EJEMPLO 13:

Dado el sistema $\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ t \end{pmatrix}$, expresar simbólicamente las soluciones particulares:

a) La solución particular si $x_1(0) = 1$ y $x_2(\pi) = 0$.

b) La solución particular si $x'_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ y $x_2(0) = 1$.

RESOLUCIÓN:

La solución general de S es $\begin{cases} X_1 = A\cos(t) + (2A - B)sen\,(t) - 4 - t \\ X_2 = (5A - 2B)\,sen(t) + B\cos(t) - 9 - 2t \end{cases}$ (resuelto ya en el *ejemplo 10*). Usando este resultado y los datos para cada ítem:

a) $\begin{cases} X_1(0) = 1 = A\cos(0) + (2A - B)sen\,(0) - 4 - 0 = A - 4 \\ X_2(\pi) = 0 = (5A - 2B)sen\,(\pi) + B\cos(\pi) - 9 - 2\pi = -B - 9 - 2\pi \end{cases}$

Queda así planteado el sistema $\begin{cases} A = 5 \\ B = -9 - 2\pi \end{cases}$ (en este caso ya resuelto). Reemplazando los valores de los parámetros hallados:

$$\begin{cases} X_1(t) = 5\cos(t) + (19 + 2\pi)\,sen(t) - 4 - t \\ X_2(t) = (43 + 4\pi)\,sen(t) - (9 + 2\pi)\,\cos(t) - 9 - 2t \end{cases}$$

b) $X'_1(t) = -A\,sen(t) + (2A - B)\cos(t) - 1$

$$\begin{cases} X'_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 = -A\,sen\left(\frac{\pi}{2}\right) + (2A - B)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1 = -A - 1 \\ X_2(0) = 1 = (5A - 2B)\,sen(0) + B\cos(0) - 9 - 2(0) = B - 9 \end{cases}$$

Resolviendo $\begin{cases} A = 0 \\ B = 10 \end{cases}$.

Reemplazando los valores de los parámetros hallados:

$$\begin{cases} X_1(t) = -10\,sen(t) - 4 - t \\ X_2(t) = -20\,sen(t) + 10\cos(t) - 9 - 2t \end{cases}$$