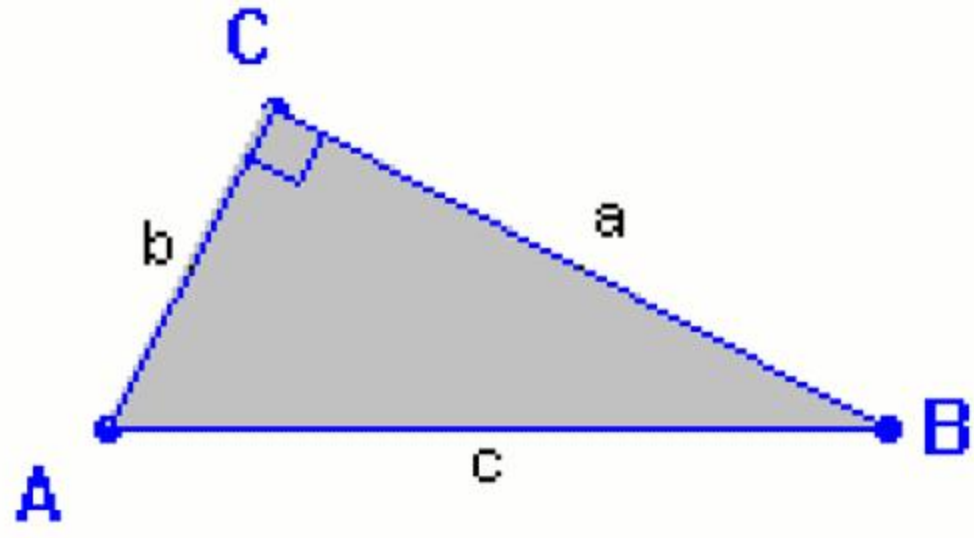


Teorema de Pitágoras

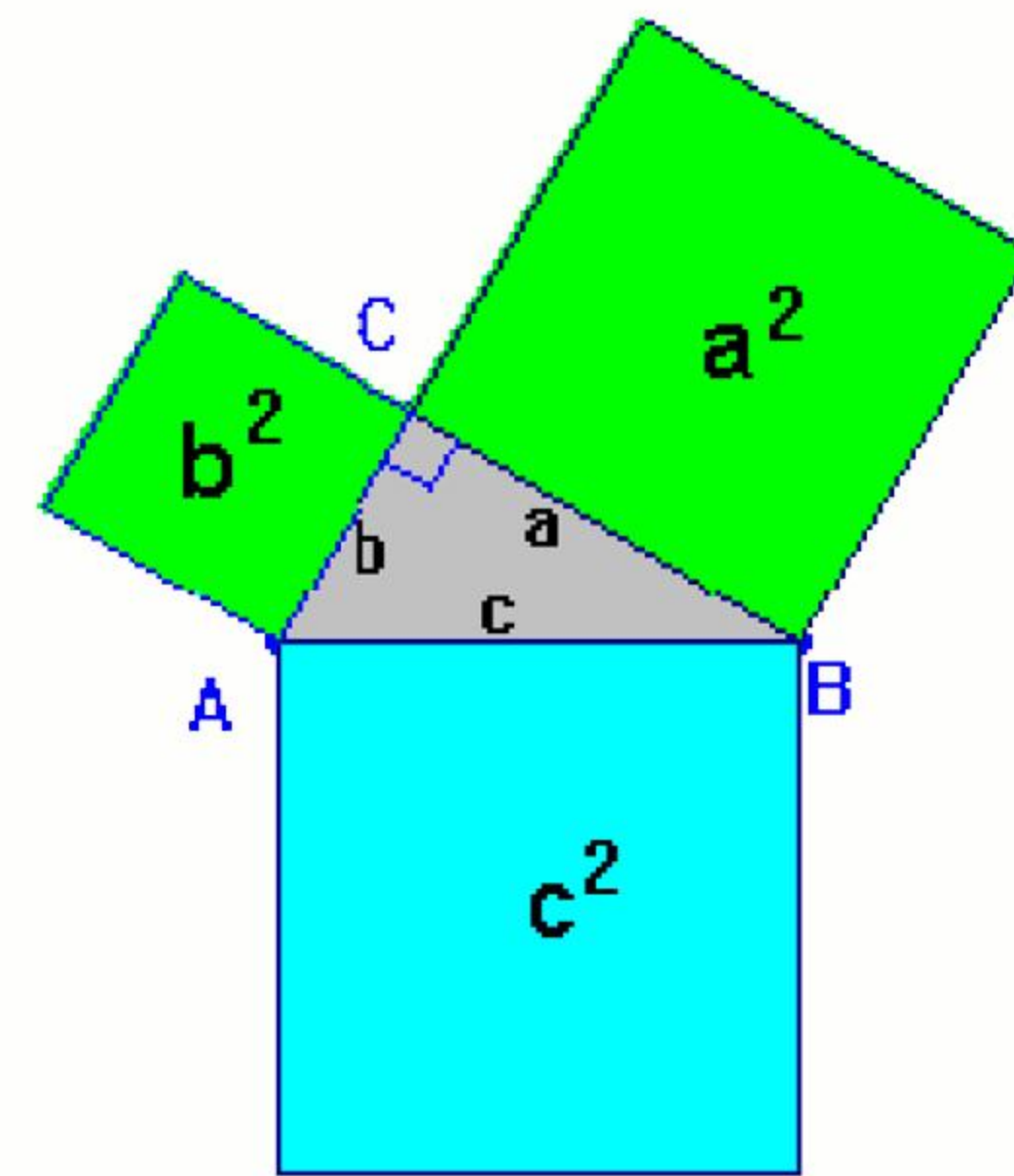


En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

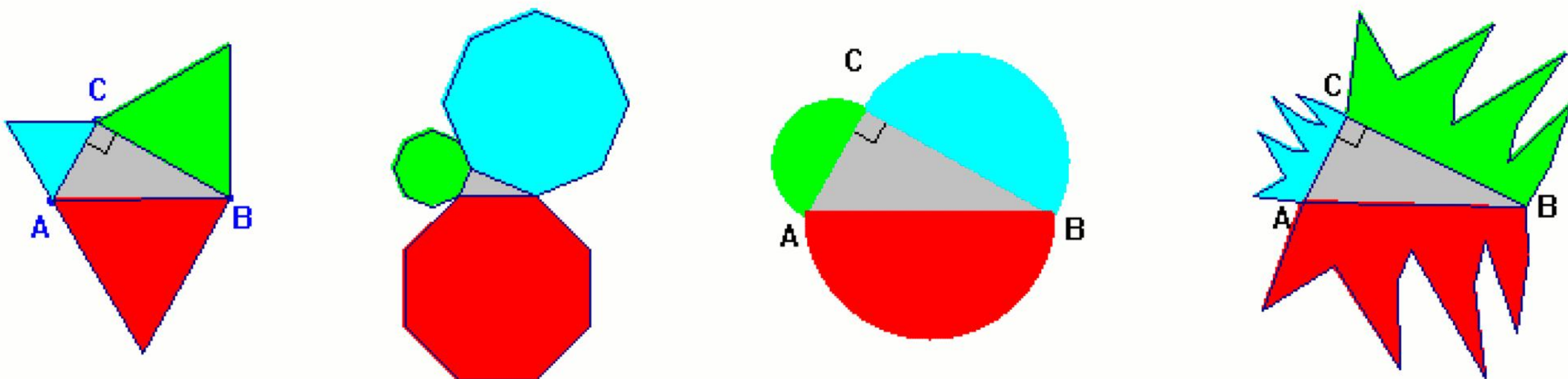
Cada uno de los sumandos, representa el área de un cuadrado de lado, a, b, c. Con lo que la expresión anterior, en términos de áreas se expresa en la forma siguiente:

El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.



Teorema de Pitágoras generalizado

Si en vez de construir un cuadrado, sobre cada uno de los lados de un triángulo rectángulo, construimos otra figura, ¿seguirá siendo cierto, que el área de la figura construida sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de las figuras semejantes construidas sobre los catetos?



DEMOSTRACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

A lo largo de la historia han sido muchas las demostraciones y pruebas que matemáticos y amantes de las matemáticas han dado sobre este teorema. Se reproducen a continuación algunas de las más conocidas.



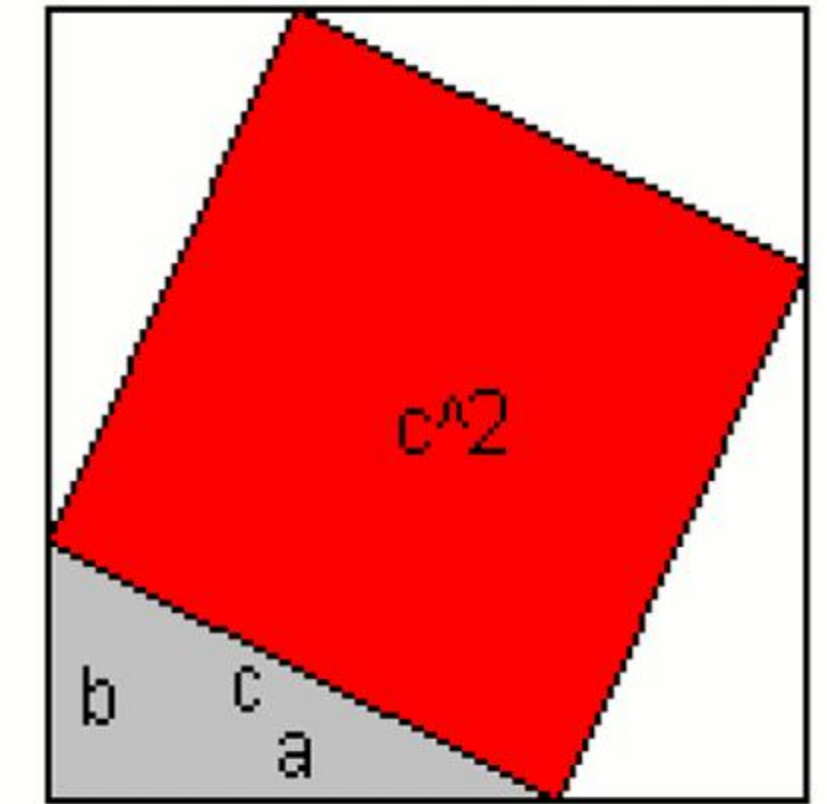
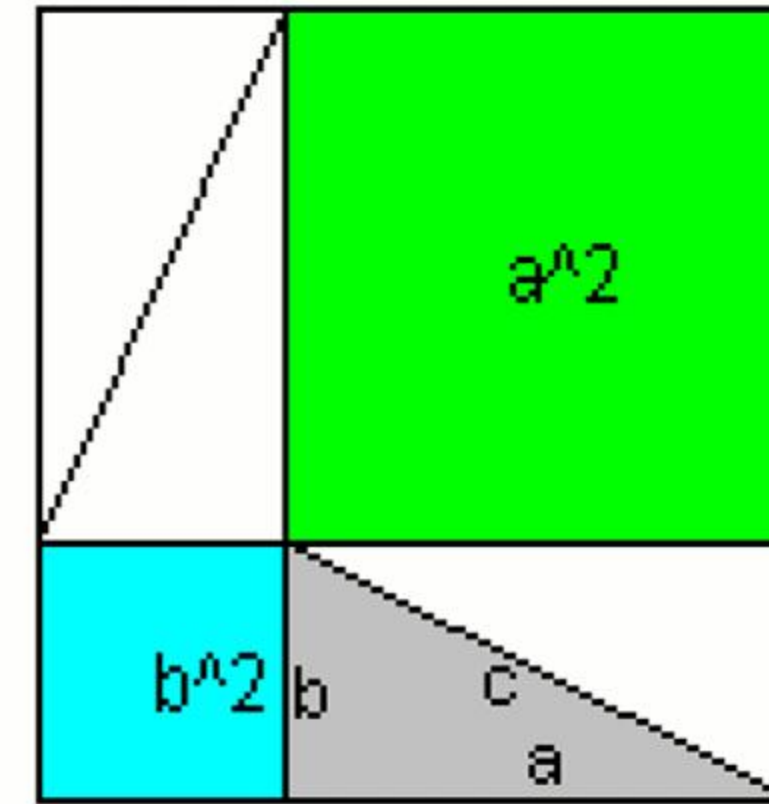
Demostraciones geométricas

PITÁGORAS

Una de las demostraciones geométricas mas conocidas, es la que se muestra a continuación, que suele atribuirse al propio Pitágoras.

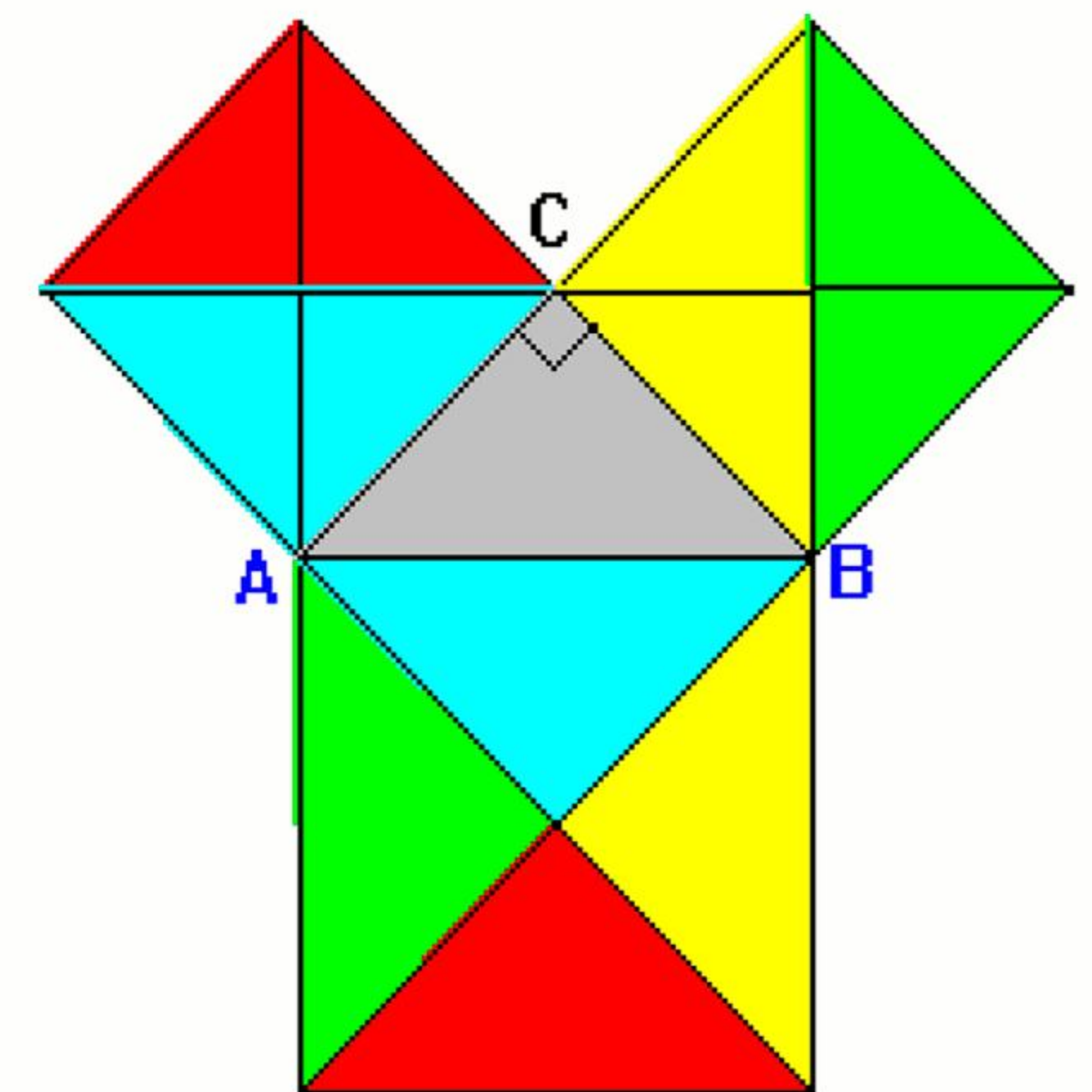
A partir de la igualdad de los triángulos rectángulos es evidente la igualdad

$$a^2 + b^2 = c^2$$



PLATÓN

La relación que expresa el teorema de Pitágoras es especialmente intuitiva si se aplica a un triángulo rectángulo e isósceles. Este problema lo trata Platón en sus famosos diálogos.



EUCLIDES

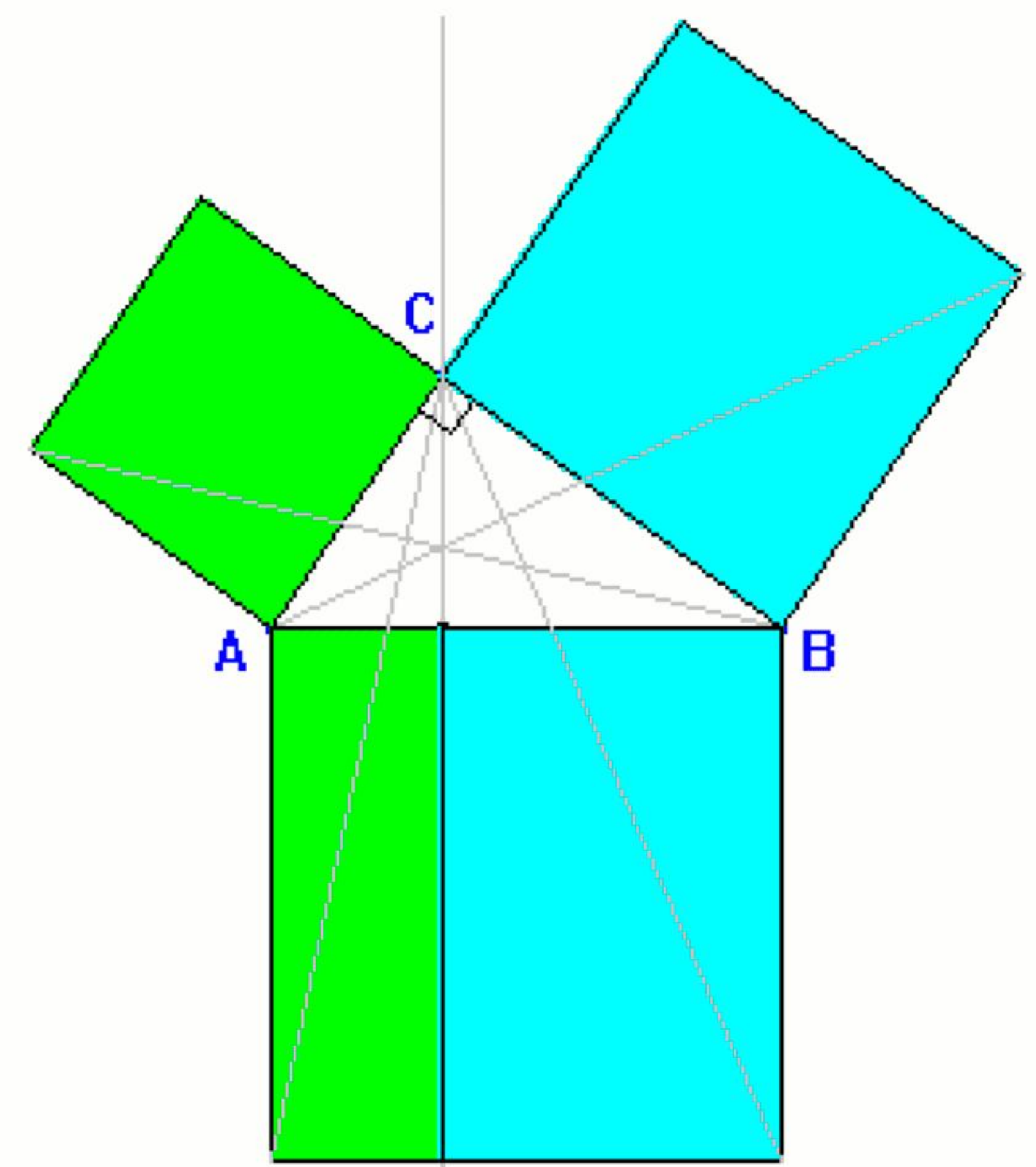
La relación entre los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo, aparece ya en los Elementos de Euclides.

Elementos de Euclides. Proposición I.47.

En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es igual a los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto.

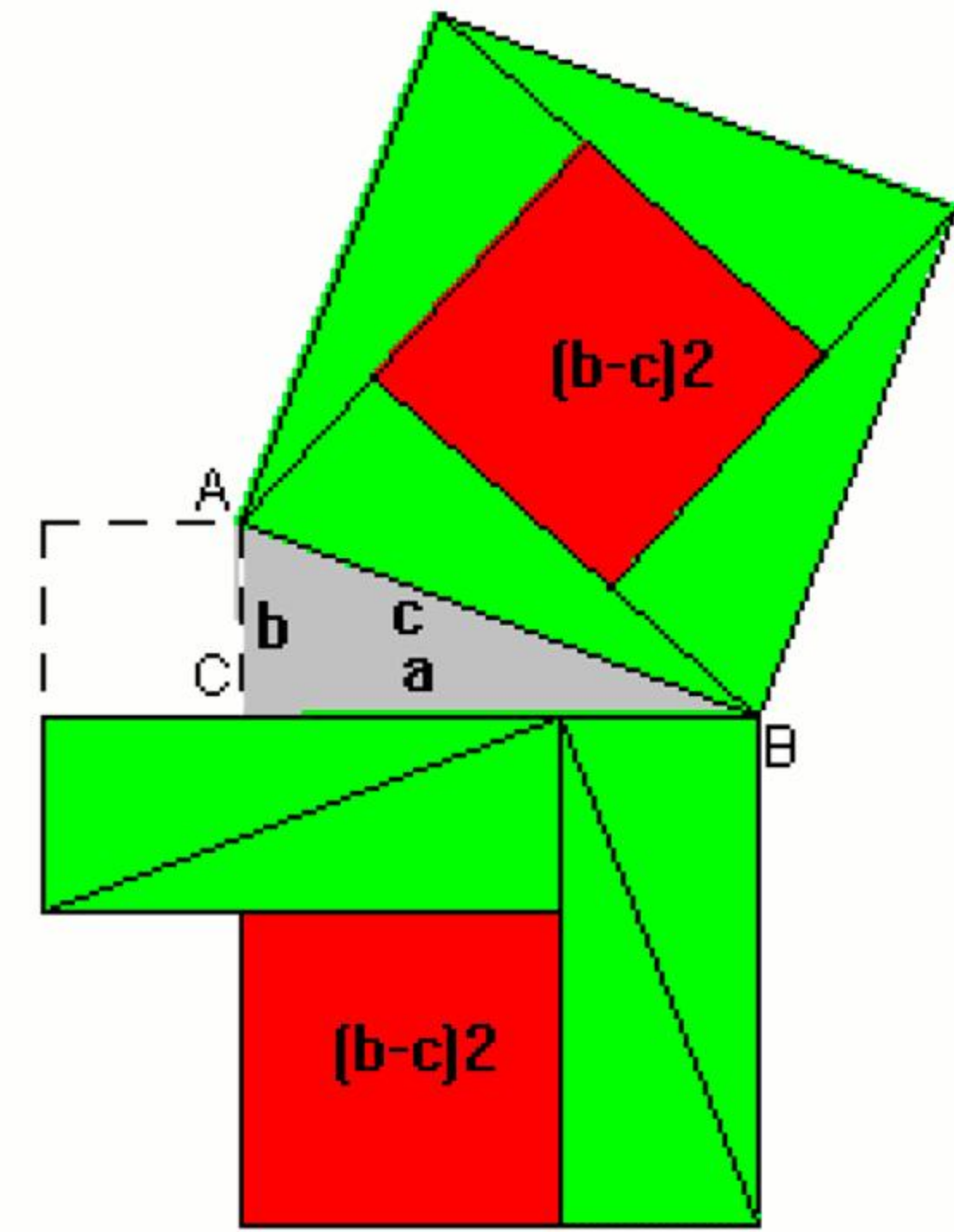
Para demostrarlo, Euclides construye la figura que se representa a la derecha.

La prueba que da Euclides consiste en demostrar la igualdad de las áreas representadas en el mismo color.



BHASKARA

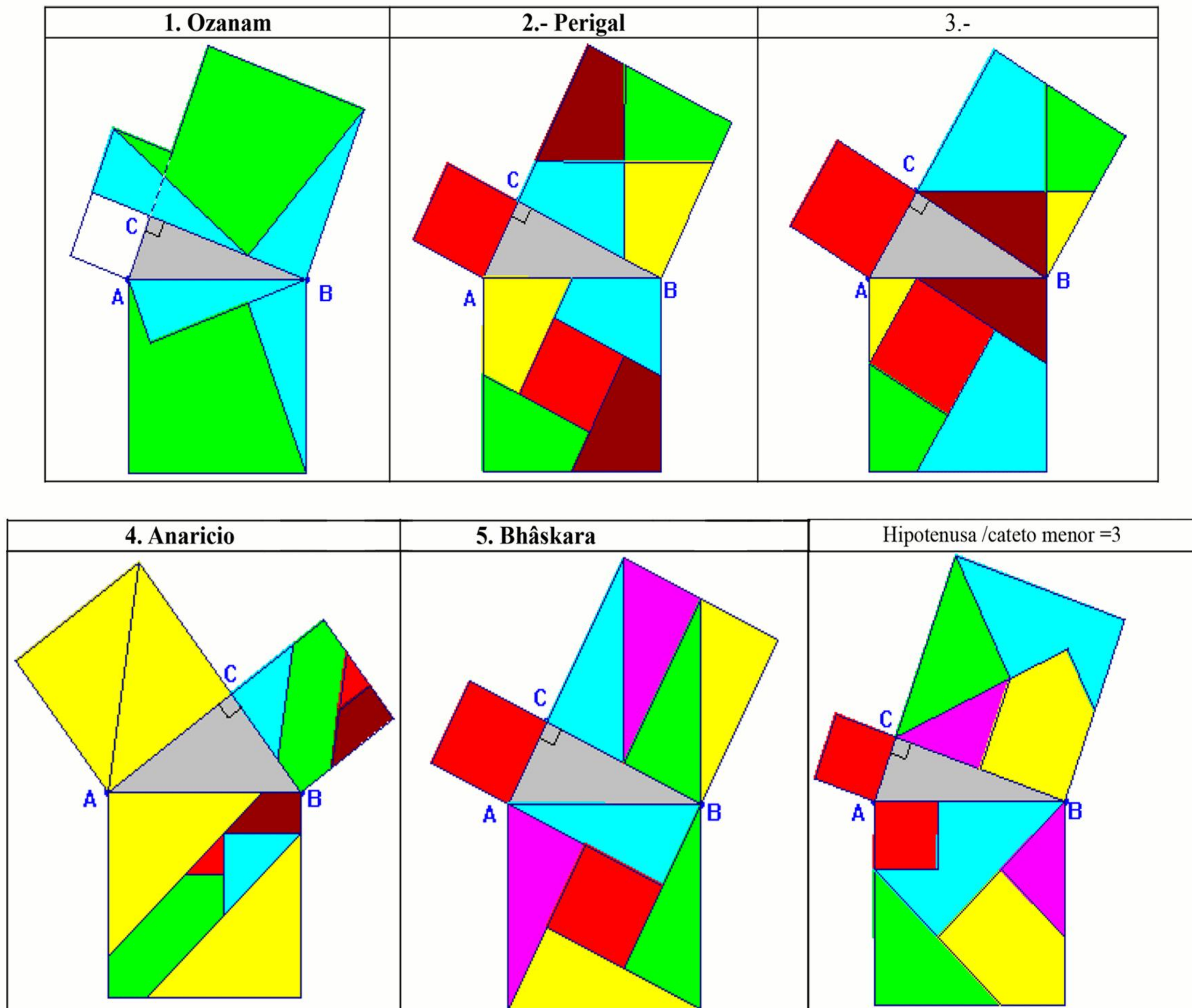
Demostración visual del Teorema de Pitágoras.
 El triángulo es variable dependiendo del vértice sobre el que se sitúa el ángulo recto.
 La superficie que abarca el cuadrado sobre la hipotenusa se desplaza hasta rellenar la suma de las superficies de los cuadrados sobre los catetos.

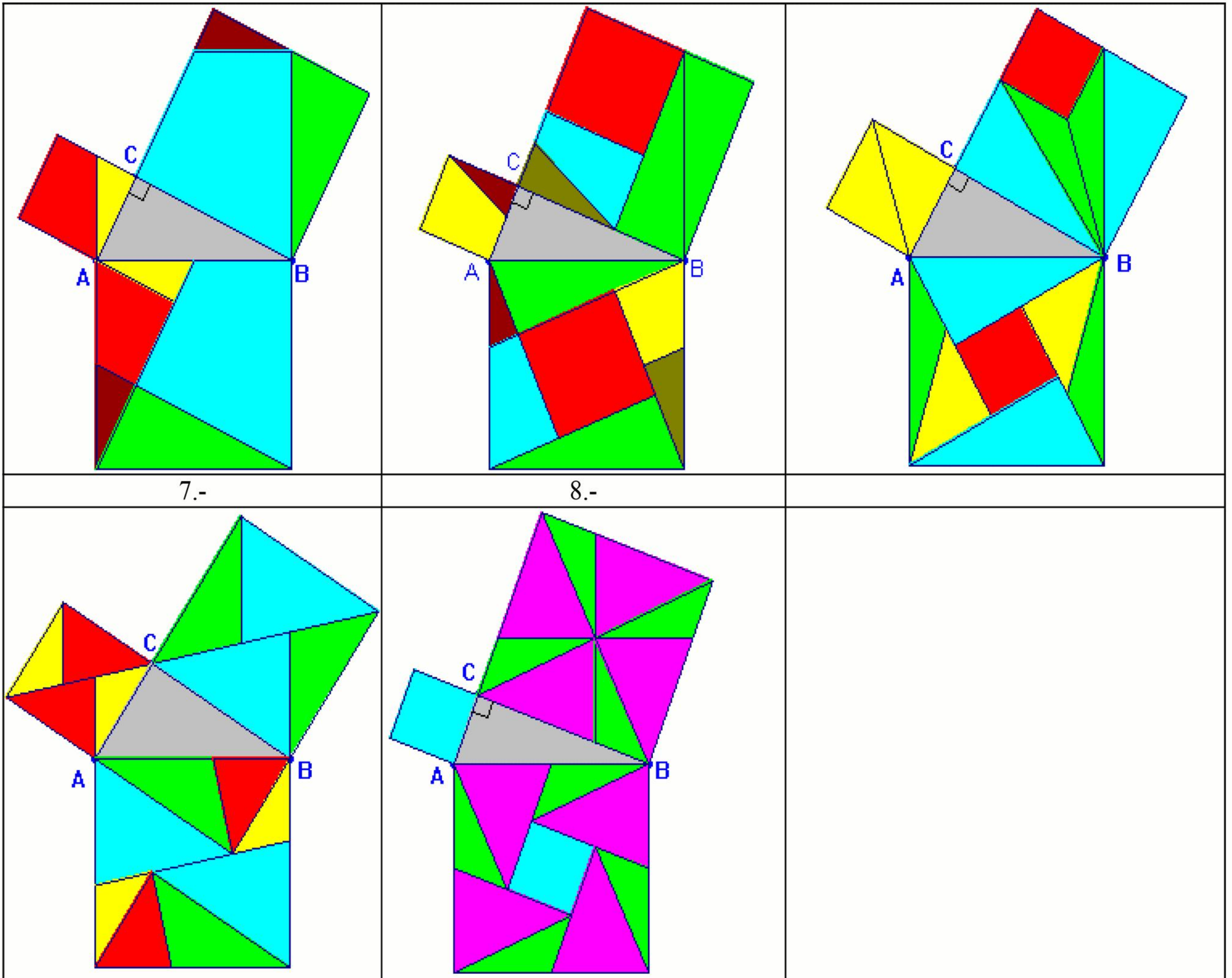


PUZZLES PITAGÓRICOS

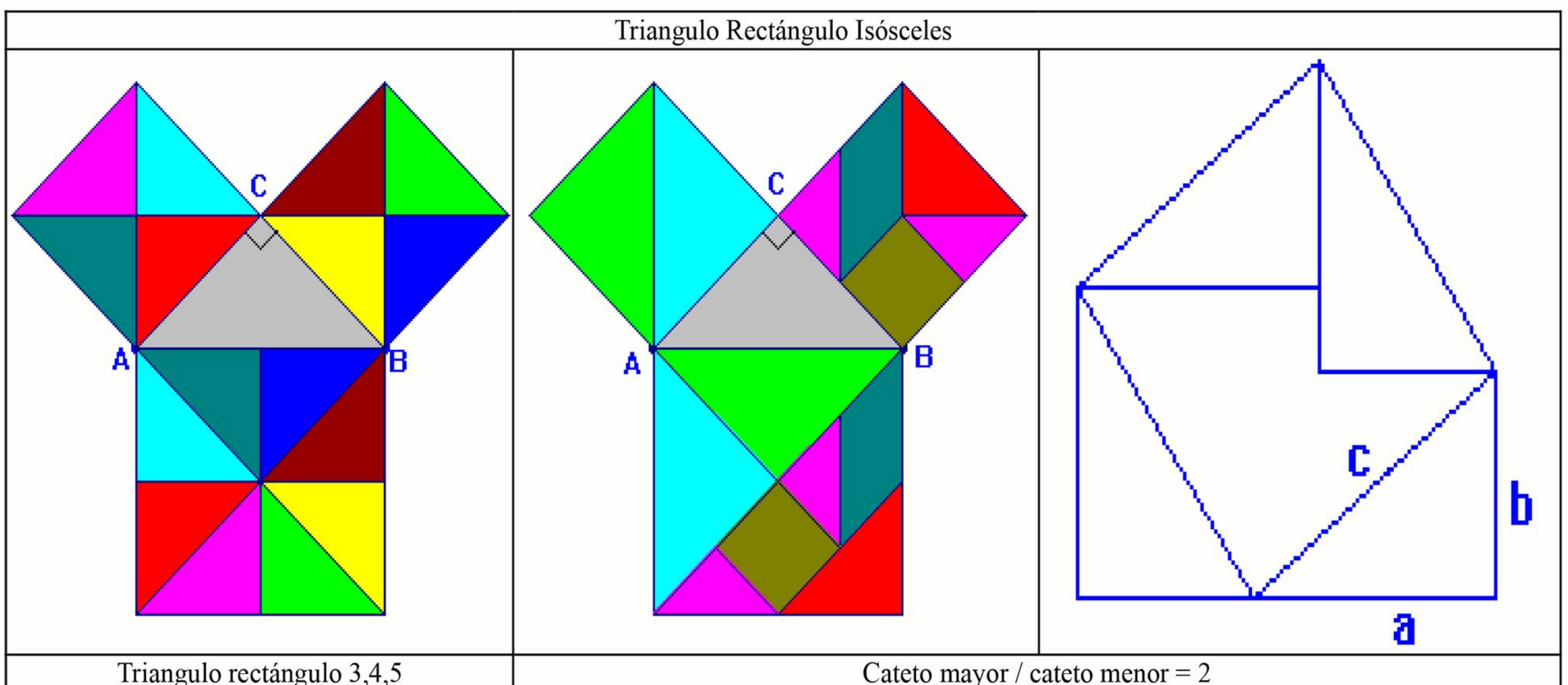
A continuación se presentan algunas demostraciones visuales del teorema de Pitágoras en forma de puzzles. En todos ellos, las piezas en que se han dividido los cuadrados construidos sobre los catetos, completan el cuadrado construido sobre la hipotenusa.

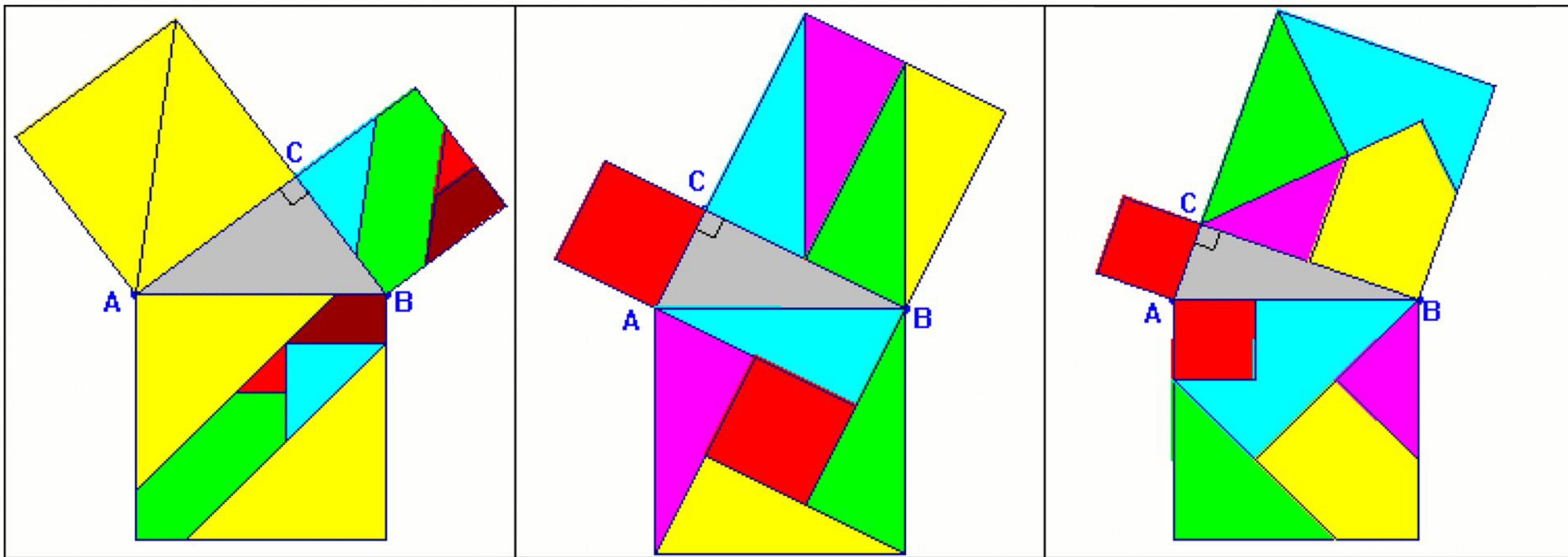
1.- Los siguientes disecciones son válidas para cualquier triángulo rectángulo.





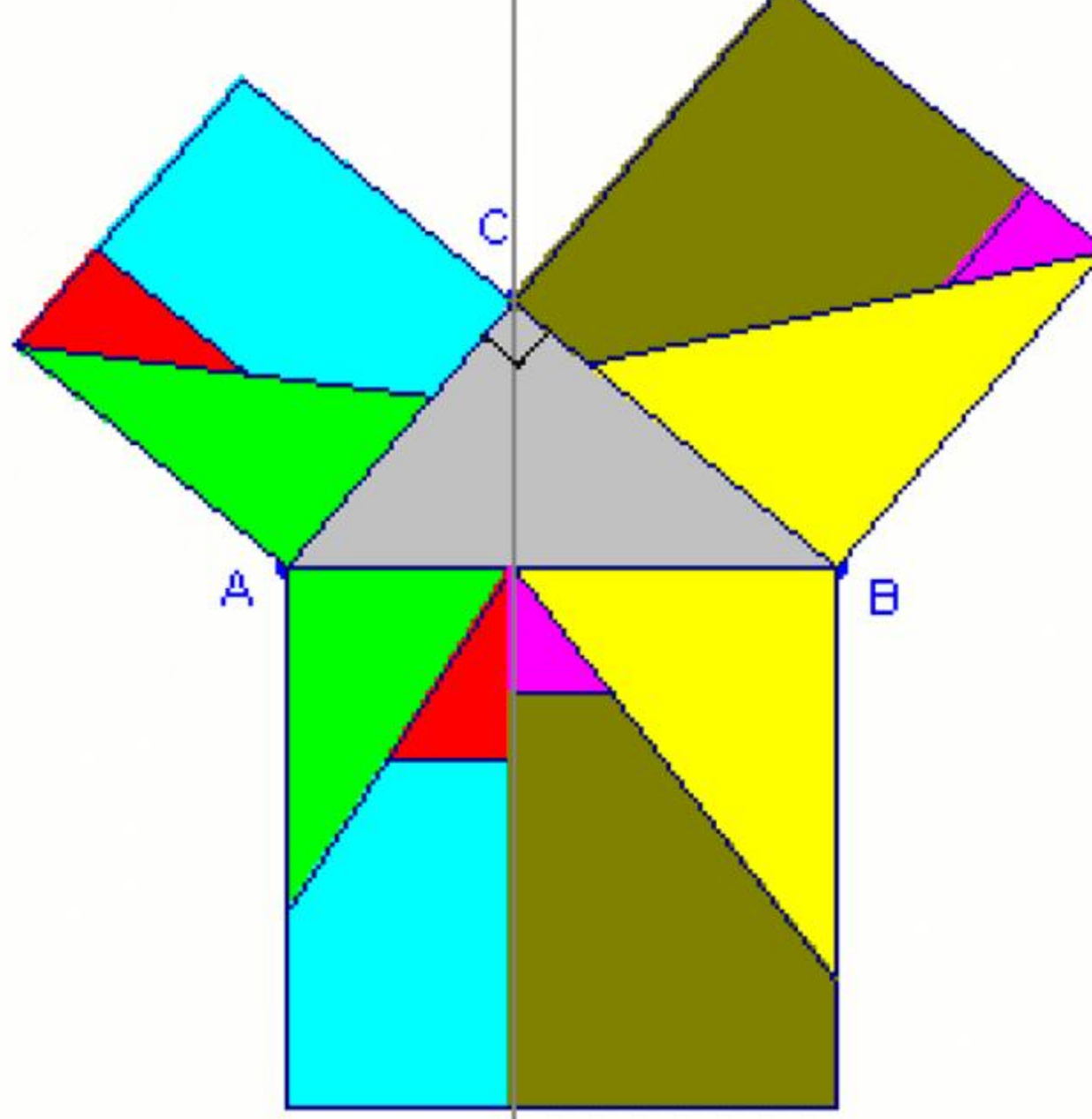
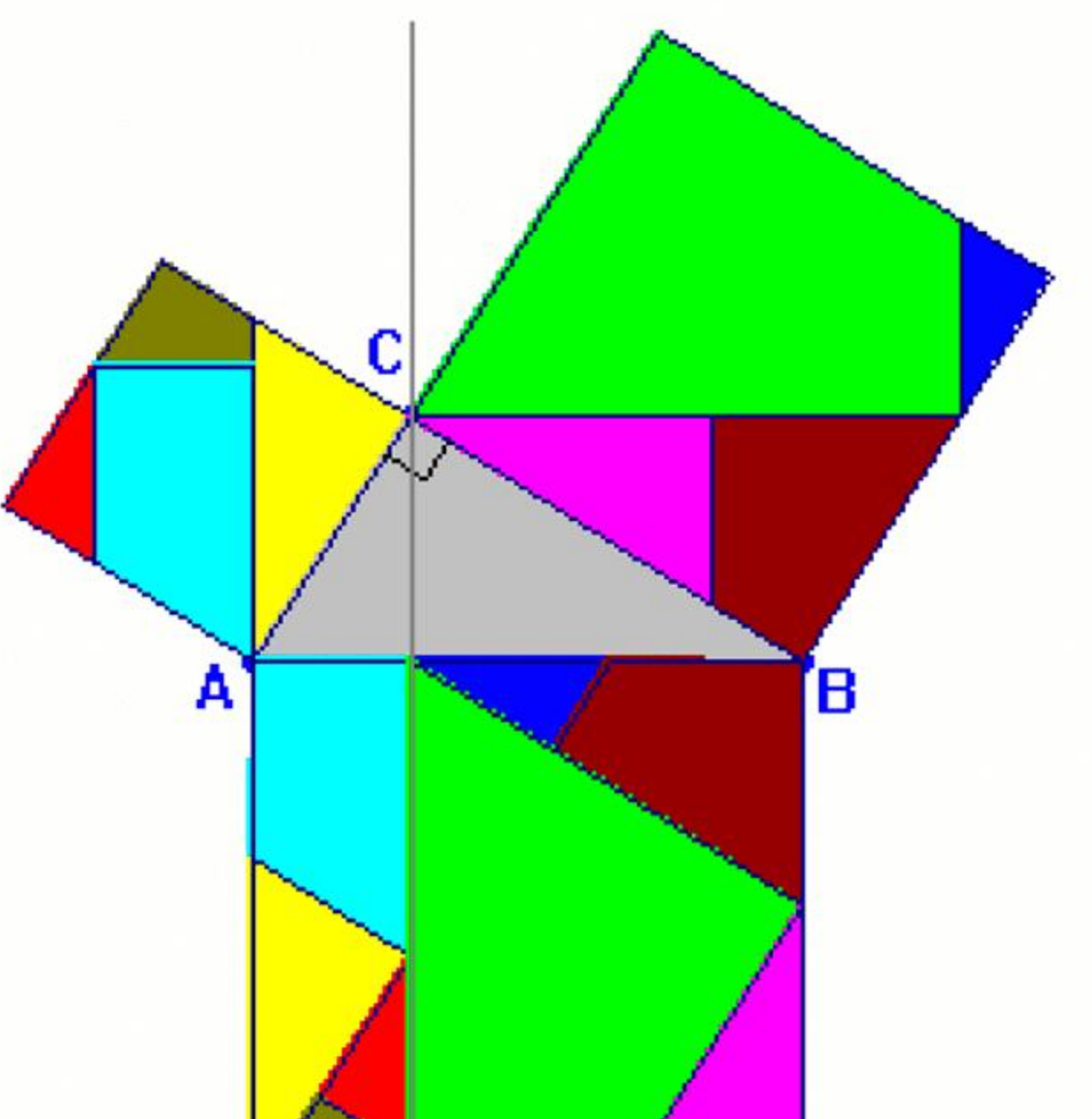
2.- Los puzzles siguientes sólo son validos en el caso de que el triángulo rectángulo inicial sea el que se indica.





3.- Finalmente, dos puzzles especialmente interesantes. No solo prueban el teorema de Pitágoras, también el del cateto. Son válidos para triángulos rectángulos con los ángulos (excluido el recto) en el intervalo que se indica en cada caso.

Para ampliar el intervalo de validez, hay que aumentar el número de piezas, y no puede generalizarse con un número finito.

 <p>Ángulos A y B mayor o igual que 30 y menor o igual que 60.</p> <p>$30 \leq A \leq 60;$</p>	 <p>$45 \leq A \leq 60;$ por tanto $30 \leq B \leq 45$</p>
<p>Estas dos disecciones muestran gráficamente las demostraciones de Euclides y de Pappus. Con la limitación que se ha expresado anteriormente.</p>	

Alguna de las demostraciones y datos expuestos se han tomado de :

-GONZALEZ URBANEJA, Pedro M., Pitágoras el filósofo del número. La Matemática en sus personajes, 9. Ed. Nivola. Madrid 2001. <http://www.nivola.com/categorias.asp?cat=matensuspersonajes>