2 + 4x$ y $Q(x) = 6x^2 + 2x$.
4. Multiplica los polinomios
 $P(x) = -3x^3 + 4x^2 - x - 2$ y $Q(x) = -x^2 + 7$.
5. Halla el cociente y el resto de la división de $x^3 + 2x^2 + 5x - 7$ entre $-x^2 + x - 1$.
6. Haz la división de $x^3 + 4x^2 + 2x - 3$ entre $x - 2$ con la regla de Ruffini.
7. Aplica el teorema del resto para calcular el resto de la división de $2x^3 - 2x^2 + x - 7$ entre $x - 5$.
8. a) Halla m para que $x^3 + mx^2 - 2mx + 6$ sea divisible por $x + 2$
b) Halla m para que $x^3 + mx^2 - 8mx + 4$ sea divisible por $x - 1$.
9. Efectúa las potencias
a) $(3x + 2)^2$
b) $(2x - 4)^2$
c) $(x - 5)^2$
10. Descomponer, aplicando las identidades notables, los polinomios:
a) $x^4 - 72x^2 + 36^2$
b) $x^4 - 16$
11. Descomponer los siguientes polinomios, si es posible, aplicando la ecuación de segundo grado.
a) $3x^2 - 10x + 3$
b) $x^2 - 4x + 5$
12. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas
a) $\frac{x^2 + 8x + 16}{3x + 12}$
b) $\frac{3x^2 - 12}{x^2 - 4x + 4}$
c) $\frac{4x^2 + 4x + 1}{12x^2 - 3}$
13. Saca factor común en $12x^{12} + 24x^{10}$
14. Halla la descomposición en factores primos de los siguientes polinomios
a) $3x^8 - 39x^7 + 162x^6 - 216x^5$
b) $3x^9 + 12x^8 + 15x^7 + 6x^6$
15. Un polinomio de grado 3 tiene por raíces -5 , 7 y 1 . Halla su descomposición factorial sabiendo que su valor en 2 es 128 .
16. ¿Cómo realizas mentalmente el cálculo de $23^2 - 22^2$?