EJEMPLO 3:

Resolver $\boldsymbol{y' = \frac{l\,n(x)}{x\,y + x\,y^3}, x > 0, y \neq 0}$.

RESOLUCIÓN:

$$\boldsymbol{y' = \frac{l\,n(x)}{x\,y + x\,y^3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{ln(x)}{x\,(y + y^3)} \Rightarrow (y + y^3)\,dy = \frac{ln\,(x)}{x}\,dx}$$

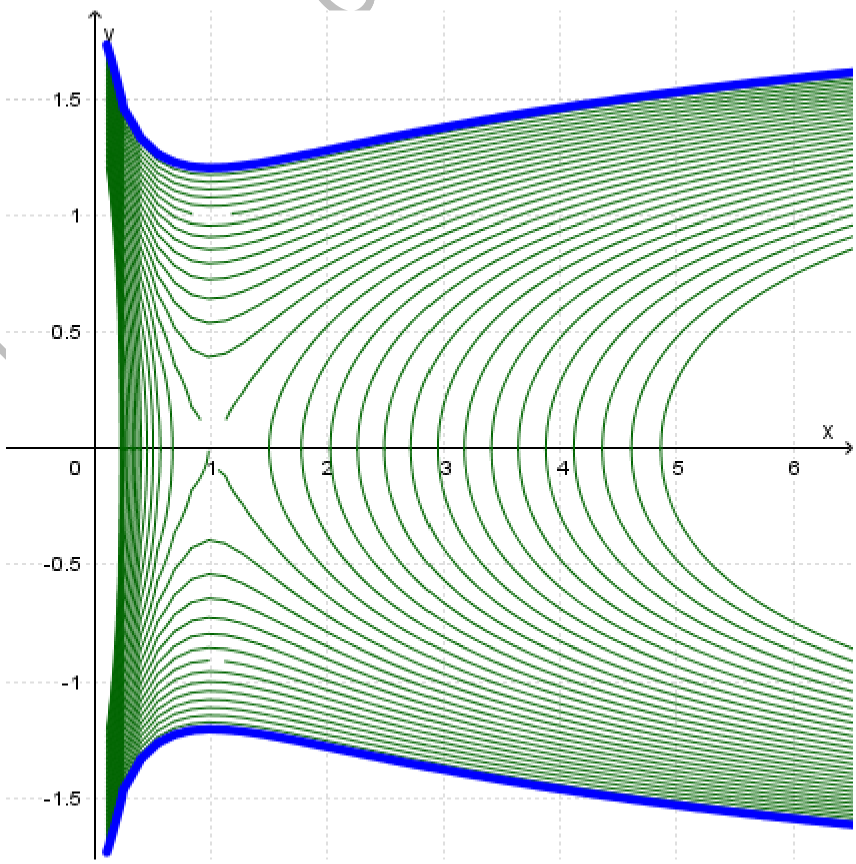
$$\boldsymbol{\int (y + y^3)\,dy = \int \frac{ln\,(x)}{x}\,dx \quad \therefore \quad \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{4}y^4 = \frac{1}{2}ln^2(x) + C}$$

Luego, expresada en forma implícita, la solución es:

$$\boldsymbol{y^4 + 2y^2 - ln^2(x) - C = 0}$$

Si el lector piensa que el último sumando debió ser $\boldsymbol{2C}$, note que el doble de una constante arbitraria es otra constante arbitraria.

En el gráfico de la derecha se aprecian algunas de las soluciones particulares.

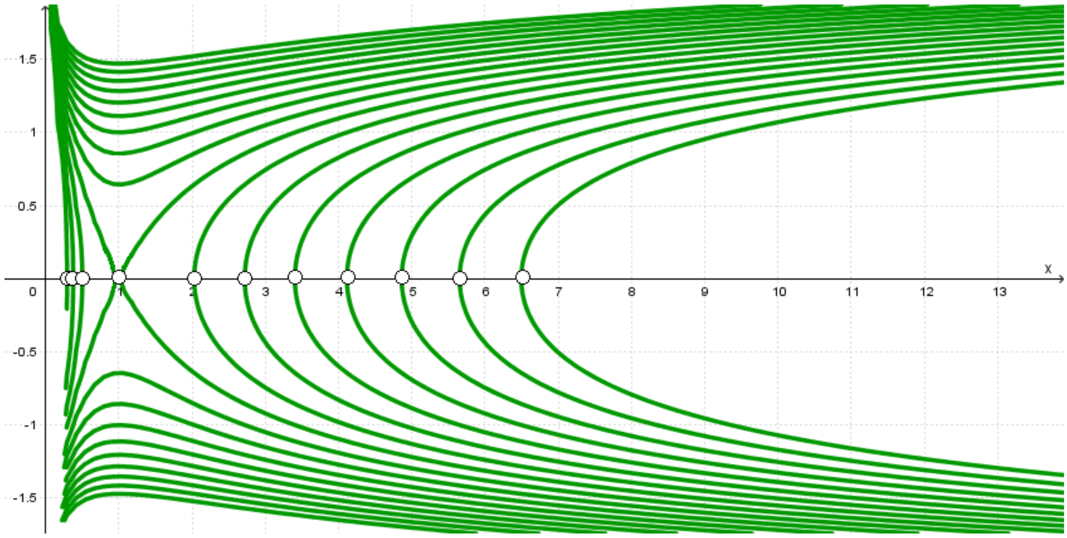


Note que dichas curvas no intersectan al eje $\boldsymbol{y}$, ya que el dominio de la ecuación exige que $\boldsymbol{x} > 0$.

Si bien el dominio también requiere que $\boldsymbol{y \neq 0}$, lo que implica que tampoco hay intersección de las curvas con el eje $\boldsymbol{x}$, a simple vista pareciera que sí las hubiera. Esto se debe al método de graficación del Geogebra (calcula en forma numérica algunos puntos pertenecientes a la curva y luego los une con pequeños segmentos de recta).

Es de destacar la importancia de tener presente el dominio de la ecuación original para interpretar correctamente la salida provista por los softwares graficadores.

Por consiguiente, la salida gráfica debe ser interpretada como la que se muestra a continuación:


1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
x
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13