1 Los números enteros y racionales

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Representar y ordenar números enteros
- Operar con números enteros
- Aplicar los conceptos relativos a los números enteros en problemas reales
- Reconocer y representar número racionales
- Operar con números racionales
- Expresar números en notación científica y operar con ellos

Antes de empezar.

1.Números enteros ..... pág. 3
Representación y orden
Operaciones
Problemas

2.Fracciones y decimales ..... pág. 5
Fracciones equivalentes.
Expresión decimal. Clasificación

3.Números racionales ..... pág. 7
Representación y orden
Suma y resta
Multiplicación y división
Potencias de exponente entero.
Operaciones con potencias.
Problemas.

4.Notación Científica ..... pág. 11
Definición
Operaciones

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación

Antes de empezar

Comienza con un juego de números:

	22	8	26	
19				7
15				
9		8		
3		9		

Tienes que rellenar las casillas que están en blanco, con números del 1 al 9, con la única condición de que sumen los números blancos indicados y que no se pueden repetir en la misma fila o columna.

Y aquí tienes alguno más para practicar:

	26	8	7	19
22				
4			9 11	
21				
8		7		

	23	13		2
15			2 11	
14				11
6		10 1		
6			8	

	20		13	8
2		11 9		
19				15
9		7 4		
21				

1. Números enteros

Representación y orden

El conjunto de los **números enteros Z** está formado por:

- Números enteros positivos: 1,2,3,4....
- Números enteros negativos: -1,-2,-3,-4..
- El número cero: 0

El **opuesto** de un número entero, **op(a)**, es el número cambiado de signo: op(a)=-a, op(-a)=a

El **valor absoluto** de un número entero, **|a|**, es el mismo número si es positivo y su opuesto si es negativo.

Los números enteros son un **conjunto ordenado**.

Los números enteros se representan en la recta numérica.

Opuesto:

op(-3)=3

op(8)=-8

Valor Absoluto:

|7|=7

|-3|=3

Orden:

-3<-2<-1<0<1<2<3

Suma y resta

- Para **sumar** dos **números enteros**, **a+b**
  - Si son del mismo signo se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo.
  - Si son de distinto signo se restan sus valores absolutos y se pone el signo del número de mayor valor absoluto.
- Para **restar** dos **números enteros**, **a-b**, se suma al primero el puesto del segundo: a - b = a + (-b).

Suma y resta

$-3 - 4 = -7$
$-3 + 4 = 1$
$3 - 4 = -1$
$3 + 4 = 7$

Producto y división

Para **multiplicar ó dividir** dos **números enteros**, se multiplican ó se dividen sus valores absolutos. El signo será positivo si los dos son del mismo signo y negativo si son de signo contrario.

Regla de los signos:

+	·	+	=	+
+	·	−	=	−
−	·	+	=	−
−	·	−	=	+

Producto

$(-3)\cdot(-4) = 12$
$(-3)\cdot(+4) = -12$
$(+3)\cdot(-4) = -12$
$(+3)\cdot(+4) = 12$

División

$(-8) : (-4) = 2$
$(-8) : (+4) = -2$
$(+8) : (-4) = -2$
$(+8) : (+4) = 2$

EJERCICIOS resueltos

1. Calcular el valor absoluto de -3, 5, 0

   Sol: $|-3| = 3 \quad |5| = 5 \quad |0| = 0$

2. Ordena de mayor a menor: -78, -12, -35

   Sol: $-12 > -35 > -78$

3. Calcula el opuesto de -3, 7, 0

   Sol: $op(-3) = 3 \quad op(7) = -7 \quad op(0) = 0$

4. Calcula: $4(1-9) - 1 + 8(1+2)$

   Sol: $4(1-9) - 1 + 8(1+2) = 4(-8) - 1 + 8(3) = -32 - 1 + 24 = -9$

5. Calcular: $-8(7+3) : (-8)$

   Sol: Dividiendo $-8(7+3) : (-8) = -8(10) : (-8) = -80 : -8 = 10$ $5x + 4 = 3$

6. Halla el m.c.m. (882,168)

   Sol: $882 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \qquad 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

   $mcm(882,168) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = 3528$

7. Todos los pasteles que hemos fabricado hoy los hemos metido en cajas de 75 y 189 pasteles y no ha sobrado ninguno. ¿Cuántos pasteles como mínimo henos fabricado hoy?

   Sol: Se han fabricado 4725 pasteles $\quad 75 = 3 \cdot 5^2 \qquad 189 = 3^3 \cdot 7$

   $mcm(75,189) = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4725$

8. El pasillo de una casa tiene 1024 cm de largo por 192 cm de ancho. Se quieren poner baldosas cuadradas del mayor tamaño posible. Halla las dimensiones que deben tener las baldosas si no queremos cortar ninguna.

   Sol: Las baldosas deben tener 64 cm de lado $\quad 1024 = 2^{10} \qquad 192 = 2^6 \cdot 3$

   $mcd(1024,192) = 2^6 = 64$

9. ¿Cuánto tiene que valer x para qué el número 9x7 sea divisible por 3?

   Sol: $9 + x + 7 = 16 + x$ tiene que ser múltiplo de 3

   $x = 2 \quad x = 5 \quad x = 8$

10. Escribe un número mayor de 200 y menor 250 que sea múltiplo de 30

    Sol: 210, 240

2. Fracciones y decimales

Fracciones equivalentes

Una **fracción** es una expresión de la forma:

$$\frac{a}{b}$$

con a y b números enteros y b#0, a se llama numerador y b denominador.

- Si m.c.d.(a,b)=1 la fracción se dice **irreducible**.
- Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son **equivalentes** si a·d=b·c

El conjunto de los **números racionales *Q*** esta formado por todos los números que se pueden expresar en forma de fracción

Fracción irreducible

$$\frac{3}{4}$$

$$mcd(3,4)=1$$

Fracciones equivalentes

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$$

$$3\cdot 8=4\cdot 6$$

$$24=24$$

Expresión decimal. Clasificación

Para obtener la expresión decimal de una fracción, se divide el numerador entre el denominador.

Al hacer esta división el resultado puede ser:

Decimal exacto	Número finito de cifras decimales	Los únicos divisores del denominador son 2 o 5
Periódico puro	La parte decimal se repite indefinidamente (periodo)	Los números 2 o 5 no son divisores del denominador
Periódico mixto	La parte decimal esta formada por una parte que no se repite (ante periodo) seguida del periodo	Los divisores del denominador son 2 o 5 y tiene además otros divisores

Los decimales exactos y periódicos, puros o mixtos, pueden expresarse ne forma de fracción.

Decimal exacto:

$$\frac{7}{2}=3'5$$

y al contrario:

$$4{,}35=\frac{435}{100}=\frac{87}{20}$$

Periódico puro:

$$\frac{1}{3}=0'3333....=0'\widehat{3}$$

y al contrario:

$$4{,}\overset{\square}{3}=\frac{43-4}{9}=\frac{39}{9}=\frac{13}{3}$$

Periódico mixto:

$$\frac{1}{6}=0'1666....=0'1\widehat{6}$$

y al contrario:

$$4{,}11\overset{\square}{3}=\frac{4113-411}{900}=\frac{3702}{900}=\frac{1234}{300}$$

EJERCICIOS resueltos

11. Escribe la fracción irreducible de:

a) $\frac{160}{800}$ Sol: se simplifica por 160 $\frac{1}{5}$

b) $\frac{128}{256}$ Sol: se simplifica por 128 $\frac{1}{2}$

c) $\frac{14}{448}$ Sol: se simplifica por 14 $\frac{1}{32}$

12. Halla x para que las fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{25}{x}$ y $\frac{75}{27}$ Sol: $x = 9$

b) $\frac{25}{32}$ y $\frac{75}{x}$ Sol: $x = 96$

c) $\frac{x}{18}$ y $\frac{88}{36}$ Sol: $x = 44$

13. Escribe la expresión decimal de las siguientes fracciones:

a) $\frac{88}{9}$ Sol: $9,\overset{\frown}{7}$

b) $\frac{331}{99}$ Sol: $3,\overset{\frown}{34}$

c) $\frac{11}{3}$ Sol: $3,\overset{\frown}{6}$

14. Escribe la fracción generatriz de:

a) $3,3\overset{\frown}{32}$ Sol: $\frac{3319}{990}$

b) 7,68 Sol: $\frac{192}{25}$

c) $5,\overset{\frown}{80}$ Sol: $\frac{575}{99}$

3. Números racionales

Representación y orden

Los números racionales es un **conjunto ordenado**, para ordenar las fracciones se escriben fracciones equivalentes a ellas con el mismo denominador (reducir a común denominador) y se ordenan los numeradores.

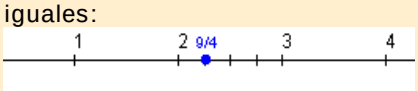
Los números racionales se representan de manera exacta en la recta numérica.

Antes de representar una fracción hay que saber entre que valores está comprendido

$$\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4} \quad \rightarrow 2 < \frac{9}{4} < 3$$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 4 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

Se divide el segmento de extremos 2 y 3 en cuatro partes iguales:



Suma y resta

Para **sumar** o **restar** los números racionales se escriben en forma de fracción y luego se suman o restan las fracciones.

Para sumar o restar las fracciones se reducen a común denominador y luego se suman o restan los numeradores.

Suma

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

Resta

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$$

Multiplicación y división

- El **producto** de dos números racionales es otro número racional que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.
- Para **dividir** dos números racionales se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Producto

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

Cociente

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{15}{4}$$

Operaciones con números periódicos

$$1'\widehat{2} + 1'7\widehat{8} = \frac{12-1}{9} + \frac{178-17}{90} =$$

$$= \frac{11}{9} + \frac{161}{90} = \frac{110}{90} + \frac{161}{90} =$$

$$= \frac{271}{90} = 3'0\widehat{1}$$

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

$$3^0 = 1$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$3^4 \cdot 3^7 = 3^{11}$$

$$\frac{3^7}{3^4} = 3^3$$

$$\left(3^4\right)^7 = 3^{28}$$

$$3^5 \cdot 5^5 = (3 \cdot 5)^5 = 15^5$$

$$\frac{3^{-5}}{6^{-5}} = \left(\frac{3}{6}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^5 = 32$$

Potencias de exponente entero

Si **a** es un número real y **n** un número natural, se tiene que:

$$a^n = \underbrace{a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \underbrace{\frac{1}{a} \cdot \cdots \cdot \frac{1}{a}}_{n \text{ veces}}$$

Además para cualquier valor de **a** distinto de 0, se cumple:

$$a^0 = 1 \qquad a^1 = a \qquad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

Para elevar una fracción a una potencia se elevan el numerador y el denominador.

Operaciones con potencias

Si m y n son números enteros cualesquiera se cumple:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Resolución de problemas

En la vida cotidiana aparecen situaciones donde es necesario trabajar con números faccionarios.

Para resolver problemas con fracciones debes seguir las mismas pautas que con otros tipos de problemas.

- Lee atentamente el enunciado.
- Reflexiona sobre la situación que propone el problema, qué te pide, qué datos tienes,...
- Organiza la información que tienes, haz un esquema, un dibujo...
- Una vez que tengas la solución compruébala.

Si tres kilos y cuarto de manzanas cuestan 2'6 €. ¿Cuánto costaran dos kilos y medio?

Calculamos el precio de un kg de manzanas. Para ello se divide le precio pagado entre los kilogramos comprados:

$$2'6 : \left(3 + \frac{1}{4}\right) = \frac{26}{10} : \frac{13}{4} = \frac{104}{130} = 0'8 \text{ €/kg}$$

El precio de dos kilos y medio será:

$$0'8 \cdot \left(2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{8}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{40}{20} = 2 \text{ €}$$

Un abuelo deja al morir 120000€ para sus nietos Juan, Pedro y Ana. A Juan le toca 1/5, a Pedro 1/3 y a Ana el resto.¿Cuánto le toca a cada uno?

Juan $\quad 120000 \cdot \frac{1}{5} = \frac{120000}{5} = 24000€$

Pedro $\quad 120000 \cdot \frac{1}{3} = \frac{120000}{2} = 20000€$

Ana $\quad 120000 - 24000 = 96000€$

EJERCICIOS resueltos

15. Ordena de mayor a menor:

a) $\frac{56}{5}$ y $\frac{31}{2}$ Sol: $\frac{31}{2} > \frac{56}{5}$

b) $-\frac{10}{3}$ y $-\frac{33}{2}$ Sol: $-\frac{10}{3} > -\frac{33}{2}$

16. Calcula dando el resultado en forma de fracción irreducible:

a) $4-\frac{1}{2}\left[\frac{10}{3}-\left(1+\frac{5}{6}\right)\right]=4-\frac{1}{2}\left(\frac{10}{3}-\frac{11}{6}\right)=4-\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{6}=4-\frac{9}{12}=\frac{39}{12}=\frac{13}{4}$

b) $\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{2}-7\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)-\frac{4}{5}:3=\frac{5}{6}-7\cdot\frac{-5}{12}-\frac{4}{15}=\frac{5}{6}+\frac{35}{12}-\frac{4}{15}=\frac{50}{60}+\frac{175}{60}-\frac{16}{60}=\frac{209}{60}$

c) $\dfrac{\frac{3}{4}-3\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{5}\right)}{\frac{3}{2}-\frac{1}{5}:\frac{4}{3}}=\dfrac{\frac{3}{4}-3\cdot\frac{-3}{20}}{\frac{3}{2}-\frac{3}{20}}=\dfrac{\frac{3}{4}+\frac{9}{20}}{\frac{27}{20}}=\dfrac{\frac{24}{20}}{\frac{27}{20}}=\frac{24}{27}=\frac{8}{9}$

17. Calcula dando el resultado en forma decimal:

a) $2,\widehat{98}+6,\widehat{4}$ Sol: $\frac{298-2}{99}+\frac{64-6}{9}=\frac{934}{99}=9,\widehat{43}$

b) $\frac{1}{4}-5,\widehat{6}$ Sol: $\frac{1}{4}-\frac{56-5}{9}=-\frac{195}{36}=-5,41\widehat{6}$

c) $0,1-0,\widehat{24}$ Sol: $\frac{1}{10}-\frac{24}{99}=-\frac{131}{990}=-0,1\widehat{32}$

18. Calcula dando el resultado en forma decimal:

a) $\frac{1}{2}:2'\overset{\square}{7}$ Sol: $\frac{1}{2}:\frac{27-2}{9}=\frac{1}{2}:\frac{25}{9}=\frac{9}{50}=0,18$

b) $4'\overset{\square}{6}\cdot\frac{5}{3}$ Sol: $\frac{46-4}{9}\cdot\frac{5}{3}=\frac{42}{9}:\frac{5}{3}=\frac{210}{27}=7,\widehat{7}$

c) $6,\widehat{15}:0,5$ Sol: $\frac{615-6}{99}:\frac{1}{2}=\frac{609}{99}:\frac{1}{2}=\frac{1218}{99}=12,\widehat{30}$

19. Calcula las siguientes potencias:

a) 2^{-3} Sol: $\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$

b) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$ Sol: $\left(\frac{3}{5}\right)^{2}=\frac{9}{25}$

c) $(-3)^{-4}$ Sol: $\frac{1}{(-3)^4}=\frac{1}{81}$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ Sol: $(-2)^3=-8$

20. Calcula:

a) $4^{-2}\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^{-3}$ Sol: $\left(2^2\right)^{-2}\cdot\left(2^3\right)^{3}=2^2=4$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}:\left(\frac{3}{2}\right)^{3}$ Sol: $\left(\frac{3}{2}\right)^{4-3}=\frac{3}{2}$

c) $\frac{343^5}{49^7}$ Sol: $\frac{(7^3)^5}{(7^2)^7}=7^{15-14}=7$

d) $(x^3)^5\cdot(x^4)^{-3}$ Sol: $x^{15-12}=x^3$

Definición

Para escribir números muy grandes o muy pequeños se emplea la notación científica.

Un número escrito en notación científica es de la forma **$\pm a \cdot 10^k$** con $1 \le a < 10$ y k número entero, que se llama **orden de magnitud** del número.

Notación científica

$178'23 = 1'7823 \cdot 10^2$

$234000000 = 2'34 \cdot 10^8$

$0'00000012 = 1'2 \cdot 10^{-7}$

Los números escritos en notación científica son fáciles de comparar:

- Los números esSi k>0 el número de cifras enteras es k+1.
- Si k<0 el número de cifras decimales son la suma de las cifras decimales de a más | k |

Con la calculadora

Para introducir en la calculadora números en notación científica como:

- $9{,}0043 \cdot 10^{13}$

  Teclea 9 [.] 0043 [EXP] 13

  Aparecerá: [9.0043 13]

- $6{,}0743 \cdot 10^{-18}$

  Teclea 6 [.] 0743 [EXP] [+/-] 18

  Aparecerá: [6.0743 -18]

Si introduces:

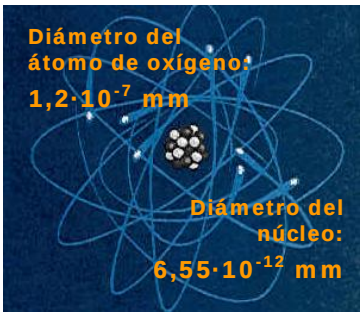
- $900{,}43 \cdot 10^{13}$

  Teclea 900 [.] 43 [EXP] 13

  Aparecerá: [900.43 13]

Y pulsando [=] sale el nº en notación científica: [9.0043 15]

Según el modelo de calculadora la tecla indicada es [x10^x]



Operaciones

Suma y Resta

Si los sumandos son del mismo orden de magnitud sumamos o restamos los números que preceden a las potencias de 10.

Si los sumandos no son del mismo orden de magnitud se reducen al mayor de los órdenes, y se suman o se restan los números que preceden a las potencias de 10.

Suma y resta

$1{,}2 \cdot 10^8 + 9{,}3 \cdot 10^9 =$
$= (1{,}2 \cdot 10^{-1} + 9{,}3) \cdot 10^9 =$
$= (0{,}12 + 9{,}3) \cdot 10^9 =$
$= 9{,}42 \cdot 10^9$

$3{,}7 \cdot 10^8 - 5{,}3 \cdot 10^9 =$
$= (3{,}7 - 5{,}3 \cdot 10^{-1}) \cdot 10^8 =$
$= (3{,}7 - 0{,}53) \cdot 10^8 =$
$= 3{,}17 \cdot 10^8$

Multiplicación y división

Para multiplicar o dividir dos números en notación científica, se multiplican o dividen los números que preceden a las potencias de 10 y también dichas potencias.

En todos los casos el resultado se da en notación científica.

Producto y división

$7{,}2 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^7 = 21{,}6 \cdot 10^{15} =$
$= 2{,}16 \cdot 10^{16}$

$8{,}4 \cdot 10^8 : 6 \cdot 10^{10} = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$

EJERCICIOS resueltos

21. Escribe en notación científica:

a) 0'0000038 Sol: $3'8 \cdot 10^{-6}$

b) 1230000000 Sol: $1'23 \cdot 10^{9}$

22. Escribe la expresión decimal de:

a) $8'44 \cdot 10^{8}$ Sol: 844000000

b) $2'1 \cdot 10^{-4}$ Sol: 0'00021

23. Cuántas cifras decimales tiene el número:

a) $3'2 \cdot 10^{-9}$ Sol: 10

b) $7'27 \cdot 10^{-19}$ Sol: 21

24. Cuántas cifras enteras tiene el número:

a) $3'2 \cdot 10^{23}$ Sol: 24

b) $1'234 \cdot 10^{54}$ Sol: 55

25. Realiza las siguientes operaciones:

a) $3'2 \cdot 10^{23} + 1'5 \cdot 10^{22}$

Sol: $3'2 \cdot 10^{23} + 1'5 \cdot 10^{22} = \left(3'2 + 1'5 \cdot 10^{-1}\right)10^{23} = \left(3'2 + 0'15\right)10^{23} = 3'35 \cdot 10^{23}$

b) $4'1 \cdot 10^{-12} - 1'5 \cdot 10^{-11}$

Sol: $4'1 \cdot 10^{-12} - 1'5 \cdot 10^{-11} = \left(4'1 \cdot 10^{-1} - 1'5\right)10^{-11} = \left(0'41 - 1'5\right)10^{-11} = -1'19 \cdot 10^{-11}$

c) $4'1 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{32}$

Sol: $4'1 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{32} = 8'2 \cdot 10^{43}$

d) $\dfrac{6'2 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-22}}$

Sol: $\dfrac{6'2 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-22}} = 3'1 \cdot 10^{45}$

e) $\left(6'2 \cdot 10^{23}\right)^{2}$

Sol: $\left(6'2 \cdot 10^{23}\right)^{2} = 38'44 \cdot 10^{46} = 3'844 \cdot 10^{47}$

Para practicar

1. Calcula:

a) $6 - 6(3 - 1)$

b) $2 - (3 - 5(2 + 5) - 1)$

c) $3 - 3(4 - 4(3 - 7) + 1)$

d) $6 - (1 + 2(-3 - 1) - 5)$

2. Calcula:

a) $6 : 2 - 2(3 - 1)$

b) $(-16) : 2 - 3 \cdot 4$

c) $30 : (5 - 5(2 - 3)) + 1$

d) $4(15 : 5 - 2) : 2$

3. Indica si los siguientes pares de fracciones son equivalentes:

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{10}$

b) $\frac{4}{5}$ y $\frac{8}{9}$

c) $\frac{3}{5}$ y $\frac{-3}{5}$

4. Halla x para que las fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{x}{12}$

b) $\frac{x}{3}$ y $\frac{10}{15}$

c) $\frac{2}{x}$ y $\frac{8}{28}$

5. Escribe la expresión decimal:

a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{17}{15}$

6. Escribe la fracción generatriz:

a) $1,\widehat{2}$

b) $3,12$

c) $2,\widehat{32}$

d) $1,92$

7. Indica qué tipo de número decimal es:

a) $\frac{128}{625}$

b) $\frac{223}{54}$

c) $\frac{51}{27}$

8. Ordena de menor a mayor:

a) $\frac{7}{4}$ y $\frac{67}{20}$

b) $-\frac{5}{3}$ y $-\frac{3}{2}$

c) $\frac{23}{2}$ y $\frac{34}{3}$

9. Calcula y simplifica:

a) $\frac{7}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{5} + 3 - \frac{1}{2}$

c) $-\frac{2}{4} - 3 + \frac{1}{3}$

d) $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 1\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} - 2\right)$

e) $\left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(1 + \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{5}\right)$

10. Calcula y simplifica:

a) $\frac{7}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{5}$

b) $\frac{7}{4}:\frac{2}{3}$

c) $\left(\frac{3}{4}:\frac{5}{2}\right):\frac{1}{5}$

11. Calcula y simplifica:

a) $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\left(1+\frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{1}{4}:\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}\right)$

c) $\dfrac{\frac{2}{5}+\frac{2}{3}\left(3-\frac{1}{2}\right)}{\frac{2}{3}}$

d) $-\frac{4}{9}-\dfrac{6}{3-\frac{1}{3}}$

12. Calcula y simplifica:

a) $1'\widehat{5}+3'\widehat{7}$

b) $2'\widehat{3}-3'\widehat{1}$

c) $3'\widehat{5}:1'\widehat{7}$

13. Calcula y simplifica:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}$

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^4:\left(\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)^2$

14. Escribe en notación científica:

a) $23'12034$

b) $0'123\cdot10^{12}$

15. Calcula y escribe el resultado en notación científica:

a) $2'3\cdot10^{17}+5'6\cdot10^{18}$

b) $6'8\cdot10^{-8}-5'6\cdot10^{-9}$

c) $2'4\cdot10^{7}\cdot5'2\cdot10^{-18}$

d) $\dfrac{1'24\cdot10^{-7}}{2'48\cdot10^{8}}$

16. Sonia bebe diariamente un litro de leche. Si la leche la compra en botellas de un cuarto de litro. ¿Cuántas botellas debe comprar para 14 días?

17. Si medio kilo de fruta cuesta 3€.¿cuánto costarán tres kilos y medio?

18. Al morir Juan deja una fortuna de 420.000€. A su mujer le deja la mitad y el resto a sus tres hijos en partes iguales. ¿Cuánto le toca a cada uno?.

19. En un laboratorio se ha observado que la población de un cultivo de bacterias se multiplica por 5 cada hora. Si el número inicial era de $1{,}4\cdot10^{16}$ bacterias, ¿cuántas habrá al cabo de 5 horas?.

20. Un microorganismo mide 1,5 micras; sabiendo que una micra es la millonésima parte de 1 m, expresa en metros y en notación científica la longitud que ocupan 7 millones de microorganismos puestos en fila.

21. Un embalse que abastece a una población tiene 107,8 dam^3 de agua. Si una persona gasta por término medio 770 litros de agua anuales. ¿A qué población podrá abastecer en un año?.

Para saber más

Algoritmo de Euclides para hallar el m.c.d. de dos números

M.C.D(12345 , 60) = 15

	205	1	3
12345	60	45	15
45	15	0	

El m.c.d. de dos números se puede calcular dividiendo los números, luego se divide el divisor entre el resto y así hasta que el resto es cero. El último cociente es el m.c.d.

Fíjate en estos dos ejemplos.

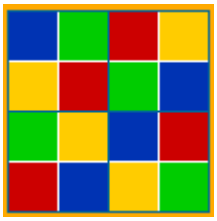
M.C.D(123456 , 2346) = 6

	52	1	1	1	1	1	15	1	2
123456	2346	1464	882	582	300	282	18	12	6
1464	882	582	300	282	18	12	6	0	

Sudokus

Al comienzo del tema se proponía un juego con números, este tipo de pasatiempos se ha hecho muy popular en los últimos años. Posiblemente el más famoso sea el "sudoku", que tiene verdaderos adeptos en todo el mundo. Suele ser un cuadrado 9x9, en el que hay que colocar las cifras del 1 al 9 sin repetir en la misma fila o columna, ni en cada región 3x3 en que se divide el cuadrado grande.

Aquí tienes dos, tamaño 4x4, para entrenarte, el de colores está resuelto, completa el de números, es muy fácil, ¡qué te diviertas!.



	2		
1			

Recuerda lo más importante

$\mathbb{Z}$ Números enteros

Números enteros positivos:
+1,+2,+3,..
Números enteros negativos:
-1,-2,-3,-4,..
El número cero

Valor absoluto

|+a|=a |-a|=a |0|=0

Opuesto

Op (-4)=4 Op (4)=4.

$\mathbb{Q}$ Números Racionales

Son los que pueden expresarse en forma de fracción.

- Números enteros
  - Positivos
  - Negativos
  - El cero
- Números decimales
  - Exactos 1,23
  - Periódicos
    - Puros 1'23
    - Mixtos 1'23

Potencia positiva de un número entero

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n \text{ veces}}$$

Potencia positiva de una fracción

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Potencia negativa de un número entero

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Potencia negativa de una fracción

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$$

Notación científica

$$N = a \cdot 10^n \quad 1 < |a| < 10$$

Autoevaluación

1. Calcular $-5(8-7)-3+4(-9+3)$:

2. ¿Cuál es el mayor valor que puede tener **x** para qué el número **3x6** sea divisible por 3

3. Halla x para qué las fracciones $\frac{40}{x}$ y $\frac{80}{64}$ sean equivalentes

4. Encuentra el periodo de $\frac{743}{99}$

5. Escribe en forma de fracción irreducible el número $6'4\overset{\square}{3}5$

6. Calcular: $8'66\overset{\frown}{7}-4'\overset{\frown}{8}$

7. Calcular: $\frac{3}{8}+\frac{2}{5}\left(\frac{2}{3}-9\right)$

8. ¿Cuántas botellas de dos tercio de litro se pueden llenar con 128 litros de agua?

9. Calcular: $6'3\cdot10^{5}-6'6\cdot10^{4}$

10. Calcular: $\left(\frac{7}{6}\right)^{-1}-\left(\frac{4}{7}\right)^{2}$

Soluciones de los ejercicios para practicar

1. a) -6 b) 35
c) -60 d) 18

2. a) -1 b) -20
c) 4 d) 2

3. a) si b) no c) no

4. a) 8 b) 2 c) 7

5. a) 1'4 b) $1'\overset{\frown}{6}$ c) $1'1\overset{\frown}{3}$

6. a) $\frac{11}{9}$ b) $\frac{103}{33}$
c) $\frac{209}{90}$ d) $\frac{48}{25}$

7. a) decimal exacto
b) periódico mixto
c) periódico puro

8. a) $\frac{7}{4} < \frac{67}{20}$
b) $-\frac{5}{3} < -\frac{3}{2}$
c) $\frac{34}{3} < \frac{23}{2}$

9. a) $\frac{133}{60}$ b) $\frac{31}{30}$ c) $-\frac{35}{12}$
d) $\frac{21}{10}$ e) $\frac{23}{60}$

10. a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{21}{8}$ c) $\frac{3}{2}$

11. a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{31}{10}$ c) $\frac{5}{12}$

12. a) $5'\overset{\frown}{3}$ b) $-0'\overset{\frown}{7}$ c) 2

13. a) $\frac{27}{8}$ b) $-\frac{8}{27}$
c) $\frac{27}{50}$ d) $\frac{5}{2}$

14. a) $2{,}31203 \cdot 10^{-1}$
b) $1{,}23 \cdot 10^{4}$

15. a) $5{,}83 \cdot 10^{18}$ b) $6{,}24 \cdot 10^{-8}$
c) $1{,}248 \cdot 10^{-10}$ c) $5 \cdot 10^{-16}$

16. 56

17. 9

18. 210.000€ y 70.000€

19. $4{,}375 \cdot 10^{19}$

20. $1{,}05 \cdot 10$ m

21. $1{,}4 \cdot 10^{6}$

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. -32

2. 9

3. 32

4. 50

5. 6371/990

6. $3'77\overset{\frown}{8}$

7. $\frac{-71}{24}$

8. 282

9. $5'64 \cdot 10^{5}$

10. $\frac{26}{49}$