

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Resolver ecuaciones de primer y segundo grado.
- Resolver ecuaciones bicuadradas y factorizadas.
- Identificar y resolver inecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita.
- Aplicar las ecuaciones e inecuaciones a la resolución de problemas de la vida real.

Antes de empezar.

1. Ecuación pág. 4
Elementos de una ecuación
Solución de una ecuación
2. Ecuaciones de primer grado pág. 4
Solución
Aplicaciones
3. Ecuaciones de segundo grado pág. 6
Solución
Incompletas
Número de soluciones
Aplicaciones
4. Otros tipos de ecuaciones pág. 9
Bicuadradas
Tipo $(x-a)(x-b)\dots=0$
Ensayo-error. Bisección
5. Inecuaciones con una incógnita pág. 11
Definición. Propiedades
Inecuaciones de grado uno
Inecuaciones de grado dos

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación

Antes de empezar



Gran cantidad de problemas prácticos en la vida real conducen a la resolución de una ecuación. Traducir al "lenguaje del álgebra" resulta imprescindible en estas ocasiones, el lenguaje algebraico nos sirve para expresar con precisión relaciones difíciles de transmitir con el lenguaje habitual. El ejemplo de la imagen se resuelve fácilmente con una ecuación:

$$2x + 249 = 5x$$

$$2x - 5x = -249$$

$$-3x = -249$$

$$x = 249/3 = 83$$

Ecuaciones e Inecuaciones

1. Ecuaciones

Elementos de una ecuación

En las ecuaciones distinguimos varios elementos:

- **Incógnita:** La letra (o variable) que figura en la ecuación.
- **Miembro:** Es cada una de las dos expresiones algebraicas separadas por el signo =.
- **Término:** Cada uno de los sumandos que componen los miembros de la ecuación.
- **Grado:** Es el mayor de los exponentes de las incógnitas, una vez realizadas todas las operaciones (reducir términos semejantes)

Solución de una ecuación

La **solución de una ecuación** es el valor de la incógnita que hace que la igualdad sea cierta.

- Si una ecuación tiene solución se llama **compatible**, si no tiene se dice **incompatible**.
- Dos ecuaciones que tienen las mismas soluciones se dicen que **equivalentes**.

Distingue los elementos de esta ecuación:

$$14x + (19x + 18) = x^2 + 7x + 1$$

Incógnita: x

Primer Miembro: $x + (19x+18)$

Segundo miembro: $x^2 + 7x + 1$

Términos: $14x, 19x, 18, x^2, 7x, 1$

Grado: 2

$$x+2 = 9 \quad \text{Solución } x=7$$

$$7+2=9 \quad \text{Es compatible}$$

Un ecuación **equivalente**:

$$2x+4=18$$

Observa que para obtener una ecuación equivalente se han multiplicado los dos miembros por 2.

$$2(x+2) = 2 \cdot 9 \rightarrow 2x+4 = 18$$

2. Ecuaciones de primer grado

Solución

Una **ecuación de primer grado** con una incógnita es una igualdad algebraica que se puede expresar en la forma $ax+b=0$, con $a \neq 0$.

La **solución** de una ecuación del tipo **$ax+b=c$** es:

$$x = -b/a$$

Resolver: **$-6x+4=15x$**

Pasamos la x a la izquierda y lo que no tiene x a la derecha

$$-6x-15x=-4$$

Hacemos operaciones: $-21x=4$

Despejamos la x : $x = -\frac{4}{21}$

Aplicaciones. Resolución de Problemas

Las ecuaciones de primer grado se aplican a la resolución de problemas.

Llamamos x al menor de los tres números.

Los números consecutivos son $x+1$, $x+2$

La ecuación es: $x+x+1+x+2=249$

Resolvemos: $3x + 3 = 249$

$$3x = 246$$

$$x = 246/3 = 82$$

La solución: Los números son **82, 83 y 84**

Halla tres números consecutivos cuya suma sea 249



EJERCICIOS resueltos

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } \frac{-7x+5}{7} + \frac{9x-7}{8} = -1 \quad \text{Sol: } 56 \frac{-7x+5}{7} + 56 \frac{9x-7}{8} = 56 \cdot (-1) \rightarrow 8(-7x+5) + 7(9x-7) = -56$$

$$-56x + 40 + 63x - 49 = -56 \rightarrow 7x = -47 \rightarrow x = \frac{-47}{7}$$

$$\text{b) } \frac{2x-(x+1)}{4} = \frac{5x+2}{6} \quad \text{Sol: } 12 \frac{x-1}{4} = 12 \frac{5x+2}{6} \rightarrow 3(x-1) = 2(5x+2)$$

$$3x-3 = 10x+4 \rightarrow -7x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{-7} = -1$$

$$\text{c) } \frac{3x-7(x+1)}{6} = \frac{2x-1}{3} - 2 \quad \text{Sol: } 6 \frac{3x-7(x+1)}{6} = 6 \frac{2x-1}{3} - 6 \cdot 2 \rightarrow 3x-7(x+1) = 2(2x-1) - 12$$

$$3x-7x-7 = 4x-2-12 \rightarrow -8x = -7 \rightarrow x = \frac{7}{8}$$

$$\text{d) } \frac{2x-5}{3} - \frac{-2x+8}{7} = x \quad \text{Sol: } 21 \frac{2x-5}{3} - 21 \frac{-2x+8}{7} = 21x \rightarrow 7(2x-5) - 3(-2x+8) = 21x$$

$$14x-35+6x-24 = 21x \rightarrow -x = 59 \rightarrow x = -59$$

$$\text{e) } \frac{6x-(x-8)}{6} = \frac{-2x-17}{3} + x \quad \text{Sol: } 6 \frac{6x-(x-8)}{6} = 6 \frac{-2x-17}{3} + 6x \rightarrow 6x-(x-8) = 2(-2x-17) + 6x$$

$$5x+8 = -4x-34+6x \rightarrow 3x = -42 \rightarrow x = -14$$

2. La edad de un padre es el triple que la de su hijo, si entre los dos suman 56 años
¿Cuál es la edad de cada uno?

Edad del hijo: x
 Sol: Edad del padre: $3x$
 $x + 3x = 56 \rightarrow 4x = 56 \rightarrow x = \frac{56}{4} = 14$
 La edad del hijo es 14 años y la del padre es 42 años

3. ¿Cuántos litros de vino de 5€ el litro deben mezclarse con vino de 3€ el litro para obtener 50 litros de vino cuyo precio sea de 4€ el litro?

Sol:
 Litros de vino de 5€ : x

	litros	precio	
vino de 3€ el litro	x	$5x$	$5x + 3(50 - x) = 200 \rightarrow 2x = 50 \rightarrow x = 25$
vino de 4€ el litro	$50 - x$	$3(50 - x)$	
vino de 6€ el litro	50	200	

 Hay que mezclar 25 litros de 5€ con vino de 3€

Ecuaciones e Inecuaciones

3. Ecuación de segundo grado

Solución

Las **ecuaciones de segundo grado** son de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Para resolverlas empleamos la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ecuaciones incompletas

Cuando b, c ó los dos son 0 estamos ante una ecuación de segundo grado incompleta.

En estos casos no es necesario aplicar la fórmula sino que resulta más sencillo proceder de la siguiente manera:

- Si $b=0$ $ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = -c/a$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

- Si $-c/a > 0$ hay dos soluciones
- Si $-c/a < 0$ no hay solución

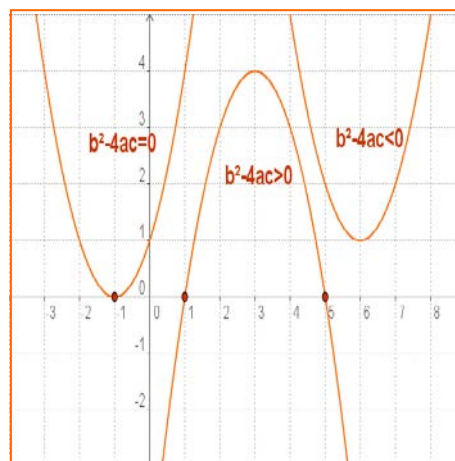
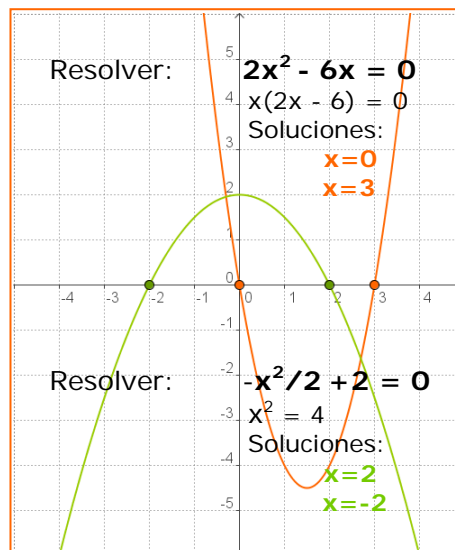
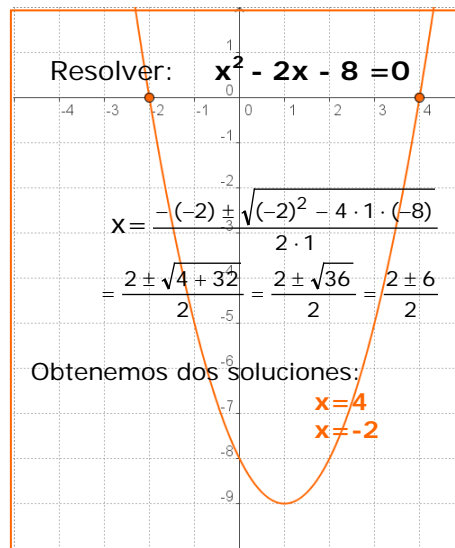
- Si $c=0$ $ax^2 + bx = 0$

sacando x factor común: $x(ax+b)=0$
 $\Rightarrow x=0, x=-b/a$ son las dos soluciones.

Número de soluciones

Estas ecuaciones pueden tener dos soluciones, una o ninguna solución, según sea b^2-4ac , el llamado **discriminante**.

- $b^2-4ac > 0$ Hay dos soluciones.
- $b^2-4ac = 0$ Hay una solución doble: $x=-b/2a$
- $b^2-4ac < 0$ No hay solución.





Aplicaciones

Las ecuaciones de segundo grado se aplican a la resolución de problemas.

- Comienza por leer detenidamente el enunciado hasta asegurarte de que comprendes bien lo que se ha de calcular y los datos que te dan.
- Traduce al lenguaje algebraico las condiciones del enunciado y después resuelve la ecuación planteada.
- Una vez resuelta la ecuación da la solución al problema. Puede ocurrir que alguna solución no valga.

A continuación puedes ver algunos ejemplos:

EJEMPLO 1

- ✓ La suma de los cuadrados de dos números naturales es 313. ¿Cuáles son esos números?

SOLUCIÓN

Llamamos x al menor de los números.

El consecutivo es $x+1$

La ecuación es: $x^2 + (x+1)^2 = 313$

Resolvemos:

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 313$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 313$$

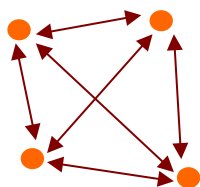
$$2x^2 + 2x - 312 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2496}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2500}}{4} = \frac{-2 \pm 50}{4} = \begin{cases} 12 \\ -13 \end{cases}$$

La solución es el número 12, (-13 no vale por no ser natural)

EJEMPLO 2

- ✓ En un parque nacional hay casetas forestales unidas cada una con todas las demás por un camino. Si el número de caminos es 28, ¿cuántas casetas hay?



SOLUCIÓN

$x = n^\circ$ casetas, de cada una salen $x-1$ caminos

Como entre caseta y caseta, el camino de ida es igual al de vuelta el número total de caminos es:

$$\frac{x(x-1)}{2} = 28 \Rightarrow x^2 - x = 56$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 56 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 224}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2}$$

Obtenemos $x = -14/2 = -7$ y $x = 16/2 = 8$

La solución negativa no es válida ya que se trata de n° de casetas, luego hay 8 en el parque.

EJERCICIOS resueltos

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

$$\text{a) } x^2 - 7x + 10 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } 3x^2 + 17x + 20 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 240}}{6} = \frac{-17 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{-17 \pm 7}{6} = \begin{cases} -\frac{5}{3} \\ -4 \end{cases}$$

$$\text{c) } 3x^2 + 5x + 4 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 48}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{-23}}{6} = \text{No hay solución}$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

$$\text{a) } x^2 - 6x = 0 \quad \text{Sol: } x(x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } x^2 + 27x = 0 \quad \text{Sol: } x(x + 27) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 27 = 0 \rightarrow x = -27 \end{cases}$$

$$\text{c) } 3x^2 + 5x = 0 \quad \text{Sol: } x(3x + 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

$$\text{a) } x^2 - 36 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$$

$$\text{b) } 4x^2 - 9 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } x^2 + 9 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = -9 \rightarrow \text{No hay solución}$$

7. Indica sin resolver cuántas soluciones tiene la ecuación: $x^2 + 7x - 11 = 0$

El discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ es, $7^2 - 4 \cdot 11 = 49 - 44 = 5 > 0$
La ecuación tiene dos raíces distintas

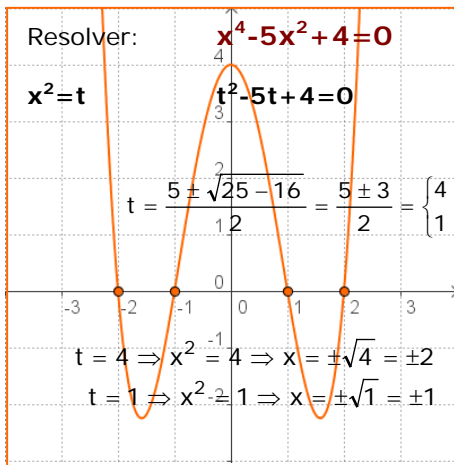
8. Para construir una caja cúbica se han empleado 96 cm² de cartón. Determina la longitud de las aristas de la caja

x : Longitud de la arista

$$\text{Superficie del cubo : } 6x^2 \rightarrow 6x^2 = 96 \rightarrow x^2 = \frac{96}{6} = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

La arista del cubo mide 4 cm

4. Otros tipos de ecuaciones



Ecuaciones bicuadradas

A las ecuaciones del tipo $ax^4 + bx^2 + c = 0$ se les llama bicuadradas.

Para resolverlas basta hacer $x^2 = t$, obteniendo una ecuación de segundo grado: $at^2 + bt + c = 0$, en la que

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{t_1} \\ x = \pm\sqrt{t_2} \end{cases}$$

Tipo $(x-a) \cdot (x-b) \cdot \dots = 0$

Para calcular la solución de este tipo de ecuaciones, factorizadas, se igualan a cero cada uno de los factores y se resuelven las ecuaciones resultantes.

$$(x-2)(2x+3) = 0$$

Se iguala a cero cada factor

Resolvemos:

$$\begin{aligned} x - 2 = 0 &\rightarrow x = 2 \\ 2x - 3 = 0 &\rightarrow x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$(x-a) \cdot (x-b) \cdot (x-c) = 0$$

$$x - a = 0 \rightarrow x = a$$

$$x - b = 0 \rightarrow x = b$$

$$x - c = 0 \rightarrow x = c$$

Resolver: $x^3 + x + 1 = 0$

A	B	f(A)	f(B)	M	f(M)
-1	0	-1	-1	-0'5	0'375
-1	-0'5	-1	0'375	-0'75	-0'172
-0'75	-0'5	-0'172	0'375	-0'625	0'131
-0'75	-0'625	-0'172	0'131	-0'688	-0'014

La solución aproximada es
 $x = -0'688$

Ensayo-error. Bisección

Se utiliza para resolver ecuaciones complicadas o que no sabemos resolver.

- En primer lugar se pasa todo al mismo miembro para que un miembro de la ecuación sea 0, la ecuación queda de la forma $f(x) = 0$.
- Se trata de encontrar dos valores a y b ($a < b$) que hagan la ecuación de distinto signo $f(a) > 0$ y $f(b) < 0$. En el ejemplo -1 y 0.
- La solución estará comprendida entre a y b.
- Luego se coge un punto c entre a y b, $a < c < b$ y se mira el signo de la ecuación, si $f(c) = 0$ ya he terminado y c es la solución, si $f(c) > 0$ me quedo con c y b (en otro caso con a y c). En el ejemplo -1 y -0,5.
- Se repite el proceso hasta encontrar la solución o un valor aproximado a ella.

EJERCICIOS resueltos

9. Resuelve las ecuaciones:

a) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ $t^2 - 25t + 144 = 0$
 $x^2 = t$ $t = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2} = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{25 \pm 7}{2} = \begin{cases} 16 \Rightarrow x = \pm 4 \\ 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$

b) $x^4 + 9x^2 - 162 = 0$ $t^2 + 9t - 162 = 0$
 $x^2 = t$ $t = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 648}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{-9 \pm 27}{2} = \begin{cases} -18 \Rightarrow \text{Sin sol.} \\ 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$

c) $x^4 - 8x^2 + 15 = 0$ $t^2 - 8t + 15 = 0$
 $x^2 = t$ $t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} = \begin{cases} 5 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5} \\ 3 \Rightarrow x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$

d) $x^4 + 9x^2 + 14 = 0$ $t^2 + 9t + 14 = 0$
 $x^2 = t$ $t = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-9 \pm 5}{2} = \begin{cases} -2 \Rightarrow \text{Sin sol} \\ -7 \Rightarrow \text{Sin sol} \end{cases}$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x - 2)(x + 3) = 0$ Sol: $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$; $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

b) $(3x - 1)(x - 5) = 0$ Sol: $3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$; $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$

c) $(3x - 2)(x + 6) = 0$ Sol: $3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}$; $x + 6 = 0 \rightarrow x = -6$

d) $(3x + 1)(7x - 5) = 0$ Sol: $3x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$; $7x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{7}$

11. Resuelve la siguiente ecuación por el método de bisección:

$$x^3 + 2x + 1 = 0$$

A	B	f(A)	f(B)	M	f(M)
-1	0	-2	1	-0'5	-0'125
-0'5	0	-0'125	1	-0'25	0'484
-0'5	-0'25	-0'125	0'484	-0'375	0'197
-0'5	-0'375	-0'125	0'197	-0'438	0'04

La solución aproximada es $x = -0,438$

5. Inecuaciones con una incógnita

Definición. Solución.

Dos expresiones algebraicas separadas por los signos $<, >, \leq, \geq$ forman una **inecuación**.

La solución de una inecuación son todos los puntos que cumplen la desigualdad. La solución de una ecuación siempre va a ser un conjunto de puntos, un intervalo.

Propiedades.

- Al sumar o restar la misma cantidad a los dos miembros de una inecuación la desigualdad no varía.
- Al multiplicar o dividir los dos miembros de una inecuación por un mismo número positivo, la desigualdad no varía.
- Al multiplicar o dividir los dos miembros de una inecuación por un mismo número negativo, el sentido de la desigualdad cambia.

Comprobemos las propiedades

$$63 > 19$$

1. Sumo 10 a los dos miembros, queda:

$$73 > 29$$

que sigue siendo cierto.

2. Multiplico por 10 a los dos miembros, queda:

$$630 > 190$$

que sigue siendo cierto.

3. Multiplico por -1 los dos miembros, queda: $-63 > -19$, que no es cierto, para que lo sea cambio el sentido de la desigualdad.

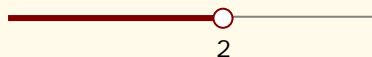
$$-63 < -19$$

Resolver la inecuación: $3x + 1 < 7$

$$3x < 6$$

$$x < 2$$

$$\text{sol: } (-\infty, 2)$$



Inecuaciones de primer grado

Para resolver una inecuación de primer grado, aplicamos las propiedades de las inecuaciones hasta obtener una inecuación de la forma:

$$\begin{aligned} x < a &\rightarrow \text{sol: } (-\infty, a) \\ x \leq a &\rightarrow \text{sol: } (-\infty, a] \\ x > a &\rightarrow \text{sol: } (a, +\infty) \\ x \geq a &\rightarrow \text{sol: } [a, +\infty) \end{aligned}$$

Inecuaciones de segundo grado

Una **inecuación de segundo grado** con una incógnita es una desigualdad algebraica que se puede expresar en la forma

$$ax^2 + bx + c < 0$$

con $a \neq 0$, y a, b, c números reales.

Para resolverla, se hallan las raíces de la ecuación x_1 y x_2 . La solución, si tiene, será algunos o algunos de los intervalos $(-\infty, x_1)$, (x_1, x_2) , $(x_2, +\infty)$ con $x_1 < x_2$

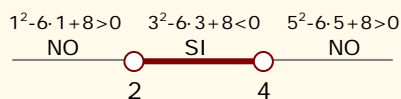
Para saber si un intervalo es de la solución se coge un punto interior a él y se comprueba si verifica la desigualdad, si la verifica es de la solución.

Resolver la inecuación:

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\text{Raíces } x=2, x=4$$



La solución es $(2, 4)$



Para practicar

1. Obtén la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{3} = 1$

b) $\frac{x-3}{2} - 3(x+2) = -20$

c) $\frac{2-2(x-3)}{2} - \frac{x+4}{4} = 3$

d) $\frac{4(x+1)}{2} + x - \frac{x+3}{3} = 5 + 3(x-2)$

2. Resuelve las ecuaciones:

a) $-6x^2 - 7x + 155 = -8x$

b) $3x^2 + 8x + 14 = -5x$

c) $(x-6)(x-10) = 60$

d) $(x+10)(x-9) = -78$

3. Resuelve las ecuaciones:

a) $x^4 - 24x^2 + 144 = 0$

b) $x^4 + 14x^2 - 72 = 0$

c) $x^4 - 81 = 0$

d) $(x^2 - 8)(x^2 - 1) = 8$

4. Resuelve las ecuaciones:

a) $(x+3)(2x-5) = 0$

b) $(5x+3)(2x-8) = 0$

c) $(x-2)(2-3x)(4+x) = 0$

d) $x(x+3)(2x+1) = 0$

5. Resuelve las inecuaciones:

a) $3(x-1) + 2x < x+1$

b) $2 - 2(x-3) \geq 3(x-3) - 8$

c) $2(x+3) + 3(x+1) > 24$

d) $3x \leq 12 - 2(x+1)$

6. Resuelve las inecuaciones:

a) $x^2 - 5x + 6 < 0$

b) $-2x^2 + 18x - 36 > 0$

c) $x^2 + 2x - 8 \geq 0$

d) $3x^2 - 18x + 15 \leq 0$

7. Encuentra dos números consecutivos que sumen 71

8. Encuentra un número tal que sumado con su triple sea igual a 100

9. ¿Qué edad tengo ahora si dentro de 12 años tendré el triple de la edad que tenía hace 8 años?

10. Juan tiene 12 años menos que María, dentro de 4 años María tendrá el triple de la edad de Juan ¿cuántos años tienen ahora?

11. Para vallar una parcela rectangular de 240 m² se emplean 62 m de cerca. ¿Qué dimensiones tiene la parcela?

12. La diferencia de los cuadrados de dos números naturales consecutivos es 25, ¿cuáles son?

13. Al sumar una fracción de denominador 3 con su inversa se obtiene 109/30, ¿cuál es la fracción?

14. El cuadrado de un número más 6 es igual a 5 veces el propio número, ¿qué número es?

15. Busca un número positivo tal que 6 veces su cuarta potencia más 7 veces su cuadrado sea igual a 124.

16. Encuentra m para que $x^2 - mx + 121 = 0$ tenga una solución doble.

Para saber más



Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Una **inecuación de primer grado** con una incógnita es una desigualdad algebraica que se puede expresar en alguna de las formas:

$$ax+by < c, ax+by > c, ax+by \leq c \text{ ó } ax+by \geq c$$

con a, b, c números reales.

Para resolverla, se considera la función lineal asociada a la inecuación $ax + by = c$, y se representa gráficamente, (recuerda que se trata de una recta).

La solución será uno de los dos semiplanos en que la recta divide el plano.

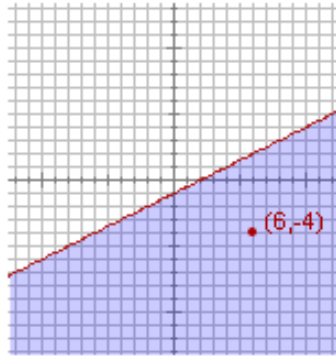
$x - 2y \geq 2$

PRIMERO Se considera la función lineal asociada a la inecuación, sustituyendo el signo \geq por $= \rightarrow x - 2y = 2$

SEGUNDO Se representa gráficamente la función, que es una recta que divide el plano en dos partes.

x	y
0	-1
2	0

Recuerda que para dibujar una recta necesitamos dos puntos.



TERCERO Se elige un punto de una zona y se comprueba si cumple la inecuación. Si la cumple solución es el semiplano donde está el punto, si no la cumple es la otra.

Pincha en un punto de la gráfica y verás si es solución

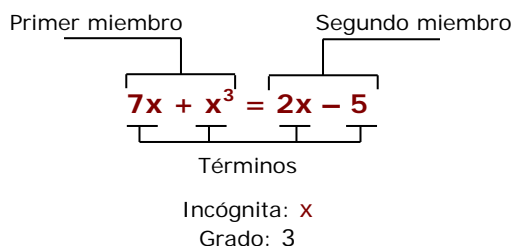
$(6) - 2(-4) = 14 \geq 2 \rightarrow$ CIERTO

La solución es el semiplano coloreado y la recta



Recuerda lo más importante

Ecuaciones



Ecuaciones de primer grado

Se reducen al tipo $ax = b$

$$\text{Solución: } x = \frac{b}{a}$$

Ecuaciones de segundo grado

- Completas: $ax^2 + bx + c = 0$

Se resuelven con la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si $b^2 - 4ac < 0$ sin solución.

Si $b^2 - 4ac = 0$ una solución doble.

Si $b^2 - 4ac > 0$ dos soluciones.

- Incompletas: $ax^2 + c = 0$

Se despeja $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$

- Incompletas: $ax^2 + bx = 0$

Dos soluciones: $x=0$, $x=-b/a$

Otras ecuaciones:

- Bicuadradas: $ax^4 + bx^2 + c = 0$

$$x^2 = t$$

$x = \pm \sqrt{t_1}$ $x = \pm \sqrt{t_2}$ donde t_1 y t_2 son las soluciones de $at^2 + bt + c = 0$

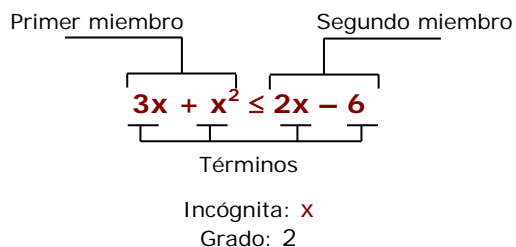
- Factorizadas: $(x-a) \cdot (x-b) \cdot \dots = 0$

Soluciones: $x=a$

$x=b$

... etc

Inecuaciones



Inecuaciones de primer grado

$$x < a \quad \text{---} (-\infty, a) \text{---}$$

$$x \leq a \quad \text{---} (-\infty, a] \text{---}$$

$$x > a \quad \text{---} (a, +\infty) \text{---}$$

$$x \geq a \quad \text{---} [a, +\infty) \text{---}$$

Autoevaluación



1. Resuelve la inecuación: $-7x + 8(-4x - 5) < -5x - 210$
2. Resuelve la ecuación: $x - \frac{x - 26}{2} = 9(x - 8)$
3. Encuentra un número sabiendo que si le sumo 8 veces el consecutivo el resultado es 359
4. Encuentra dos números positivos consecutivos de forma que su producto sea 272.
5. Resuelve la ecuación: $3x^2 + 15x = 0$
6. Resuelve la ecuación: $3x^2 - 768 = 0$
7. Encuentra dos números naturales consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 1105.
8. Resuelve la ecuación : $x^4 - 2937x^2 + 100 = 0$
9. Resuelve la ecuación: $x^2 - 6x + 8 = 0$
10. Resuelve la ecuación: $(x - 9)(4x - 8) = 0$.

Soluciones de los ejercicios para practicar

- a) $x=15$ b) $x=5$
c) $x=0$ d) $x=6$
- a) $x=5, x=-31/6$
b) $x=-2, x=-7/3$
c) $x=16, x=0$
d) $x=21, x=1$
- a) $x = \pm \sqrt{12}$ b) $x = \pm 2$
c) $x = \pm 3$ d) $x = 0, x = \pm 3$
- a) $x = -3$ $x = 5/2$
b) $x = -3/5$ $x = 4$
c) $x = 2$ $x = 3/2$ $x = -4$
e) $x = 0$ $x = -3$ $x = -1/2$
- a) $(-\infty, 1)$
b) $(-\infty, 5]$
c) $(17/5, +\infty)$
d) $(-\infty, 2]$
- a) $(2, 3)$
b) $(3, 6)$
c) $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$
d) $[1, 5]$
- 35 y 36
- 25
- 18
- Juan 2, María 14 años
- 15 m x 16 m
- 13 y 12
- 10/3
- 3 y 2
- 2
- 22 y -22

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

- $(5, +\infty)$
- $x = 10$
- 39
- 16 y 17
- $x = -5$ $x = 0$
- $x = 1$ $x = 16$
- 23 y 24
- $x = \pm 2$ $x = \pm 8$
- $x = 4$ $x = 2$
- $x = 9$ $x = 2$