

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Utilizar letras para representar números desconocidos.
- Hallar el valor numérico de una expresión algebraica.
- Sumar, restar y multiplicar monomios.
- Resolver ecuaciones de primer grado.
- Resolver problemas mediante ecuaciones de primer grado.

Antes de empezar

1. Lenguaje algebraico pág. 4
Expresiones algebraicas
Traducción de enunciados
Valor numérico
2. Monomios pág. 6
Características
Suma y resta
Producto
3. Ecuaciones pág. 8
Solución de una ecuación
Ecuaciones equivalentes
Resolución de ecuaciones
Resolución de problemas

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación

Antes de empezar

En esta quincena veremos la forma de utilizar letras para representar números desconocidos. Uno de los ejemplos de la utilización de las letras para representar números lo tenemos en algunos ejercicios de **investigación** y otro en los **números romanos**.

Investiga



Observa la siguiente suma:

$$\begin{array}{r} aab \\ + aba \\ \hline bcc \end{array}$$

Si c es el número 3, ¿cuáles son los números a y b?

Solución:

$$\begin{array}{r} aab \\ + aba \\ \hline bcc \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} aab \\ + aba \\ \hline b33 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 112 \\ + 121 \\ \hline 233 \end{array}$$

Números romanos

Recordemos las letras que se utilizan en la numeración romana

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

y recordemos también algunas de sus reglas:

- Las letras **I**, **X** y **C** escritas a la derecha de otra de igual o mayor valor le suman a ésta su valor.

$$VI \rightarrow 5 + 1 = 6$$

- Las letras **I**, **X** y **C** escritas a la izquierda de otra de igual o mayor valor le restan a ésta su valor.

$$XC \rightarrow 100 - 10 = 90$$

- Solamente pueden repetirse las letras **I**, **X**, **C** y **M** y como máximo tres veces seguidas.

$$CC \rightarrow 100 + 100 = 200$$

- Una línea horizontal encima de un número multiplica por 1000 su valor (para números mayores que 3999).

$$\overline{X} \rightarrow 10 \times 1000 = 10000$$

Expresiones algebraicas

1. Lenguaje algebraico

Expresiones algebraicas

El **lenguaje numérico** expresa la información matemática a través de los números, pero en algunas ocasiones, es necesario utilizar letras para expresar números desconocidos.

El **lenguaje algebraico** expresa la información matemática mediante letras y números.

Una **expresión algebraica** es una combinación de letras, números y signos de operaciones.

Así, $x+2$ es una expresión algebraica formada por la letra x , el signo $+$ y el número 2 . Esta expresión algebraica puede leerse como **un número más dos**.

Para **escribir** una expresión algebraica debes tener en cuenta que puedes sustituir el signo x de la multiplicación por el signo \cdot o bien puedes suprimirlo

$$3 \times x^2 \longrightarrow 3 \cdot x^2 \longrightarrow 3x^2$$

y también que no se suelen escribir ni el factor 1 ni el exponente 1.

$$1x^5 \longrightarrow x^5$$

$$8x^1 \longrightarrow 8x$$

Traducción de enunciados

Como has visto el lenguaje algebraico permite expresar operaciones con números desconocidos.

Así, se puede representar **la suma de dos números** como $x+y$ y **el triple de la suma de dos números** como $3(x+y)$.

De esta forma se realiza una **traducción de enunciados** a lenguaje algebraico.

Asimismo mediante la traducción de enunciados se pueden expresar números desconocidos en términos de otros.

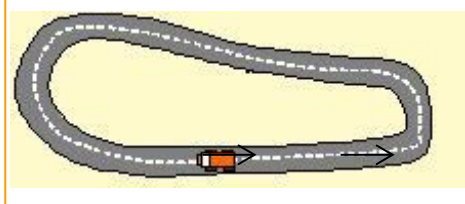
Por ejemplo, si la **edad de Juan** es x y Lola tiene el triple de la edad de Juan más cuatro años, se puede expresar la **edad de Lola** como $3x+4$ y si Pedro tiene el doble de la edad de Lola, se puede expresar la **edad de Pedro** como $2(3x+4)$.

Ejemplos:

Extraemos 3 bolas de una vasija que contiene x bolas. La expresión algebraica que da el número de bolas que quedan es $x - 3$.



Un coche da 3 vueltas a un circuito de longitud l kilómetros. La expresión algebraica que indica el espacio que recorre es $3l$.



Ejemplos:

Si **Juan** tiene x libros y Ana tiene el doble de los libros que tiene Juan más 5 se puede expresar el **número de libros que tiene Ana** como $2x+5$.



Si el precio de un lápiz es x euros y el de un bolígrafo y euros, el precio de **5 lápices** y **3 bolígrafos** se puede expresar como $5x+3y$.



Ejemplos:

El valor numérico de $3x^3-5x^2$ para $x = 2$ es:

$$3 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 = 3 \cdot 8 - 5 \cdot 4 = 24 - 20 = 4$$

Si el precio de alquiler de un coche es de 78 € diarios más 0,12 € por km recorrido, la expresión algebraica $78x+0,12y$ indica el importe que se debe pagar por alquilar x días un coche y recorrer y km.

Podemos hallar el importe que se debe pagar por alquilar un coche 2 días y recorrer 400 km sustituyendo la x por 2 y la y por 400. Observa:

$$78 \cdot 2 + 0,12 \cdot 400 = 156 + 48 = 204$$

Se deberán pagar 204 €.

Valor numérico

Las expresiones algebraicas indican operaciones con números desconocidos.

Por ejemplo, si un operario cobra 15 € por el desplazamiento y 20 € por cada hora, la expresión algebraica $15 + 20x$ indica el importe que cobrará por un **número desconocido** x de horas de trabajo. Y si queremos averiguar cuanto cobrará por trabajar 2 horas sustituiremos x por 2. Observa:

$$15 + 20x \xrightarrow{\text{para } x = 2} 15 + 20 \cdot 2 = 15 + 40 = 55 \text{ euros}$$

De esta forma hemos hallado el **valor numérico** de $15 + 20x$ para $x = 2$ y hemos obtenido 55.

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir las letras por números y realizar las operaciones indicadas.

EJERCICIOS resueltos

6. Escribe en lenguaje algebraico:

- a) El doble de un número más tres.
- b) El cuadrado de un número menos cinco.
- c) El doble de un número más el triple del mismo número.

a) $2x + 3$ b) $x^2 - 5$ c) $2x + 3x$

7. Escribe una expresión algebraica que de:

- a) El perímetro de un triángulo equilátero de lado x
- b) El perímetro de un rectángulo de base x cuya altura mide 1 cm menos que su base.
- c) El área de un rectángulo de base x cuya altura mide 6 cm menos que su base.

a) $3x$ b) $4x - 2$ c) $x(x-6)$

8. Ana tiene 2 años más que Juan. Si representamos por x la edad actual de Juan expresa en lenguaje algebraico la suma de las edades de ambos dentro de 5 años.

	Juan	Ana
Edad actual	x	$x+2$
Edad dentro de 5 años	$x+5$	$x+7$

La suma de las edades de ambos dentro de 5 años es: $x + 5 + x + 7$

9. Representamos por x el número de coches que hay en un aparcamiento y por y el número de motos. Escribe una expresión algebraica que indique el número de ruedas que hay en total.

- Mediante la expresión algebraica hallada calcula el número total de ruedas si en el aparcamiento hay 12 coches y 5 motos.

Ruedas de coches $\rightarrow 4x$ Ruedas de motos $\rightarrow 2y$ Total $\rightarrow 4x+2y$

Hallamos el valor numérico de $4x + 2y$ para $x = 12$ e $y = 5$

$$4 \cdot 12 + 2 \cdot 5 = 48 + 10 = 58$$

En el aparcamiento hay 58 ruedas.

Expresiones algebraicas

2. Monomio

Características

Las siguientes expresiones algebraicas:

$$8x^3 \quad 2x^4 \quad 3x$$

están formadas por el **producto** de un número y de una letra. Reciben el nombre de **monomios**.

Un monomio está formado por un **coeficiente** y por una **parte literal**. Observa:

Monomio	Coeficiente	Parte literal
$8x^3$	8	x^3
$2x^4$	2	x^4
$3x$	3	x

Si un monomio está formado por una única letra su coeficiente es 1. El coeficiente de x^7 es 1.

El **grado** de un monomio es el exponente de la letra. El grado de $8x^3$ es 3, el de $2x^4$ es 4 y el de $3x$ es 1.

Suma y resta

Observa que los monomios $12x^3$ y $4x^3$ tienen la **misma parte literal**. Reciben el nombre de **monomios semejantes**.

Para **sumar** o **restar monomios semejantes** se suman o se restan los coeficientes y se deja la misma parte literal.

$$12x^3 + 4x^3 = 16x^3$$

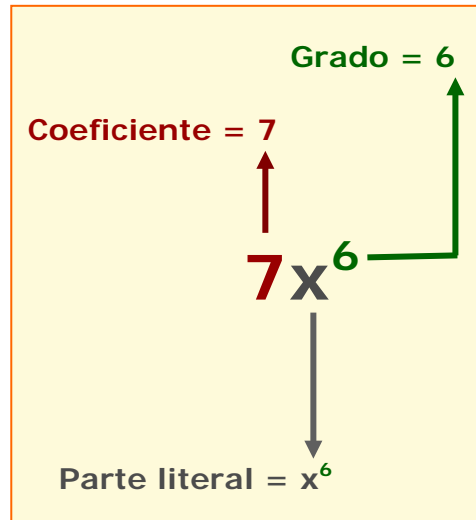
$$8x^3 - 2x^3 = 6x^3$$

Si los monomios **no son semejantes** la suma o resta se deja indicada.

Si una expresión algebraica está formada por monomios no todos ellos semejantes, únicamente se suman o restan los que son semejantes entre sí.

$$2x - x^2 + 3x = 5x - x^2$$

Esta operación recibe el nombre de **reducción de términos semejantes**.



Ejemplos:

Los monomios $3x^{10}$ y $8x^{10}$ son semejantes.

Los monomios $5x^7$ y $8x^6$ no son semejantes ya que no tienen la misma parte literal.

En un jardín hay x flores rojas y el doble de flores blancas más cinco, es decir $2x + 5$ flores blancas. Podemos expresar algebraicamente la **suma** de flores que hay en el jardín como:

$$x + 2x + 5 = 3x + 5$$

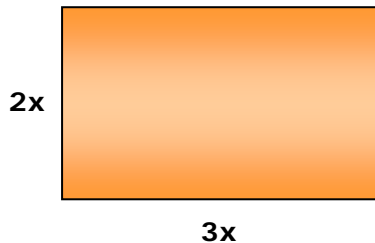
Podemos expresar la **diferencia** de flores blancas y rojas como:

$$2x + 5 - x = x + 5$$



Ejemplo:

Observa las dimensiones del rectángulo de la siguiente figura:



Podemos expresar algebraicamente su área como:

$$3x \cdot 2x = 6x^2$$

Producto

Para **multiplicar dos monomios** se multiplican los coeficientes y se multiplican las partes literales.

$$8x^3 \cdot 5x^4 = 8 \cdot 5 x^3 \cdot x^4 = 40x^7$$

se suman los exponentes: $3+4=7$

Para multiplicar un **número por un monomio** se multiplica el número por el coeficiente del monomio y se deja la misma parte literal.

$$2 \cdot 10x^4 = 20x^4$$

Así, el **resultado** obtenido tanto al multiplicar dos monomios como al multiplicar un número por un monomio es un **monomio**.

EJERCICIOS resueltos

10. Escribe para cada uno de los siguientes apartados un monomio que cumpla las condiciones requeridas:

- a) que tenga coeficiente 12 y el mismo grado que el monomio $3x^5$.
 - b) que tenga grado 5 y el mismo coeficiente que el monomio $-2x^6$.
 - c) que tenga por parte literal x^2 y cuyo valor numérico para $x = 5$ sea 50.
- a) $12x^5$ b) $-2x^5$ c) $2x^2$

11. Opera y reduce los términos semejantes de las siguientes expresiones algebraicas:

- a) $3x^3 + 4x^2 + 5x^2 + 4x^3$
 - b) $5x^3 - 7x^2 - 8x^3 - 2x^2 - 1$
 - c) $2x \cdot 5x - 3x \cdot 4x$
- a) $7x^3 + 9x^2$ b) $-3x^3 - 9x^2 - 1$ c) $2x \cdot 5x - 3x \cdot 4x = 10x^2 - 12x^2 = -2x^2$

12. Halla el monomio que se obtiene al efectuar el siguiente producto:

$$2x^5 \cdot \frac{1}{2}x^3 \cdot 5x^2 \cdot 6x^3 \cdot \frac{1}{15}x$$

Para hallar el coeficiente multiplicamos los coeficientes $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{1}{15} = 2$

Para hallar el grado se suman los exponentes $5 + 3 + 2 + 3 + 1 = 14$
El resultado del producto es el monomio $2x^{14}$.

13. La suma de dos monomios es $5x^2$ y uno de ellos es $3x^2$. ¿Cuál es su producto?
Hallamos el monomio que al sumarlo con $3x^2$ se obtiene $5x^2$.

$$5x^2 - 3x^2 = 2x^2$$

El producto de los dos monomios es $3x^2 \cdot 2x^2 = 6x^4$

14. El producto de dos monomios es $20x^4$ y uno de ellos es $4x^2$. ¿Cuál es su suma?

El monomio que al multiplicarlo por $4x^2$ da $20x^4$ es $5x^2$.

La suma de los dos monomios es $4x^2 + 5x^2 = 9x^2$

Expresiones algebraicas

3. Ecuaciones

Solución de una ecuación

Una igualdad está formada por dos expresiones separadas por el signo =. Si en alguna de ellas intervienen letras se tiene una **igualdad algebraica**.

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que solo es cierta para un determinado valor de la letra. Así $x+5=11$ es una ecuación ya que solo se cumple si x es 6.

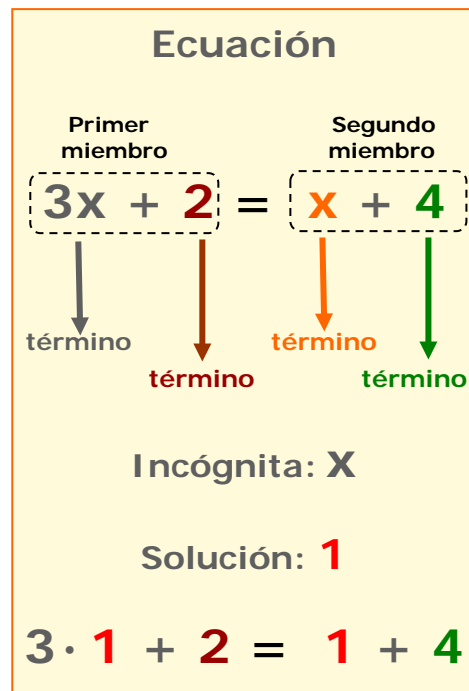
En una ecuación podemos identificar dos **miembros** separados por el signo =

primer miembro $\rightarrow x+5=11$ **segundo miembro**

y también los **términos** que son los sumandos que forman los miembros. Así, 5 es un término.

La **incógnita** de la ecuación es la letra que aparece en la ecuación. La incógnita de la ecuación $x+5=11$ es x .

Un número es **solución** de la ecuación si al sustituir la incógnita por este número la igualdad se verifica. Así, el número 6 es solución de la ecuación $x+5=11$ ya que al sustituir x por 6 se obtiene la igualdad $6+5=11$.



Ecuaciones equivalentes

Las solución de las ecuaciones $x+2=5$ y $x+7=10$ es la misma, 3. Las ecuaciones que tienen la misma solución se denominan **ecuaciones equivalentes**.

Para obtener una ecuación equivalente a una dada se utilizan las siguientes **propiedades de las igualdades**:

a) Si **sumamos** o **restamos** un mismo número o una misma expresión algebraica a los dos miembros de una ecuación obtenemos otra ecuación equivalente.

Por ejemplo, para obtener una ecuación equivalente a $x+2=5$ sumamos 3 a los dos miembros:

$$x+2+3=5+3 \quad x+5=8$$

Fíjate en que la ecuación obtenida $x+5=8$ también tiene por solución 3.

b) Si **multiplicamos** o **dividimos** los dos miembros de una ecuación por un mismo número diferente de cero obtenemos otra ecuación equivalente.

Así, para obtener una ecuación equivalente a $x+2=5$ podemos multiplicar por 4 los dos miembros:

$$4(x+2)=4 \cdot 5 \quad 4x+8=20$$

La ecuación obtenida $4x+8=20$ también tiene por solución 3.

Ejemplo:

La ecuación

$$6x - 2 = 4x + 6$$

tiene por solución $x = 4$.

Observa como obtenemos ecuaciones equivalentes:

▪ Sumando 2 a los dos miembros:

$$6x - 2 + 2 = 4x + 6 + 2$$
$$6x = 4x + 8$$

▪ Sumando $-4x$ a los dos miembros:

$$6x - 2 - 4x = 4x + 6 - 4x$$
$$2x - 2 = 6$$

▪ Restando 6 a los dos miembros:

$$6x - 2 - 6 = 4x + 6 - 6$$
$$6x - 8 = 4x$$

▪ Dividiendo por 2 los dos miembros:

$$3x - 1 = 2x + 3$$

Fíjate en que todas las ecuaciones halladas tienen por solución $x = 4$.

Ejemplos:

$$\begin{aligned}x + 2 &= 5 \\x &= 5 - 2 \\x &= \mathbf{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x &= 18 \\x &= \frac{18}{3} = \mathbf{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x + 1 &= 6 \\5x &= 6 - 1 \\5x &= 5 \\x &= \frac{5}{5} = \mathbf{1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x + 12 &= 2x \\5x - 2x &= -12 \\3x &= -12 \\x &= \frac{-12}{3} = \mathbf{-4}\end{aligned}$$



Al resolver un problema mediante una ecuación seguiremos los siguientes pasos:

- Leer atentamente el enunciado.
- Identificar la incógnita.
- Plantear la ecuación.
- Resolver la ecuación planteada.
- Comprobar la solución obtenida.
- Escribir la respuesta.

Resolución de ecuaciones

Resolver una ecuación consiste en hallar su solución.

Observa como se procede para resolver la ecuación

$$7x - 2 = 5x + 4$$

- Realizamos una **transposición** de términos pasando a un miembro todos los términos que contienen la incógnita y al otro miembro los que no la contienen.

$$7x - 5x = 4 + 2$$

- Efectuamos operaciones en cada uno de los miembros para **reducir** los términos semejantes.

$$2x = 6$$

- **Despejamos** la incógnita y calculamos la solución.

$$x = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$$

La solución de la ecuación $7x - 2 = 5x + 4$ es $x = \mathbf{3}$.

Resolución de problemas

Se pueden resolver algunos problemas en los que se plantea una relación de igualdad mediante ecuaciones. Por ejemplo, veamos el siguiente problema:

El doble de un número menos 2 es igual a 8.
¿De qué número se trata?

- La **incógnita** es el número desconocido: x
- Expresamos mediante una **ecuación** la igualdad planteada en el enunciado:

$$2x - 2 = 8$$

- **Resolvemos** la ecuación:

$$2x = 8 + 2$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2} = \mathbf{5}$$

- **Comprobamos** si la solución de la ecuación verifica las condiciones del enunciado:

$$2 \cdot 5 - 2 = 8$$

- **Respuesta:** El número es $\mathbf{5}$.

De esta forma hemos resuelto un problema mediante el planteamiento y la resolución de una ecuación.

EJERCICIOS resueltos

1. Comprueba si $x = 3$ es solución de alguna de las siguientes ecuaciones:

a) $4x - 1 = 2$ b) $5x - 2 = 3x + 4$ c) $x + 4 = 2x + 1$

a) $4 \cdot 3 - 1 \neq 2 \rightarrow$ **No** es solución

b) $5 \cdot 3 - 2 = 3 \cdot 3 + 4 \rightarrow$ **Si** es solución

c) $3 + 4 = 2 \cdot 3 - 1 \rightarrow$ **Si** es solución

2. Comprueba si las siguientes ecuaciones son equivalentes:

a) $x + 5 = 6$ b) $2x + 4 = 5x + 1$ c) $5x - 5 = 0$

a) $x + 5 = 6 \rightarrow x = 6 - 5 \rightarrow x = 1$

b) $2x + 4 = 5x + 1 \rightarrow 2x - 5x = 1 - 4 \rightarrow -3x = -3 \rightarrow x = \frac{-3}{-3} = 1$

c) $5x - 5 = 0 \rightarrow 5x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{5} = 1$

Las tres ecuaciones son equivalentes ya que tienen la misma solución.

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 4 = 10$

b) $4 + 4x = -8$

c) $5x + 2 = 7x + 4$

a) $2x + 4 = 10 \rightarrow 2x = 10 - 4 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$

b) $4 + 4x = -8 \rightarrow 4x = -8 - 4 \rightarrow 4x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{4} = -3$

c) $5x + 2 = 7x + 4 \rightarrow 5x - 7x = 4 - 2 \rightarrow -2x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{-2} = -1$

4. En una bolsa que contiene 54 bolas entre blancas y negras, el número de bolas blancas es superior en 10 al de bolas negras. ¿Cuántas bolas de cada color hay en la bolsa?

bolas negras $\rightarrow x$ bolas blancas $\rightarrow x + 10$

Ecuación: $x + x + 10 = 54$

$x + x = 54 - 10$

$2x = 44$

$x = \frac{44}{2} = 22$ $x + 10 = 22 + 10 = 32$

Los valores 22 bolas negras y 32 bolas blancas verifican las condiciones del enunciado. Así en la bolsa hay **22 bolas negras** y **32 bolas blancas**.

5. La suma de tres números enteros consecutivos es igual al menor menos 43. ¿De qué números se trata?

número menor $\rightarrow x$ siguiente a $x \rightarrow x + 1$ siguiente a $x + 1 \rightarrow x + 2$

Ecuación: $x + x + 1 + x + 2 = x - 43$

$x + x + x - x = -43 - 1 - 2$

$2x = -46$

$x = \frac{-46}{2} = -23$

$x + 1 = -23 + 1 = -22$ $x + 2 = -23 + 2 = -21$

Los valores -23, -22 y -21 verifican las condiciones del enunciado. Así los números son **-23**, **-22** y **-21**.



Para practicar

- Expresa en lenguaje algebraico:
 - El triple de un número x más 100.
 - El precio en euros de x kilogramos de peras a 1,45€/kg.
 - El importe de una factura de x euros si se le aplica un 16% de IVA.
 - El doble de la edad que tenía Ana hace 5 años si su edad actual es x años.

- En un aparcamiento hay coches de color blanco, de color rojo y de color negro. El número de coches de color rojo es el doble del de color blanco más 1 y el de color negro el triple del de color blanco menos 5. Con estos datos completa la siguiente tabla:

	Número de coches
Color blanco	x
Color rojo	
Color negro	
Total	

- Halla el valor numérico de $x^2 - 5x + 6$ para $x = 0$, para $x = 1$ y para $x = 3$.

- Halla el valor numérico de $\frac{c(a+b)}{2ab-c}$ para $a = 1$, $b = 2$ y $c = 3$.

- Si $x + y = 5$ calcula:

- $x + y + 2$
- $x + y - 4$
- $6(x + y)$
- $x + y - 8(x + y)$

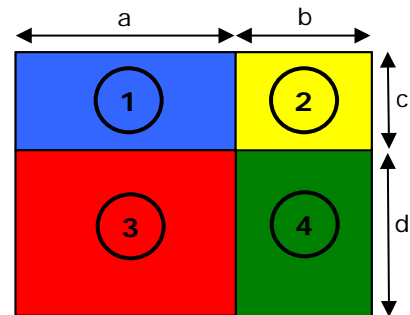
- Una empresa de autocares cobra 250 € fijos más 0,15 € por kilómetro recorrido.

- Expresa en lenguaje algebraico el importe que se debe pagar si se alquila para realizar un trayecto de x kilómetros.
- Halla el precio que se debe pagar al alquilar el autocar y recorrer 400 km.

- Observa y completa las casillas vacías:

1	2	3	4	5	6	7	n
1	4	9	16	25			

- Indica mediante expresiones algebraicas el área y el perímetro de los rectángulos señalados en la siguiente figura:



- Indica cuales de los siguientes monomios son semejantes:

$3x$	$8xy$	$5x$	$-4x^2$
$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{3}x^2$	$-5xy$	$7x^2$

- Realiza las siguientes operaciones:

- $3x + 5x + 2x$
- $3x^2 - 4x^2 + 7x^2$
- $x^3 - 5x^3 + 4x^2 - 3x^2$
- $5x^4 + 7x^3 - 6x^4 + 11x^3$

- Completa la siguiente la tabla:

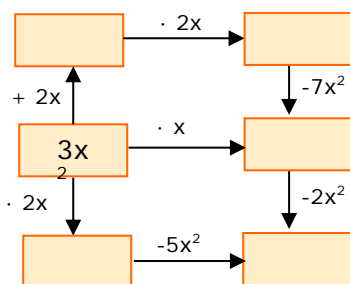
	x	$4x$	x^2
Doble			
Cuadrado			
Triple más 1			

- Efectúa los productos indicados y a continuación reduce los términos semejantes:

- $-8x^4 + 3x^2 \cdot 2x^2$
- $2x \cdot 5x + 4x \cdot 3x$
- $5x^2 \cdot 2x^3 - 4x \cdot 2x^4$
- $\frac{1}{2}x^2 \cdot 5x^2 + \frac{2}{3}x \cdot 5x^3$

Expresiones algebraicas

13. Completa:



14. Completa:

- $8x^4 + \dots = 10x^4$
- $\dots - 6x^3 = 4x^3$
- $\dots \cdot 5x = 15x^3$
- $8x \cdot \dots \cdot 2x^6 = 32x^9$

15. Completa la ecuación $2x + \dots = x + 5$ con un número sabiendo que tiene por solución $x = 4$.

16. Expresa en lenguaje algebraico:

- Al sumar 10 al triple de un número se obtiene 46.
- El doble de un número sumado a su triple es igual a 40.
- La diferencia entre el triple de un número y su mitad es igual a 5.
- El cuadrado de un número es igual a 121.

17. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- $5x = -5$
- $-2x = -6$
- $6x = 0$
- $x + 8 = -3$
- $-x - 4 = 1$
- $x - 2 = -1$
- $2x - 3 = 3$
- $4x - 5 = 2x$

18. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- $3x + 2 = 5$
- $4x + 6 = 2x$
- $6x + 4 = -4x + 7$
- $5x + 8 = 2x - 3$
- $3x - 4 = -x + 1$
- $3x - 2 = 5x - 1$
- $3x - 4 = x + 3$

19. Identifica la incógnita y resuelve las siguientes ecuaciones:

- $3 + 2y = 9$
- $2d + 5 = 17$
- $3m + 2 = m + 8$
- $2t + 5 = 4t$

20. La suma de dos números es 45 y su diferencia 5. ¿Cuáles son estos números?

21. Al repartir 30 caramelos entre dos amigos, uno de ellos se ha quedado con 8 caramelos más que el otro. ¿Cuántos caramelos tiene cada uno de ellos?

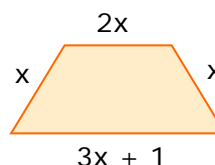
22. Halla las dimensiones de un rectángulo si su perímetro es 26 cm y la altura mide 3 cm menos que la base.

23. La medida de uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es el quintuplo del otro. Halla la medida de dichos ángulos.

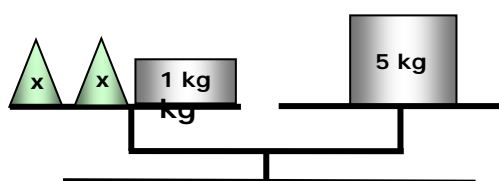
24. Juan tiene 12 años, Pedro 14 y Miguel 20. ¿Cuántos años hace que la suma de las edades de Juan y de Pedro era igual a la edad de Miguel?

25. Los tres finalistas de un concurso deben repartirse 2100 € de forma que cada uno de ellos reciba 500 € más que el que ocupa una posición inferior. ¿Qué cantidad de dinero recibe cada uno?

26. El perímetro del trapecio de la figura es 29 cm. Halla la medida de sus lados.



27. La balanza se encuentra en equilibrio. Halla el valor de x .



Para saber más

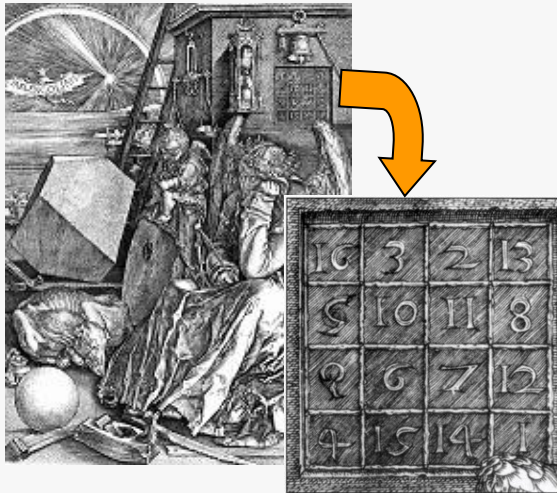


Cuadrados mágicos

Un **cuadrado mágico** consiste en la disposición de una serie de números de forma que al sumar las filas, las columnas o las diagonales se obtiene siempre el mismo valor. El cuadrado de la derecha es mágico ya que la suma de filas, columnas y diagonales es 15.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

En 1514, el pintor alemán Alberto Durero pintó un grabado, "La Melancolía", en el que aparece un cuadrado mágico



En una de las fachadas de la Sagrada Familia en Barcelona hay un cuadrado mágico que se debe al escultor José M. Subirachs



- ¿Sabrías hallar el valor de x de forma que este cuadrado sea mágico?

$x+6$	$2x+2$	5
$x-1$	6	$3x+1$
7	$x+5$	x

¿Qué es una identidad?

Una **identidad** es una igualdad algebraica que se verifica para cualquier valor de la letra.

En la igualdad algebraica $5x - 3x = 2x$ comprueba que al sustituir la x por cualquier valor se verifica.

Así, $5x - 3x = 2x$ es una identidad.

Un juego

Piensa un número, súmale 5, multiplica el resultado obtenido por 6, réstale 20, súmale 5, réstale 15 y finalmente divide el resultado entre 6. ¿Obtienes el número que has pensado?.

Investiga por qué siempre obtienes el número que habías pensado.

Un problema Halla el valor de x y el de y .



Una serie

¿Cómo completarías esta serie en la que cada número se obtiene sumando los dos anteriores?

3				39
---	--	--	--	----

Cuadrado mágico: $x=3$
Un juego: Al realizar las operaciones indicadas obtenemos x que es el número pensado.
Un problema: $x=5, y=1$
Una serie: 3, 11, 14, 25, 39

Soluciones



Recuerda lo más importante

Lenguaje algebraico

El **lenguaje algebraico** expresa la información ma-temática mediante letras y números.

Una **expresión algebraica** es una combinación de letras, números y signos de operaciones. Mediante el lenguaje algebraico se puede realizar una **traducción de enunciados**.

Ejemplos de traducción de enunciados:

- El doble de un número x menos 12.
 $2x - 12$
- La edad de una persona dentro de 4 años si actualmente tiene x años.
 $x + 4$
- El número total de ruedas de x coches y de y bicicletas.
 $4x + 2y$

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir las letras por números y realizar las operaciones indicadas.

Ejemplos:

- El valor numérico de $5x - 3$ para $x = 2$ es:
 $5 \cdot 2 - 3 = 10 - 3 = 7$
- El valor numérico de $x^2 - 1$ para $x = 4$ es:
 $4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$
- El valor numérico de $2x + y$ para $x = 6$ e $y = 5$ es:
 $2 \cdot 6 + 5 = 12 + 5 = 17$

Monomios

Un monomio es una expresión algebraica formada por el **producto** de un número y de una letra.

Un monomio consta de un **coeficiente** y de una **parte literal**.

El **grado** de un monomio es el exponente de la letra.

Ejemplos:

- El monomio $7x^3$ tiene por coeficiente **7** por parte literal x^3 y su grado es **3**.
- El monomio $-x^4$ tiene por coeficiente **-1** por parte literal x^4 y su grado es **4**.
- El monomio $6x^2y^3$ tiene por coeficiente **6** por parte literal x^2y^3 y su grado es **5**.

Para **sumar** o **restar monomios semejantes** se suman o restan los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Para **multiplicar monomios** se multiplican los coeficientes y las partes literales.

Ejemplos:

$$7x^3 + 2x^3 = 9x^3$$

$$-x^4 + 8x^4 = 7x^4$$

$$10x^7 - 6x^7 + x^7 = 5x^7$$

$$4x^7 \cdot 6x^3 = 24x^{10}$$

$$x^4 \cdot 5x^3 = 5x^7$$

Ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que solo es cierta para un determinado valor de la incógnita.

Un número es **solución** de la ecuación si al sustituir la incógnita por este número la igualdad se verifica.

Resolver una ecuación consiste en hallar su solución.

Ejemplos de resolución de ecuaciones:

$$x + 3 = 2$$

$$x = 2 - 3$$

$$x = -1$$

$$x - 2 = 5$$

$$x = 5 + 2$$

$$x = 7$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$5x - 6 = 4x$$

$$5x - 4x = 6$$

$$x = 6$$

Se pueden **resolver problemas** en los que se plantea una relación de igualdad **mediante ecuaciones**.

Los pasos a seguir son:

- Identificar la incógnita.
- Plantear una ecuación.
- Resolver la ecuación planteada.
- Comprobar la solución obtenida.
- Dar la respuesta al problema.

Autoevaluación



- Un tren circula a velocidad constante de 78 km/h. ¿Cuál de las siguientes expresiones indica la distancia que recorre en x horas?
 - $x - 78$
 - $78 + x$
 - $78x$
 - $78x + 78$
- Olga tiene 3 canicas más que Ana y Juan tiene 2 más que Ana. Si x representa el número de canicas de Ana, ¿cuál es la expresión algebraica que indica las que tienen entre los tres?
- Halla el valor numérico de $6x^2 + 2x + 6$ para $x = 1$.
- Efectúa la siguiente suma y la siguiente resta de monomios:
$$4x^5 + 3x^5 \qquad 3x^4 - 18x^4$$
- El producto de dos monomios es $15x^7$ y uno de ellos es $3x^2$. ¿Cuál es el otro?
- El valor numérico de un monomio de grado 3 para $x = 2$ es 16. ¿De qué monomio se trata?
- La ecuación $3x + a = 24$ tiene por solución $x = 5$. Halla el valor de a .
- Halla la solución de la siguiente ecuación:
$$8x - 6 = 4x + 2$$
- Indica cual es la ecuación con la que puede resolverse el siguiente problema: "Si al triple de un número le restamos 12 obtenemos 21. ¿De qué número se trata?"
 - $3x - 12 = 21$
 - $12 - 3x = 21$
 - $3x + 12 = 21$
 - $3x - 21 = 12$
- Miguel tiene una colección de cromos y compra otra colección formada por el mismo número de cromos. Después regala 60 cromos y le quedan 62. ¿Cuántos cromos tenía inicialmente?

Expresiones algebraicas

Soluciones de los ejercicios para practicar

1. a) $3x + 100$ b) $1,45x$
 c) $1,16x$ d) $2(x - 5)$

2.

	Número de coches
Color blanco	x
Color rojo	$2x + 1$
Color negro	$3x - 5$
Total	$6x - 4$

3. Para $x = 0$ es 6, para $x = 1$ es 2 y para $x = 3$ es 0.

4. 9

5. a) 7 b) 1 c) 30 d) - 35

6. a) $250 + 0,15x$ b) 310 €

7.

1	2	3	4	5	6	7	n
1	4	9	16	25	36	49	n^2

8.

	Área	Perímetro
1	$a \cdot c$	$2a + 2c$
2	$b \cdot c$	$2b + 2c$
3	$a \cdot d$	$2a + 2d$
4	$b \cdot d$	$2b + 2d$

9. $3x, 5x, \frac{1}{2}x$; $8xy, -5xy$;

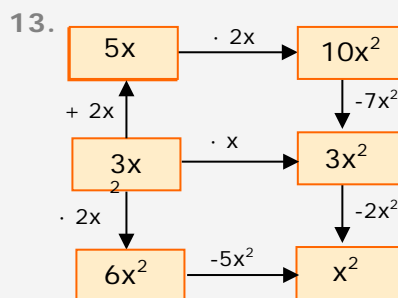
$-4x^2, \frac{1}{3}x^2, 7x^2$

10. a) $10x$ b) $6x^2$
 c) $-4x^3 + x^2$ d) $-x^4 + 18x^3$

11.

	x	4x	x^2
Doble	$2x$	$8x$	$2x^2$
Cuadrado	x^2	$16x^2$	x^4
Triple más 1	$3x+1$	$12x + 1$	$3x^2+1$

12. a) $-2x^4$ b) $22x^2$ c) $2x^5$ d) $\frac{35}{6}x^4$



14. a) $2x^4$ b) $10x^3$ c) $3x^2$ d) $2x^2$

15. 1

16. a) $3x + 10 = 46$ b) $2x + 3x = 40$

- c) $3x - \frac{1}{2}x = 5$ d) $x^2 = 121$

17. a) -1 b) 3 c) 0 d) -11

- e) -5 f) 1 g) 3 h) $\frac{5}{2}$

18. a) 1 b) -3 c) $\frac{3}{10}$ d) $-\frac{11}{3}$

- e) $\frac{5}{4}$ f) $-\frac{1}{2}$ g) $\frac{7}{2}$

19. a) y 3 b) d 6 c) m 3 d) t $\frac{5}{2}$

20. 20, 25

21. 11 caramelos y 19 caramelos

22. 5 cm y 8 cm

23. 15° y 75°

24. 6 años

25. 200 €, 700 € y 1200 €

26. 13 cm, 4 cm, 4 cm y 8 cm

27. 2 kg

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

- respuesta nº 3)
- $3x + 5$
- 14
- $7x^5$ $-15x^4$
- $5x^5$
- $2x^3$
- 9
- 2
- respuesta nº 1)
- 61 cromos