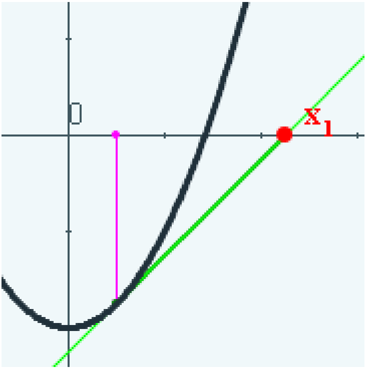
El método de Newton o de las tangentes

Considérese una ecuación no lineal de la forma $f(x) = 0$, donde f es continua y derivable en un intervalo $[a, b]$ con derivada no nula.

Definimos un método iterativo en el que partiendo de un valor inicial x_0 construimos una sucesión (x_n), donde x_n es el punto de intersección de la recta tangente a $f(x)$ en $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ con el eje de absicas. Es decir,



$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

También se puede obtener como un método iterado de punto fijo. Puede consultarse la unidad de este proyecto relativa a este tipo de métodos. El método de Newton es siempre convergente a una raíz siempre que el valor inicial sea lo suficientemente próximo a esa raíz, pero la convergencia es dependiente de ese valor inicial.

Por ejemplo, compruebe que para $f(x) = x^2 - 2$ si consideramos $x_0 = 0.5$ convergerá a $\sqrt{2}$ y si consideramos $x_0 = -0.5$ convergerá a $-\sqrt{2}$.

Al conjunto de valores que generan sucesiones convergentes a una determinada raíz se le denomina cuenca de atracción de esa raíz. Esas cuencas de atracción, en el campo de los números complejos, son las que se han reflejado en la “Motivación” de esta unidad didáctica.

La dificultad de este método radica en la necesidad de calcular los valores de la derivada primera de la función. Para evitar ello hay variantes del método de Newton que obvian ese cálculo, por ejemplo, el método de la Secante y el de “Regula Falsi” o de la falsa posición que combina el de bisección y el de la secante.