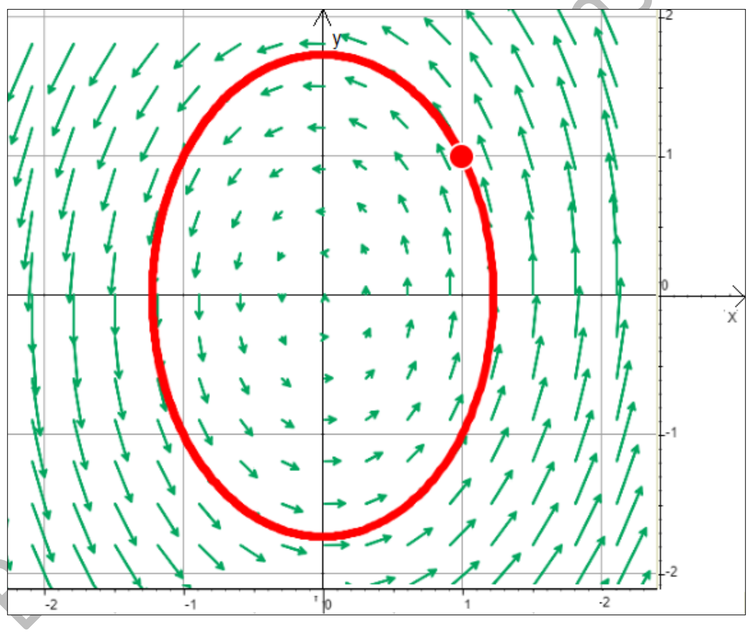
EJEMPLO 8:

Las trayectorias de flujo de un campo vectorial son las seguidas por una partícula cuyo campo de velocidad es el campo vectorial dado. Por consiguiente los vectores del campo vectorial son tangentes a las trayectorias de flujo.

a) Graficar el campo estacionario $\vec{v} = (-\frac{y}{2}, x)$.
b) Visualizar la línea de flujo de una partícula que se suelta en el punto $(1; 1)$.
c) Determinar la ecuación de la familia de líneas de flujo y describirlas geométricamente.
d) Determinar la ecuación de la integrante de la familia que contiene al punto $(x_o; y_o)$, particularizando luego con $(1; 1)$.

RESOLUCIÓN:

a) y b) Utilizar el simulador DaVinci .



c) Si la trayectoria es:

$$\vec{r}(t) = (x(t); y(t)) \implies \vec{r}\,'(t) = \vec{v} \implies \left(\frac{dx}{dt}; \frac{dy}{dt}\right) = \left(-\frac{y}{2}, x\right) \implies \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{-\frac{y}{2}}{x}$$

Simplificando y separando variables:

$$-2x\,dx = y\,dy$$

Resolviendo la ecuación:

$$\int -2x\;dx = \int y\,dy \Rightarrow -x^2 + C = \frac{y^2}{2} \Rightarrow x^2 + \frac{y^2}{2} = C$$

La familia $\boldsymbol{x^2 + \frac{y^2}{2} = C}$ está integrada por elipses concéntricas con semieje mayor sobre el $\boldsymbol{eje\ y}$.

d) Para determinar la solución particular que contiene al punto $(\boldsymbol{x_o}; \boldsymbol{y_o})$ sólo se debe calcular la constante $\boldsymbol{C}$, reemplazando $\boldsymbol{x}$ por $\boldsymbol{x_o}$ e $\boldsymbol{y}$ por $\boldsymbol{y_o}$ en la ecuación de la familia:

$$\boldsymbol{x_0^2 + \frac{y_0^2}{2} = C \quad \Longrightarrow \quad x^2 + \frac{y^2}{2} = x_0^2 + \frac{y_0^2}{2}}$$

La línea de flujo que pasa por $(\boldsymbol{1}; \boldsymbol{1})$ es la elipse: $\boldsymbol{\frac{x^2}{\frac{3}{2}} + \frac{y^2}{3} = 1}$.