12

Estadística y Probabilidad

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Recoger datos para un estudio estadístico.
- Organizar los datos en tablas de frecuencia absoluta y relativa.
- Construir e interpretar diversos gráficos estadísticos. Diagramas de barras, líneas poligonales, diagramas de sectores.
- Distinguir sucesos de un experimento aleatorio. Conocer y utilizar las identidades notables.
- Calcular probabilidades sencillas.

Antes de empezar

1. Distribuciones estadísticas.
   Tablas de frecuencias ..... pág. 4
   Variable, población y muestra
   Frecuencia absoluta y relativa
   Porcentajes y ángulos

2. Gráficos estadísticos ..... pág. 6
   Diagrama de barras
   Diagrama de sectores
   Pictogramas

3. Experimentos aleatorios ..... pág. 9
   Sucesos. Espacio muestral
   Diagramas de árbol
   Unión de sucesos
   Intersección de sucesos

4. Probabilidad ..... pág. 11
   Sucesos. Espacio muestral
   Diagramas de árbol

Ejercicios para practicar

Para saber más

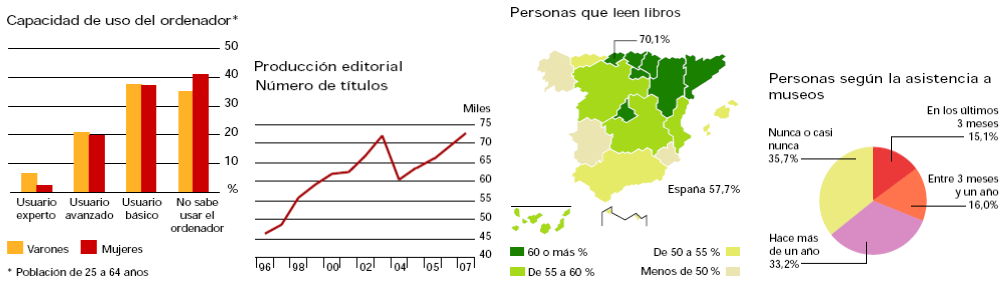
Resumen

Autoevaluación

Antes de empezar

Gráficos estadísticos

Muchas veces habrás visto gráficos similares a los siguientes, sacados del INE, Instituto Nacional de Estadística. En esta quincena aprenderás a interpretarlos.



1. Distribuciones estadísticas. Tablas de frecuencia.

Variable, población y muestra

Si queremos saber **cuánto caminan diariamente los alumnos de un instituto**, les preguntaremos a todos (muestra exhaustiva) o a algunos escogidos por cursos (muestra estratificada) o elegidos al azar (muestra aleatoria). **La población** son todos los alumnos del instituto, **la muestra** está formada por los alumnos encuestados y **la variable** es la distancia que camina cada alumno diariamente, que como se puede cuantificar diremos que es una **variable cuantitativa.**

Cuando se pretende saber **cuál es el programa de TV favorito entre los miembros de una familia**, la población es esa familia y la **variable es cualitativa**, pues no se expresa con una cantidad numérica.

a) Preguntamos a los alumnos de un instituto cuánto caminan diariamente.

b) ¿Cuál es el programa favorito de la familia de Antonio?

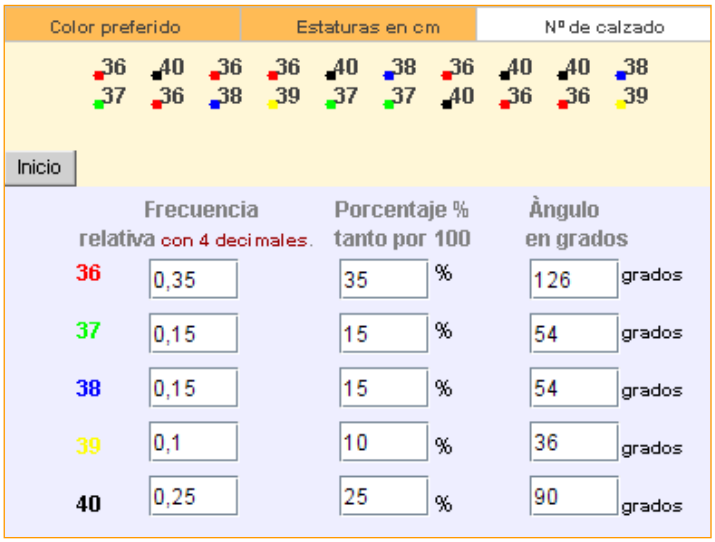
Frecuencia absoluta y relativa

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Tanto por uno o probabilidad
Rojo	4	4/25	0,16
Verde	5	5/25	0,2
Azul	7	7/25	0,28
Amarillo	2	2/25	0,08
Negro	7	7/25	0,28

En la imagen de la izquierda aparecen los datos recogidos en una encuesta, el recuento se expresa en las casillas de la primera columna, la frecuencia absoluta de un valor o tramo de la variable es el número de veces que aparece ese valor en los datos recogidos.
A continuación se escribe cada f. absoluta entre el número total de datos o tamaño de la muestra, N

$$\text{f. relativa} = \frac{\text{f. absoluta}}{\text{nº de datos}}$$

Porcentajes y ángulos



	Frecuencia relativa con 4 decimales.	Porcentaje % tanto por 100	Ángulo en grados
36	0,35	35 %	126 grados
37	0,15	15 %	54 grados
38	0,15	15 %	54 grados
39	0,1	10 %	36 grados
40	0,25	25 %	90 grados

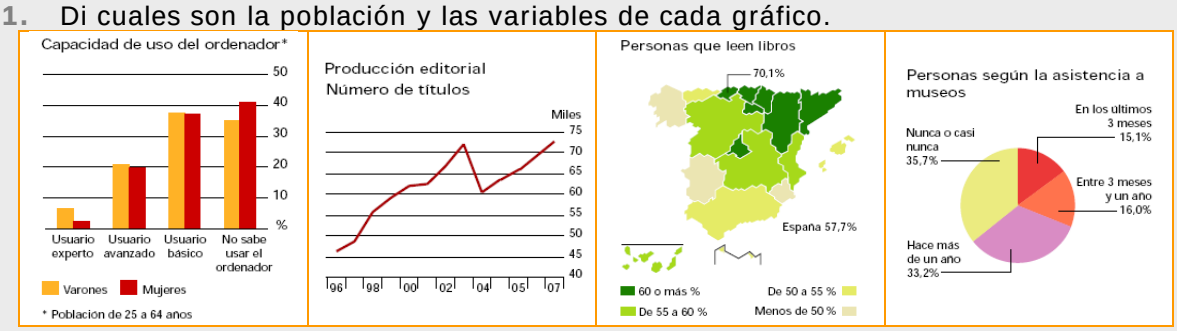
Si un valor aparece 6 veces en los 20 datos, su frecuencia relativa es 6/20=0,3 que es igual a 30/100 o 30% (fracciones equivalentes por 5), 30 es el porcentaje de ese valor. De la misma manera si consideramos que el total de datos representa los 360º grados de la circunferencia, ¿cuántos grados corresponderán a ese valor?
0,3·360 grados =108 grados

% = f. relativa · 100
Grados= = f. relativa · 360

Observa que la suma total de la primera columna es 1, el total de los porcentajes es 100 y el total de la tercera columna de la escena es 360.

EJERCICIOS resueltos

1. Di cuales son la población y las variables de cada gráfico.



Soluciones

La población son los varones y mujeres de 25 a 64 años. La variable es la experiencia con el ordenador.	La población son los libros editados desde 1996 a 2007. La variable es el año de edición.	Se podría decir que la población, todos los españoles, se distribuyó por autonomías y dentro de cada autonomía se estudió la variable "¿Se leen libros?"	La población son los españoles. La variable el tiempo transcurrido desde su última visita a algún museo.

2. Completa cada una de las siguientes tablas

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa o prob.
Rojo	2	
Verde	9	
Azul	9	
Total N		

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa o prob.
[150, 160)		0,3
[160, 170)		0,45
[170, 180)		
Total N	20	

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa o prob.
36	1	0,1
37	5	
38		
Total N		

Soluciones

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa o prob.
Rojo	2	0.1
Verde	9	0.45
Azul	9	0.45
Total N	20	

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa o prob.
[150, 160)	6	0,3
[160, 170)	9	0,45
[170, 180)	5	0.25
Total N	20	

	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa o prob.
36	1	0,1
37	5	0.5
38	4	0.4
Total N	10	

3. Completa las siguientes tablas de porcentajes y grados.

	Frecuencia absoluta	%	Ángulos en grados
Rojo	10		
Verde	18		
Azul	12		
Total N			

	Frecuencia absoluta	%	Ángulos en grados
[150, 160)		40	
[160, 170)		20	
[170, 180)			
Total N	10		

	Frecuencia absoluta	%	Ángulos en grados
36			72
37			144
38			
Total N	20		

Soluciones

	Frecuencia absoluta	%	Ángulos en grados
Rojo	10	25	90
Verde	18	45	162
Azul	12	30	108
Total N	40		

	Frecuencia absoluta	%	Ángulos en grados
[150, 160)	4	40	144
[160, 170)	2	20	72
[170, 180)	4	40	144
Total N	10		

	Frecuencia absoluta	%	Ángulos en grados
36	4	20	72
37	8	40	144
38	8	40	144
Total N	20		

2. Gráficos estadísticos

Diagrama de barras

Fíjate atentamente en el cuadro de la derecha, al hacer el recuento de las estaturas se obtiene el diagrama de barras. La altura de cada barra es la frecuencia absoluta del dato que representa.

El gráfico indica fácilmente a primer golpe de vista cuál es el tramo de altura que más se da entre los 30 alumnos.

La altura de cada barra también se podría haber definido con las frecuencias relativas o con los porcentajes, el gráfico sería similar.

Otro gráfico que se ve a menudo es la línea que une los centros de la parte superior de las columnas o línea poligonal.

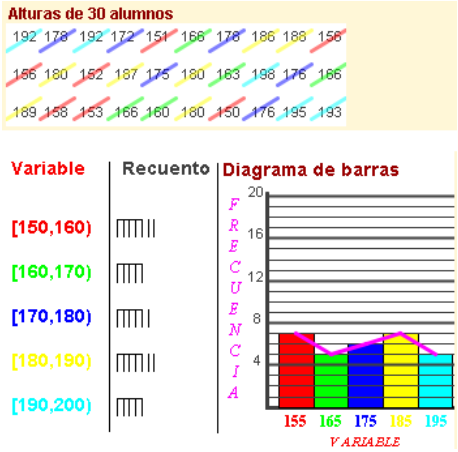
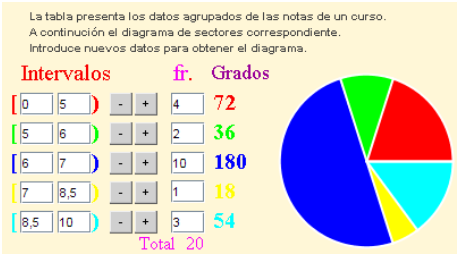


Diagrama de sectores

Muchas veces habrás visto un gráfico como el de la derecha, gráfico de sectores, el ángulo central que ocupa un sector mide en grados,

360·frecuencia/nº de datos

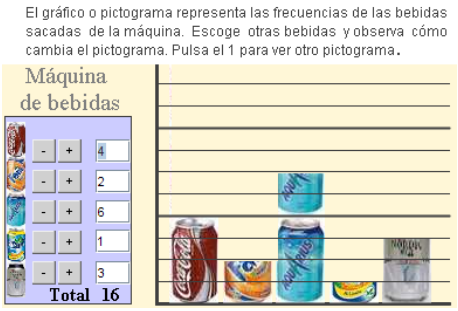
Las áreas de los sectores son directamente proporcionales a las frecuencias del valor de la variable que representan.



Pictogramas

La escena presenta un pictograma sobre las bebidas escogidas en una máquina.

Un pictograma es un tipo de gráfico, que en lugar de barras, utiliza una figura proporcional a la frecuencia. Generalmente se emplea para representar variables cualitativas.



EJERCICIOS resueltos

4. Halla el diagrama de barras de los datos:

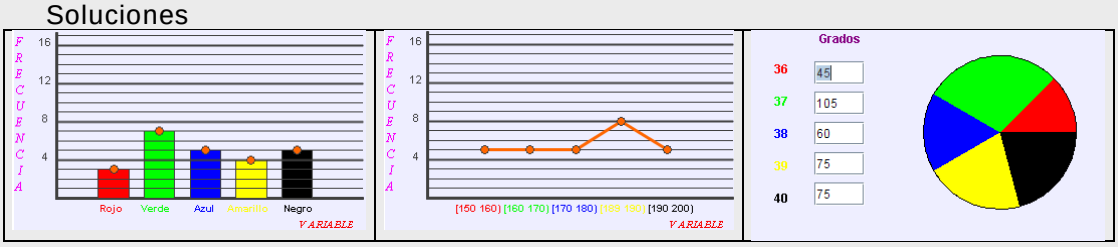
Agrupa las estaturas en intervalos de longitud 10 cm, desde 150 a 200. Dibuja la Línea poligonal.

196 152 194 189 151 170 189 169 171 181
174 152 194 167 181 171 165 194 176 190
182 169 154 186 184 153 163 186

Dibuja el diagrama de sectores de los siguientes datos obtenidos al preguntar sobre el número de calzado en una encuesta.

40 40 39 37 39 37 38 38 40 37
37 37 39 36 37 40 39 38 37 36
36 38 39 40

Soluciones



5. Observa el gráfico de barras y responde a las preguntas:

1. El porcentaje de nacimientos de madre extranjera, ¿ aumenta o disminuye con paso de los años?

2. ¿Cuál es el porcentaje de nacimientos de madre española en el 2002? ¿Y el de madre extranjera ese mismo año?

Soluciones

1. El porcentaje de nacimientos de madre extranjera es cada vez mayor.

2. En el 2002 el 90% de los nacimientos fueron de madre española y el 10% de madre extranjera.

6. Mira con atención este pictograma

Escribe en tu cuaderno un resumen de los datos que nos aporta este pictograma.

Solución

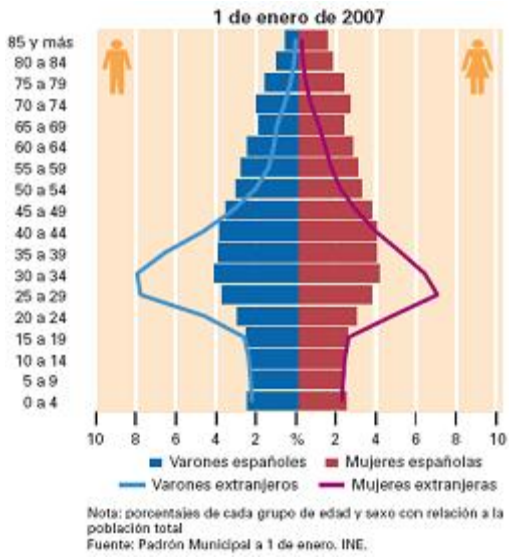
El pictograma nos indica que cada vez es mayor la recogida de envases de vidrio para reciclar.

En el 2001 se recogieron cerca de 500 Tm y en el 2005 unas 700 Tm.

Este no es un diagrama muy preciso.

EJERCICIOS resueltos

7. Responde a las preguntas sobre esta pirámide de población:

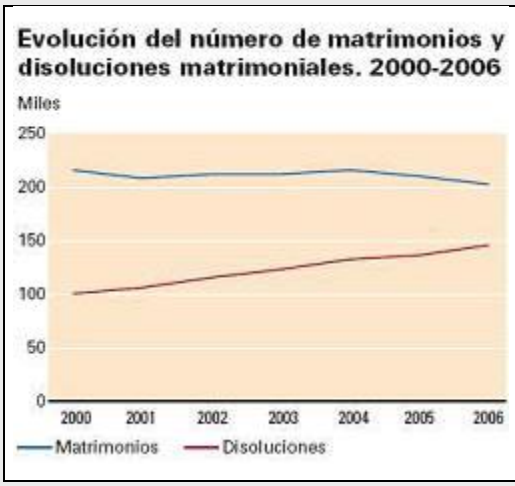


1. ¿Que tramo de edad tiene más varones extranjeros? ¿Y mujeres extranjeras?
2. Los varones y mujeres españolas son casi iguales en cada tramo hasta cierta edad ¿A partir de qué edad hay más mujeres que varones españoles?

Soluciones

1. El tramo con más varones extanjeros es de 30 a 34 años. El tramo con más mujeres extranjeras es de 25 a 29.
2. A partir de los 45 años ya se aprecia un aumento del número de mujeres sobre el de varones españoles, este aumento es bastante significativo a partir de los 75 años.

8. Desarrolla las siguientes expresiones



1. ¿Cuántos matrimonios hubo en el año 2006?
2. ¿Cuál fue el número de disoluciones ese mismo año?

Soluciones

1. En el 2006 hubo aproximadamente 200 mil matrimonios.
2. En el año 2006 hubo unas 150 mil disoluciones.

9. Halla la expresión en coeficientes de los siguientes productos

1. ¿En qué tipo de establecimiento hubo más pernoctaciones?
2. ¿Cuál fue el porcentaje de pernoctaciones en hostales?

Soluciones

1. El tipo de establecimiento con más pernoctaciones fue el de 4 estrellas.
2. Un 9% de las pernoctaciones fueron en hostales.

3. Experimentos aleatorios

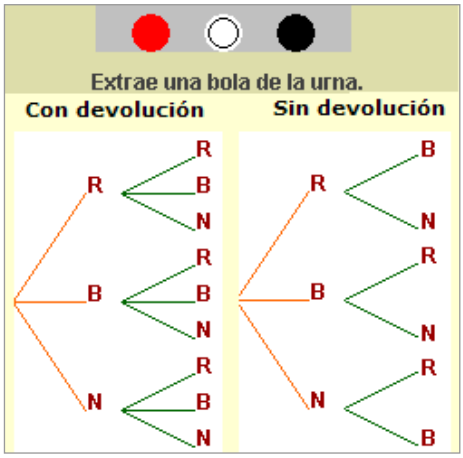
Sucesos. Espacio muestral

Al extraer una carta de una baraja, lanzar una moneda, tirar un dado, y en otros ejemplos análogos, no podemos saber de antemano el resultado que se va a obtener. Son experimentos **aleatorios**, aquellos en los que no se puede predecir el resultado y de ellos se trata aquí.

El conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio se llama **espacio muestral**, y cada uno de esos posibles resultados es un **suceso elemental**.

- Un **suceso** es cualquier subconjunto del espacio muestral, se verifica cuando ocurre cualquiera de los sucesos elementales que lo forman.

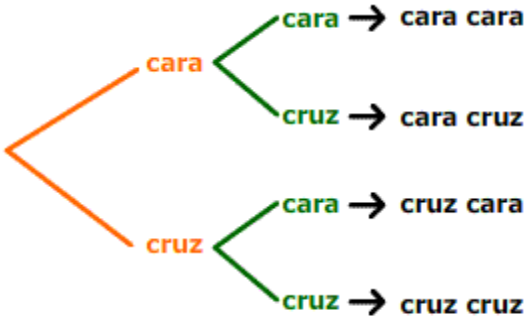
Hay un suceso que se verifica siempre, el **suceso seguro** que es el mismo espacio muestral.



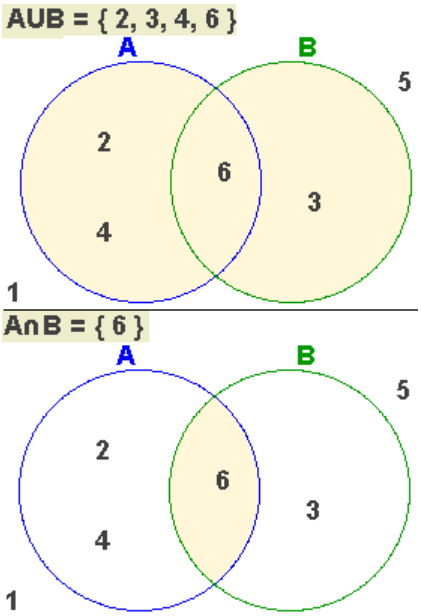
Diagramas de árbol

Si lanzamos un dado dos veces ¿cuál será el espacio muestral? ¿Y si se extraen bolas de una urna? En estos casos los diagramas de árbol nos ayudan a determinar los sucesos elementales.

En el ejemplo calculamos los sucesos elementales que resultan al lanzar dos veces una moneda.



Cuatro sucesos elementales,
E={cara cara, cara cruz, cruz cara, cruz cruz}



Unión e Intersección de sucesos

La unión de sucesos equivale a la disyunción "o", es decir, si A es el suceso "sacar par" al tirar el dado y B es el suceso "sacar un múltiplo de 3",

A={2, 4, 6} B={3, 6}

el suceso unión, AUB, se verifica cuando ocurre A o B

AUB={2, 3, 4, 6}

La intersección equivale a la conjunción "y"

A ∩B={6}

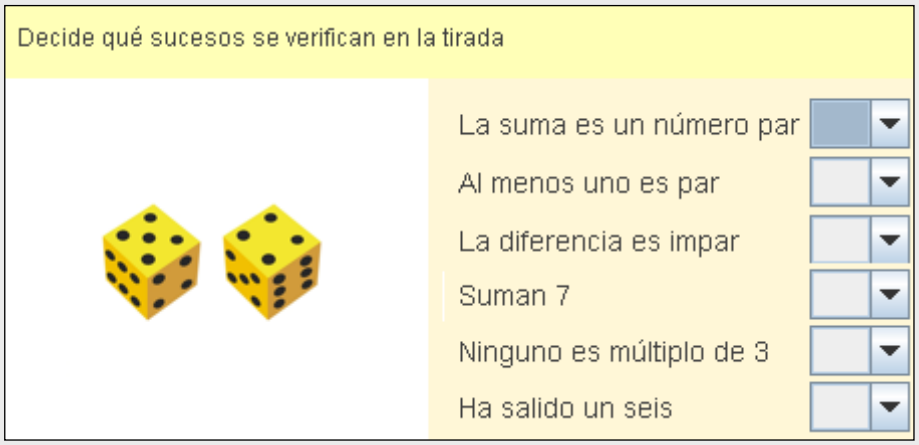
AUB significa A "o" B

A ∩B significa A "y" B

Observa que en este ejemplo A tiene 3 elementos; B, 2 ; A ∩B, uno y AUB consta de 4 elementos.

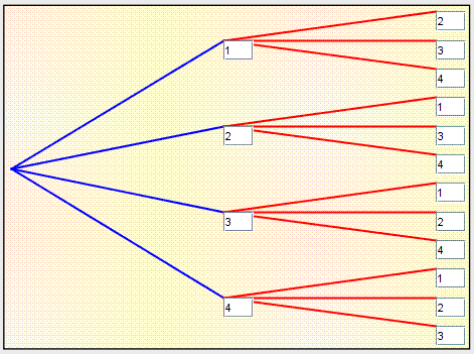
EJERCICIOS resueltos

10. Decide con un sí o un no si se verifican los sucesos indicados

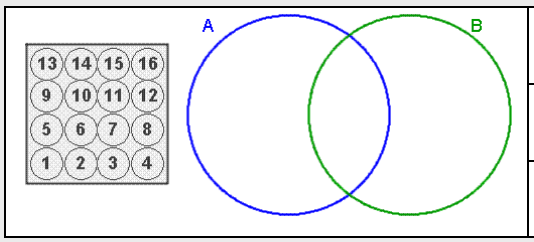


Solución: No, Sí, Sí, No, Sí, No.

11. Construye un árbol para deterrninar el espacio muestral de la extracción, sin devolución, de dos bolas de un urna que contiene cuatro.

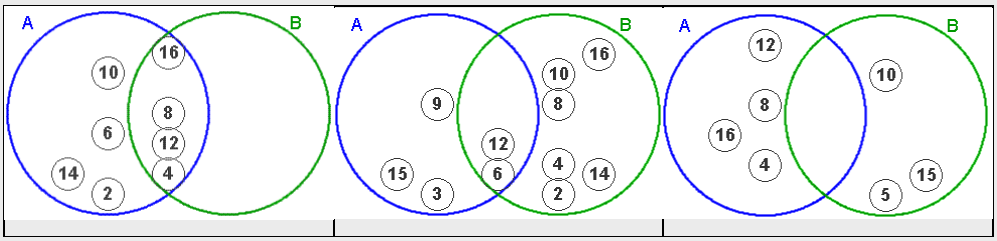


12. Construye los diagramas de Venn en cada caso.

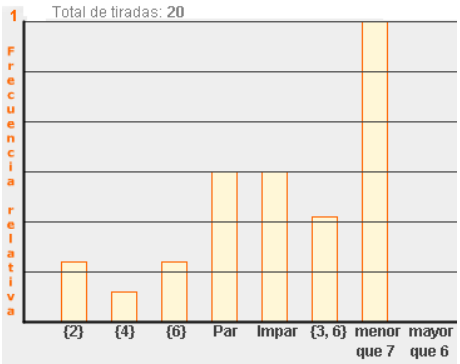


1. A = múltiplos de 2
   B = múltiplos de 4
2. A = múltiplos de 3
   B = múltiplos de 2
3. A = múltiplos de 4
   B = múltiplos de 5

Soluciones

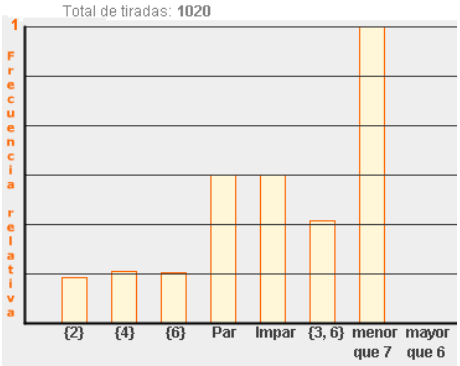


	1	2	3	4	5	6
f	3	4	3	2	4	4
fr	0,15	0,2	0,15	0,1	0,2	0,2



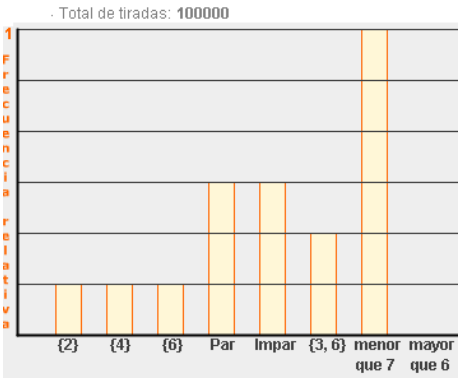
20 tiradas

	1	2	3	4	5	6
f	160	156	180	180	171	173
fr	0,15	0,15	0,17	0,17	0,16	0,16



1020 tiradas

	1	2	3	4	5	6
f	16799	16770	16690	16562	16496	16683
fr	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16



100000 tiradas

4. Probabilidad

Noción de probabilidad

Se dice que un suceso A es más probable que otro B si al realizar el experimento muchas veces, A ocurre significativamente más veces que B.

La secuencia de imágenes nos muestra la frecuencia relativa de algunos sucesos al tirar el dado 20, 1020 o 100000 veces.

Los posibles sucesos elementales al tirar el dado tienen prácticamente igual frecuencia relativa cuando realizamos más de 100000 tiradas. Las frecuencias relativas no varían significativamente al aumentar el número de tiradas después de realizar un gran número de ellas.

¿Estarías de acuerdo, a la vista de los resultados, en decir que la probabilidad de sacar un 2 es 1/6?

La probabilidad se mide entre 0 (probabilidad del suceso imposible) y 1 o 100% (probabilidad del suceso seguro).

La regla de Laplace

Cuando en un experimento aleatorio todos los sucesos elementales tienen la misma probabilidad, **equiprobables**, para calcular la probabilidad de un suceso cualquiera A, basta contar y hacer el cociente entre el nº de sucesos elementales que componen A (**casos favorables**) y el nº de sucesos elementales del espacio muestral (**casos posibles**)espacio.

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

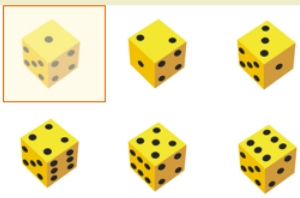
Este resultado se conoce como regla de Laplace. Recuerda que para poder aplicarla es necesario que todos los casos posibles sean igualmente probables.

EJERCICIOS resueltos

13.

			Solución
Experimento: Tirar una vez el dado. **Arrastra cada suceso a la franja correcta**		Imposible	Imposible Mayor que 6 Múltiplo de 7 Menor que 1
Múltiplo de 7	Menor que 8	Muy poco probable	Muy poco probable
		Poco probable	Poco probable
Mayor que 6	Menor que 7 y mayor que 1	Probable al 50%	Probable al 50%
Menor que 1	Par o menor que 4	Bastante probable	Bastante probable
Par o Impar	Menor que 6	Muy probable	Muy probable Menor que 6 Menor que 7 y mayor que 1 Par o menor que 4
		Seguro	Seguro Menor que 8 Par o Impar

14. Dados

Halla la probabilidad de sacar un uno al tirar un dado.	Halla la probabilidad de sacar al menos un uno al tirar dos dados.
En la imagen vemos que el nº de **casos posibles es 6**	En la imagen vemos que el nº de **casos posibles es 36**
	
Nº de casos favorables 1	Nº de casos favorables 11
Probabilidad del suceso 1/6	Probabilidad del suceso 11/36

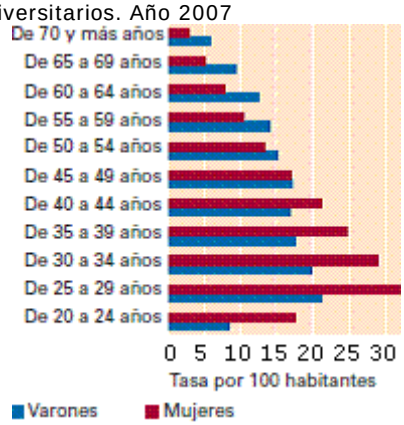
15. Monedas

Probabilidad de sacar al menos una cara al tirar dos monedas.	Probabilidad de sacar al menos dos caras al tirar tres monedas.
En la imagen vemos que el nº de **casos posibles es 4**	En la imagen vemos que el nº de **casos posibles es 8**
Nº de casos favorables 3	Nº de casos favorables 4
Probabilidad del suceso 3/4	Probabilidad del suceso 4/8

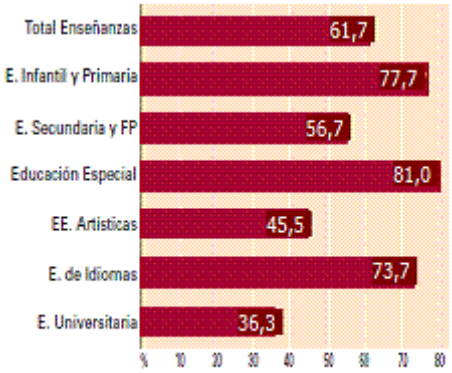
Para practicar

1. Describe la población y variable o variables de cada gráfico. Di de qué tipo son las variables ¿cuantitativas o cualitativas?

a) Población de 20 y más años con Estudios Universitarios. Año 2007

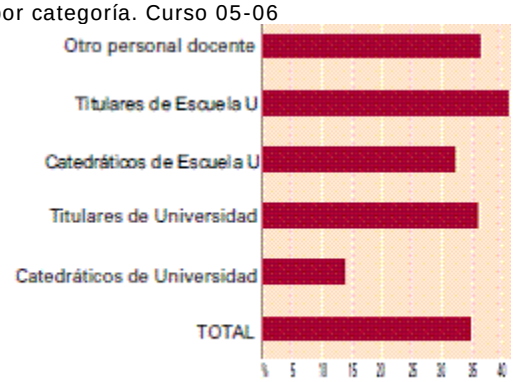


b) % de mujeres en el profesorado por enseñanza que imparten. Curso 05-06



Fuente: Las Cifras de la Educación en España. Avance Edición 2008. MEC.

c) % de mujeres en el profesorado universitario por categoría. Curso 05-06



Fuente: Estadística de la Enseñanza Universitaria en España. INE.

2. Haz un recuento de los datos (número de hermanos) en una tabla:

1 3 3 1 0 2 2 4 3 2 1 4 2 1 0

3. Haz un diagrama de sectores para los datos del color preferido que indica la tabla.

x	Rojo	Ve.	Azul	Am.	Tur	Total
f	2	1	3	4	5	15

4. Dibuja un diagrama de barras para los datos de la siguiente tabla.

x	Rojo	Ve.	Azul	Am.	Tur	Total
f	3	3	5	4	5	20

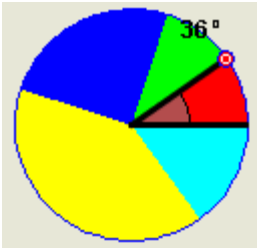
5. Completa la tabla con los porcentajes

x	Rojo	Ve.	Azul	Am.	Tur	Total
f	3	4	2	3	8	20
%						

6. Completa la tabla sabiendo que el porcentaje del "Rojo" es el 15%.

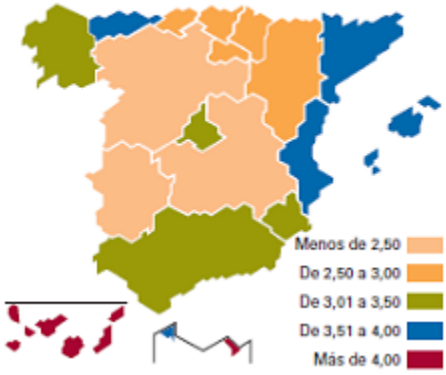
x	Rojo	Ve.	Azul	Am.	Tur	Total
f	3	2	5	7		

7. ¿Cuál es el % que corresponde al valor de la variable representado por el sector rojo?



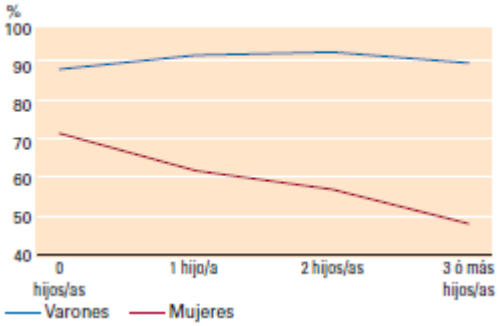
8. ¿Cuáles son las comunidades con mayor densidad de disoluciones matrimoniales por número de habitantes? El número de habitantes de Murcia en el 2006 es de 1370306, calcula el nº de disoluciones en Murcia en ese año.

Mapa 1.1. Disoluciones matrimoniales por 1.000 habitantes según comunidad autónoma. 2006



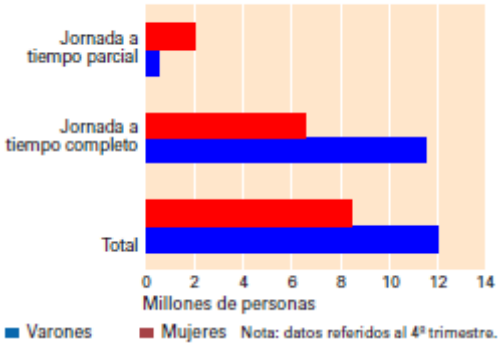
9. ¿Cuál es el % de hombres con 3 o más hijos que tiene trabajo? Calcula ese % en el caso de las mujeres. ¿Influye el nº de hijos en la tasas de ocupación de los varones? ¿Y en las mujeres?

Gráfico 3.10. Tasa de ocupación en función al número de hijos/as. 2006

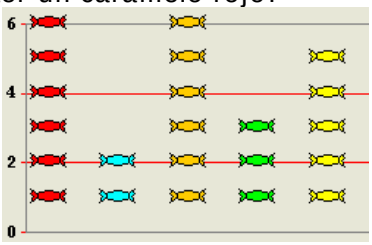


10. ¿Cuál es el total de la población ocupada en el cuarto trimestre del año 2007? ¿Cuántas personas trabajaban en ese periodo a tiempo parcial?

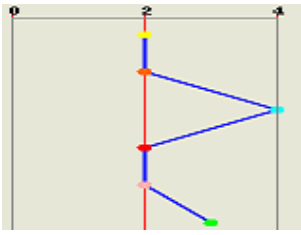
Gráfico 3.7. Población ocupada por jornada laboral y sexo. 2007



11. El nº de caramelos de cada color que hay en una bolsa se muestra en el gráfico ¿Cuál es la probabilidad de extraer un caramelo rojo?



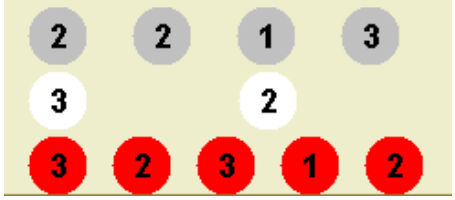
12. ¿Cuál es la probabilidad, según el gráfico, de sacar un dado verde de la bolsa?



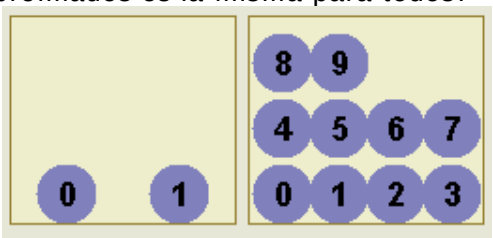
13. A={1, 5, 7, 8, 9} B={3, 4, 5, 8, 9}
Calcula AUB y A∩B

14. De una urna con cuatro bolas se extraen sucesivamente y con devolución dos bolas. Dibuja el diagrama de árbol y di cuál es el número de sucesos elementales. ¿Cuál es el número de sucesos elementales si la extracción es sin devolución?

15. Halla la probabilidad de que al extraer una bola de la urna del gráfico sea
a) una bola b) un 2 c) roja y con 2
d) roja o con 2



16. Entre 12 amigos se va a sortear un premio, para ello se reparten números del 0 al 11 y se extrae un número, la decena, de la urna izquierda y según la decena extraida, iremos a la urna dcha. o izda. para extraer las unidades ¿La probabilidad de ser premiados es la misma para todos?



¿Será el sorteo justo si se procede de la misma manera con 20 amigos y se reparten números del 0 al 19?

17. En el lanzamiento de un penalti se consideran los posibles sucesos: "gol" o "no marcar" ¿La probabilidad de gol es ½?

18. Al comienzo del partido con una moneda se decide cuál será la portería de cada equipo ¿La probabilidad de que al equipo A le toque la portería sur es ½?

19. Hallar la probabilidad de que al tirar tres dados la suma total sea 4. ¿Cuál es la probabilidad de suma 5?

Para saber más

Estadística Descriptiva, Estadística Inferencial

Pierre-Simon Laplace 1749 – 1827

Observar esta imagen, es equivalente a tomar una muestra de una población. En principio solo tienes en tu mente un conjunto de datos, que no te dicen nada. Sin embargo, si te alejas unos 3 metros y observas de nuevo la imagen, empezarás a extraer algo más de información, y posiblemente intuyas mejor lo que representa esta imagen. Habrás hecho una inferencia de los datos muestrales, para tener una imagen del conjunto. Este es el objeto de las técnicas de la **estadística** que la clasifican en estadística **descriptiva** e **inferencial**: Obtener muestras e inferir datos sobre la población

Imagen original

¿Qué es la calidad?
Evitar colas, ofrecer buenos productos... el control de calidad es una parte de la estadística.

Fue en Norteamérica, en los años 20, donde surgieron los pioneros de la aplicación de métodos estadísticos a la mejora de los procesos de producción.
¿Qué es la calidad?
Pongamos algunos ejemplos:

- A nadie le gusta que si compra un paquete de 1 Kg. de un producto, éste pueda pesar 950 gr.
- No nos dice nada que el tiempo medio en que una compañía de mensajeros entrega un paquete en una ciudad sea de 40 minutos, si el nuestro nos llega al cabo de 4 horas.
- En las oficinas bancarias, han suprimido las filas múltiples delante de las ventanillas, por la fila única. ¿Acaso se hizo por reducir el tiempo medio de espera de los clientes?. No, el tiempo medio no varía, pero de esta forma se trata de eliminar la variabilidad en los tiempos de espera.

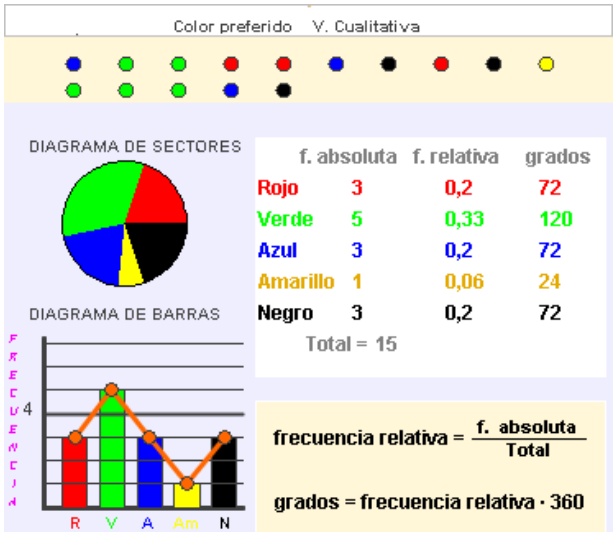
La homogeneidad de los resultados es normalmente la clave para la calidad. La estadística mide y estudia la dispersión de los resultados para procurar esta homogeneidad.

Extracto de la página http://www.isftic.mepsyd.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2001/estadistica/index2.htm

Antes de Laplace el libro de Cardano

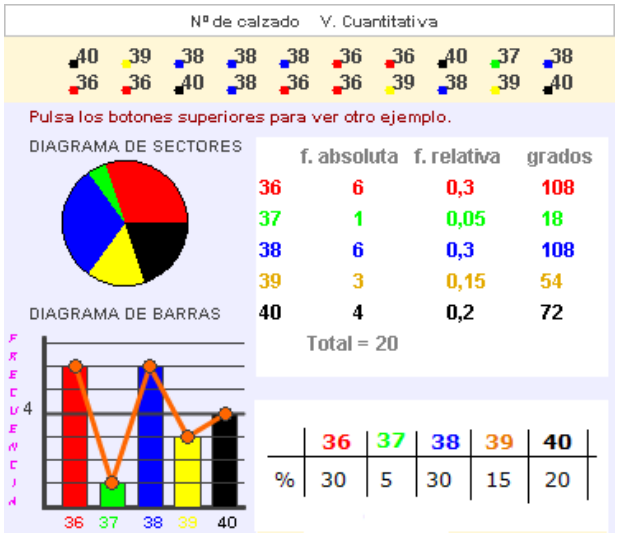
A la muerte de Gerolamo Cardano (1501-1576) se encontró, entre sus manuscritos, el *Liber de Ludo Alae* (Libro de los juegos de azar) la primera obra dedicada íntegramente a la probabilidad. Fue publicada en 1663. En esta obra Cardano presenta una primera aproximación al concepto de probabilidad en términos de proporciones.

Recuerda lo más importante



Estadística

Debes saber realizar el recuento en variables cualitativas y cuantitativas, calcular la tabla de frecuencias y grados y construir los diagramas de sectores, barras o la línea poligonal.



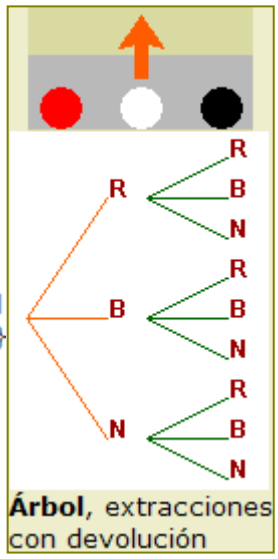
Probabilidad

Experimento aleatorio

Calcular los casos posibles es hallar el espacio muestral, en algunos casos se construye con ayuda de un árbol.
La probabilidad de que se de el suceso A o B es la de la unión o AUB; la de que se den A y B es la de la intersección o $A \cap B$

Sucesos elementales

Espacio muestral
{1, 2, 3, 4, 5, 6}



Árbol, extracciones con devolución

A={2, 4, 6}
B={3, 6}

AUB
{2, 4, 6, 3}

$A \cap B$
{3}

Recuerda que la probabilidad de Laplace solo se puede aplicar cuando los sucesos elementales son equiprobables.

REGLA DE LAPLACE

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

P( ) = 1/6

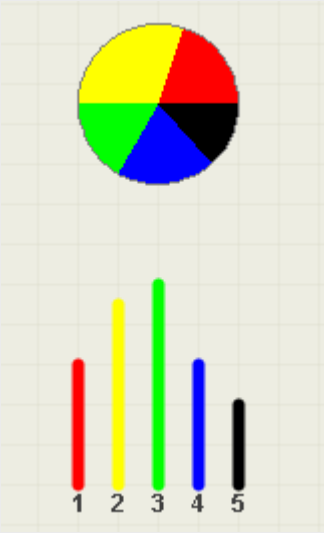
Autoevaluación

1. Halla la frecuencia con que aparece el número 3 en los resultados de esta encuesta sobre el número de hermanos: 5 2 1 1 3 2 2 3 4 4 5 3 1 1 4 3 4 1 4 1 1 4 1 1 5.

2. Si la frecuencia de un valor es 49 y su frecuencia relativa es 0,98, calcula el tamaño de la muestra o número total de datos.

3. Calcula los grados que le corresponden al sector de un diagrama que representa al 5 en la siguiente recogida de datos: 1 1 2 5 4 3 2 1 2 1 3 2 4 3 5 2 2 3 1 4 2 5 2 2 1 1 3 3 2 5 .

4. Frecuencia relativa de la variable a la que corresponde un sector de 72º.



5. Los dos diagramas de la derecha corresponden a los mismos datos, pero una barra está mal trazada ¿cuál?

6. ¿Cuántos sucesos elementales se presentan al extraer sucesivamente y con devolución 3 bolas de una urna con 6 bolas?

7. De una urna con los números del 1 al 50 se extrae uno. Si A es el suceso “sacar divisor de 14 ” y B, “ sacar divisor de 6”, ¿Cuántos sucesos elementales componen AUB?

8. De una urna con números del 1 al 29 se extrae uno. Si A es el suceso “sacar múltiplo de 5 ” y B, “ sacar múltiplo de 3”, ¿Cuántos sucesos elementales componen $A \cap B$?

9. Halla la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja española sea un as.

10. En el partido del equipo A contra el B los posibles resultados son 1, x o 2. ¿Podemos decir que la probabilidad de 1 es 1/3?

Soluciones de los ejercicios para practicar

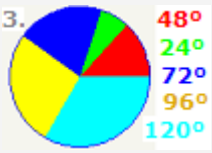
1.

	Población	Variables
a	Españoles mayores de 20 años en el 2007	Sexo, cualitativa Edad, cuantitativa E. universitarios, si o no, cualitativa
b	Profesores Univ. En España 05-06	Enseñanza que imparten, cualitativa Sexo, cualitativa
c	Como en b	Categoría del puesto Sexo, cualitativas

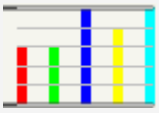
2.

x	0	1	2	3	4
f	2	4	4	3	2

3.



%	15	20	10	15	40

4. 

5.

6. Total=20; turquesa→3

7. 10.

8. Ceuta y Melilla; de 4124 a 4796.

9. 90%; 50%; en hombres apenas influye, en mujeres sí.

10. 20200000; 2300000.

11. 12/22 = 6/11

12. 3/15 = 0,2

13. AUB = {1, 3, 5, 7, 8, 9};
A ∩ B = {5, 8, 9}

14.
16; sin dev.→ 12.

15. a 5/11; b 5/11; c 2/11; d 8/11.

16. Si son 12, los del nº 10 y 11 tienen más probabilidad que el resto; si son 20 todos tienen la misma probabilidad.

17. No, los sucesos no son equiprobables.

18. Sí, sucesos equiprobables.

19. Suma 4→3/216; Suma 5→ 6/216.

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. 4
2. 50
3. 48
4. 0,2
5. 3
6. 216
7. 6
8. 1
9. 0,1
10. No, no son equiprobables.