Teorema 2: ***Principio de la superposición.***

H) $\boldsymbol{y_1}$ es solución de $\boldsymbol{a_0(x)y(x) + a_1(x)y'(x) + \cdots + a_n(x)y^{(n)}(x) = f_1(x)}$

$\boldsymbol{y_2}$ es solución de $\boldsymbol{a_0(x)y(x) + a_1(x)y'(x) + \cdots + a_n(x)y^{(n)}(x) = f_2(x)}$

T) $\boldsymbol{y = y_1 + y_2}$ es solución de

$\boldsymbol{a_0(x)y(x) + a_1(x)y'(x) + \cdots + a_n(x)y^{(n)}(x) = f_1(x) + f_2(x)}$

Demostración:

Por hipótesis:

$$\boldsymbol{a_0(x)y_1 + a_1(x){y_1}' + \cdots + a_n(x){y_1}^{(n)} = f_1(x)}$$

$$\boldsymbol{a_0(x)y_2 + a_1(x){y_2}' + \cdots + a_n(x){y_2}^{(n)} = f_2(x)}$$

Sumando m. a m. y sacando factor común se tiene:

$$\boldsymbol{a_0(x)(y_1 + y_2) + a_1(x)({y_1}' + {y_2}') + \cdots + a_n(x)({y_1}^{(n)} + {y_2}^{(n)}) = f_1(x) + f_2(x)}$$

Usando la propiedad lineal de la derivada: $\boldsymbol{{y_1}^{(n)} + {y_2}^{(n)} = (y_1 + y_2)^{(n)}}$

$$\boldsymbol{a_0(x)(y_1 + y_2) + a_1(x)(y_1 + y_2)' + \cdots + a_n(x)(y_1 + y_2)^{(n)} = f_1(x) + f_2(x)}$$

$$\boldsymbol{a_0(x)y + a_1(x)y' + \cdots + a_n(x)y^{(n)} = f_1(x) + f_2(x)}$$

Lo cual prueba la tesis.