EJEMPLO 1:

La EDO $\boldsymbol{y = 2xy' - y\,(y')^2}$ admite por solución general la familia de parábolas $\boldsymbol{y^2 = 2c\,x - c^2}$.

RESOLUCIÓN:

Notar que la solución general tiene una constante dado que la ecuación es de orden 1.
Para verificar dicha solución se deriva m. a m. :

$$\boldsymbol{2y\,y' = 2c \quad \Rightarrow \quad y' = c\,y^{-1}}$$

Remplazando en la ED:

$$\boldsymbol{y = 2xy' - y\,(y')^2 \overset{¿?}{=} 2xc\,y^{-1} - c^2\,y^{-1} \Rightarrow}$$

$$\boldsymbol{\Rightarrow y \overset{¿?}{=} (2xc - c^2)\,y^{-1} \Rightarrow y^2 \overset{¿?}{=} 2xc - c^2}$$

Sustituyendo ahora $\boldsymbol{y^2}$ por $\boldsymbol{2c\,x - c^2}$ se verifica finalmente la solución propuesta porque se obtuvo $\boldsymbol{2x\,c - c^2 = 2x\,c - c^2}$ (identidad).

Usando una condición de frontera, por ejemplo que el punto $\boldsymbol{(1;-1)}$ verifica la solución se puede determinar el valor de $\boldsymbol{c}$:

$$\boldsymbol{(-1)^2 = 2c\,(1) - c^2 \Rightarrow c = 1}$$

Así, $\boldsymbol{y^2 = 2\,x - 1}$ es **una** solución particular (la curva solución que contiene al punto $\boldsymbol{(1;-1)}$). Pero el lector puede verificar que esta ED también admite las soluciones $\boldsymbol{y = x}$ e $\boldsymbol{y = -x}$, que son dos rectas, envolventes de la familia anterior, las que no pudieron ser obtenidas de la solución general $\boldsymbol{y^2 = 2c\,x - c^2}$, por lo que se las denomina **soluciones singulares** (las que no se tratarán en este libro).