Teorema 8: ***Solución general de EDO lineal no homogénea de orden n.***

H) $a_0; a_1; \cdots; a_n$ y $f(x)$ funciones continuas en I

y_p e y^* son soluciones de:

$$a_0\, y(x) + a_1\, y'(x) + \cdots + a_n y^{(n)}(x) = f(x) \qquad (1)$$

$y_c = c_1 y_1 + c_2 y_2 + \cdots + c_n y_n$ es solución general de:

$$a_0 y(x) + a_1 y'(x) + \cdots + a_n y^{(n)}(x) = 0 \qquad (2)$$

T) $y^* = y_p + y_c$ es solución de $a_0\, y(x) + a_1 y'(x) + \cdots + a_n y^{(n)}(x) = f(x)$

Demostración:

Por hipótesis:

$$\begin{cases} a_0\, y^* + a_1\, y^{*\prime}(x) + \cdots + a_n y^{*(n)} = f(x) \\ a_0\, y_p + a_1 y_p'(x) + \cdots + a_n y_p^{(n)} = f(x) \end{cases}$$

Restando m.a.m y sacando factor común:

$$a_0\left(y^* - y_p \right) + a_1\left(y^{*\prime} - y_p' \right) + \cdots + a_n\left(y^{*(n)} - y_p^{(n)} \right) = 0$$

Haciendo uso de la propiedad de la derivada: $\left(y^{*(n)} - y_p^{(n)} \right) = \left(y^* - y_p \right)^{(n)}$, se tiene que la función $y = y^* - y_p$ verifica la (2). Luego, es por hipótesis y_c .

Así:

$$y^* - y_p = y_c$$

Y despejando:

$$y^* = y_p + y_c$$