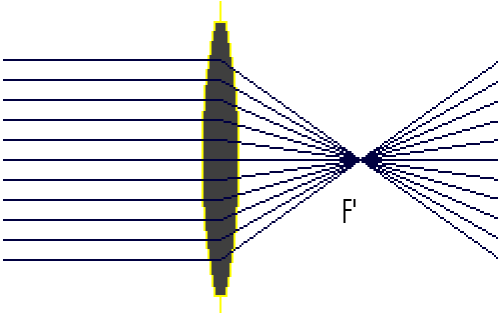
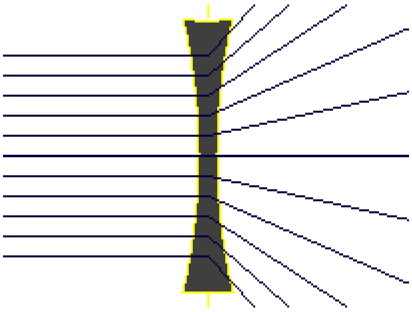
LEYES FUNDAMENTALES DE LAS LENTES DELGADAS

Una lente delgada consiste en un medio cristalino de poco espesor, siendo curva alguna de las superficies de separación del ambiente. En lo que sigue trataremos de lentes con un eje perpendicular de simetría llamado eje óptico. Un rayo que se propague por el eje óptico no sufre desviación en su dirección.



Las lentes llamadas convergentes desvían cualquier rayo que incide paralelo al eje objeto a través del punto F' llamado foco imagen.

Recíprocamente, todo rayo incidente que pasa por el punto F, llamado foco objeto se refracta paralelo al eje óptico. La disposición de los focos objeto e imagen es simétrica, a menos que el medio a los dos lados de la lente sea diferente.



Las lentes llamadas divergentes desvían cualquier rayo que incide paralelo al eje objeto de forma que la prolongación del rayo refractado pasa a través del foco imagen, que esta vez está situado a la izquierda. Habría un punto simétrico a la derecha de la lente. Cualquier rayo que apuntara hacia él, emergería de la lente paralelo al eje.

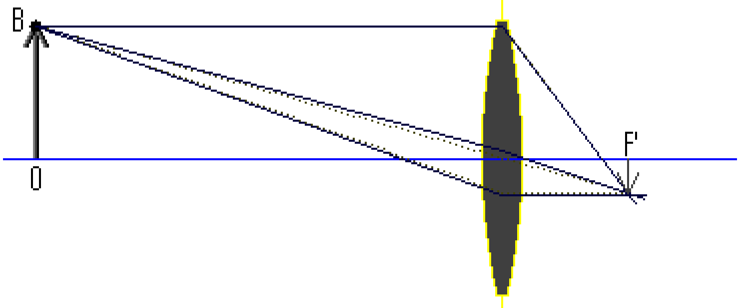
Obsérvese que, por convenio, siempre suponemos que el rayo incidente viene del lado izquierdo de la figura.

Se llama potencia de una lente al inverso de la distancia focal imagen medida en metros:

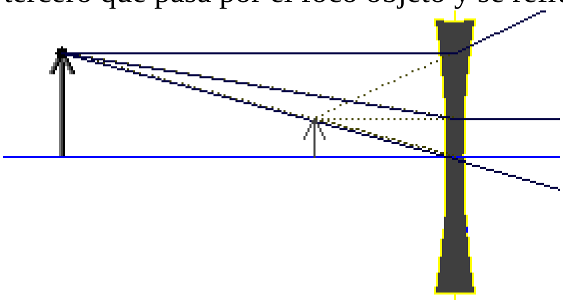
Su unidad se denomina **dioptría**.

FORMACIÓN DE IMÁGENES EN LENTES:

En la figura mostramos el ejemplo de formación de una figura en una lente convergente.



El objeto OB se encuentra sobre el eje óptico, de forma que la imagen tendrá su pie en el mismo eje óptico. La imagen del extremo estará en el punto donde se corten tres rayos de luz que pasen por ese extremo: uno que pasa por el centro óptico sin refractarse, otro paralelo al eje óptico que se refracta pasando por el foco imagen y un tercero que pasa por el foco objeto y se refracta paralelo al eje.



En el caso de la lente divergente la imagen del objeto tendrá su extremo donde se

corte el rayo que pasa por el centro óptico y la prolongación del rayo paralelo al eje refractado.
Cuando la imagen se forma con la intersección de rayos se dice que es una imagen real; si se forma con intersección de la prolongación de algún rayo se llama imagen virtual.
Sólo se pueden proyectar sobre pantallas imágenes reales.
La imagen también puede ser derecha o invertida, según que respete o no la orientación del objeto que la produce.

El estudio analítico de las imágenes de las lentes se realiza a partir de las siguientes **ecuaciones fundamentales:**

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{x'} - \frac{1}{x} \qquad \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

Donde f' es la distancia focal imagen, x es la distancia de la imagen hasta el centro óptico, xes la distancia del objeto, y' es el tamaño de la imagen e y es el tamaño del objeto.

En estas expresiones siempre se respetan los siguientes convenios:

- Los rayos de luz se consideran provenientes de la izquierda.
- Las distancias del centro óptico hacia la derecha son siempre positivas, mientras que del centro óptico hacia la izquierda son negativas. Por eso las lentes divergentes tienen una potencia negativa y las convergentes positiva.
- En el eje vertical una medida positiva significa por encima del eje óptico, y negativa significa por debajo. Una imagen de tamaño negativo de un objeto situado sobre el eje es una imagen invertida.

También es importante conocer la ley del fabricante de lentes:

$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)$ donde n es el índice de refracción del cristal de la lente, R1 es el radio de curvatura de la cara de la izquierda y R2 el de la derecha (recuérdese el convenio de signos)

ALGUNOS PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Un objeto de 5 cm de alto, está a 16 cm de una lente convergente con longitud focal de 12 cm. Determínese la posición y la altura de su imagen: a) Gráficamente. b) Mediante cálculo.
Solución

c) Construcción geométrica de la imagen.

Respuesta:

b Se transforman todos los datos al S.I. y ponemos el signo adecuado:

* x = - 16 cm = - 0,16 m
* f' = 12 cm = 0,12 m

Utilizando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{x'}-\frac{1}{x}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{x'}=\frac{1}{f'}+\frac{1}{x}=\frac{1}{0,12}+\frac{1}{-0,16}=8,33-6,25=2,08$$

$$x'=0,48\,m$$

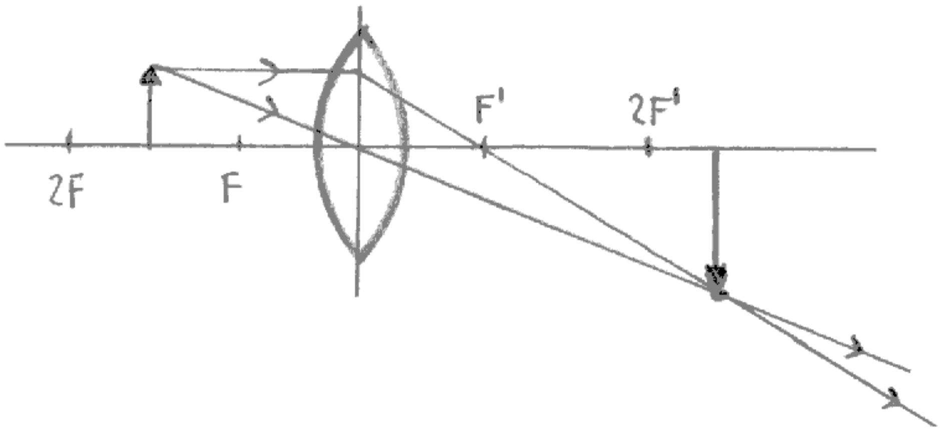
Para calcular el tamaño de la imagen utilizamos la ecuación del aumento lateral:

* y = 5 cm = 0,05 m

$$|A|=\frac{|y'|}{|y|}=\frac{|x'|}{|x|}\Rightarrow|y'|=\frac{0,48\bullet 0,05}{0,16}=0,15\,m$$

a)Para la construcción geométrica de la imagen se siguen los siguientes pasos:

* Se dibuja una flecha que representa el objeto entre f y 2f.
* Del extremo superior del objeto se trazan dos rayos:
  a) Un rayo pasa sin desviarse por el centro óptico.
  b) Otro rayo se traza paralelo al eje óptico y, después de la lente, atraviesa el foco F'.
* La línea que une el punto de corte de ambos rayos y el eje del sistema es la imagen:



2.- Se coloca un objeto de 10 cm de altura a 30 cm de una lente cóncava de distancia focal 20 cm. Determina:

a) Posición de la imagen.
b) Tamaño y tipo de imagen.

Solución

a) Se transforman los datos a unidades del Sistema Internacional:
- f' = - 20 cm = - 0,20 m (negativo por ser lente divergente)
- x = - 30 cm = - 0,30 m

Se sustituyen en la ecuación de la lentes delgadas:

$$\frac{1}{x'}-\frac{1}{x}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{x'}=\frac{1}{f'}+\frac{1}{x}=\frac{1}{-0,20}+\frac{1}{-0,30}=-8,33\Rightarrow x'=-0,12\ m$$

b) Se transforma el tamaño del objeto al S.I. y se sustituyen los valores conocidos en la ecuación del aumento lateral:

y = + 10 cm = + 0,10 m (signo positivo al estar derecho el objeto)

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \Rightarrow \frac{y'}{0{,}10} = \frac{-0{,}12}{-0{,}30} \Rightarrow y' = 0{,}04\,m$$

Para determinar el tipo de imagen nos fijamos en los signos de x' e y':

* Al ser x' < 0 la imagen se forma del lado del objeto, es una imagen virtual.
* Al ser y' > 0 la imagen estará derecha.

3.- Determinar el tipo de lente y su potencia si la persona que las debe llevar:
a) Padece de una miopía que no le permite enfocar más allá de 40 cm de su ojo.
b) Padece de una hipermetropía que no le permite ver con claridad a menos de 50 cm de su ojo.
Solución

a) En un ojo miope el objeto que se encuentra en el infinito no se podrá ver a menos que una lente lo lleve al punto remoto. En este problema el punto remoto esta a 40 cm, allí es donde la lente debe poner la imagen del infinito:

x' = -40 cm = - 0,40 m

Es negativo puesto que debe estar en el lado del objeto (imagen virtual de la lente correctora):

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{-0{,}40} - \frac{1}{-\infty} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0{,}40} \Rightarrow f' = -0{,}40\,m$$

$$Potencia = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0{,}40} = -2{,}5\,dioptrias$$

La distancia focal imagen negativa nos está indicando que se trata de una lente divergente o negativa.

b) En un ojo hipermétrope el objeto que se encuentra cercano no se podrá ver a menos que una lente lo lleve al punto próximo. En este problema el punto próximo está a 50 cm, allí es donde la lente debe poner la imagen del punto próximo de un ojo normal:

x' = -50 cm = - 0,50 m
x = - 25 cm = - 0,25 m

Es negativo puesto que debe estar en el lado del objeto (imagen virtual de la lente correctora):

$$\frac{1}{x'}-\frac{1}{x}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{-0{,}50}-\frac{1}{-0{,}25}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{f'}=-\frac{1}{0{,}50}+\frac{1}{0{,}25}=-2+4=2 \Rightarrow f'=+0{,}50\,m$$

$$Potencia=\frac{1}{f'}=\frac{1}{+0{,}50}=+2\,dioptrias$$

La distancia focal imagen positiva nos está indicando que se trata de una lente convergente o positiva.

4.- Un proyector de diapositivas utiliza una lente convergente que le permite obtener una imagen sobre una pantalla situada a cinco metros de la diapositiva. Si el objeto aumenta veinte veces su longitud vertical,

a) ¿Cuál debe ser la posición del objeto respecto a la lente?
b) ¿Cuál es la distancia focal de la lente?
c) ¿Cuánto vale la potencia de la lente utilizada?

Solución

a) Al obtener la imagen sobre una pantalla, la imagen será positiva (derecha de la lente). El aumento lateral debe ser negativo:

* x < 0 (objeto a la izquierda) y x' >0 ==> A < 0
* En las lentes convergentes la amplificación es, en valor absoluto, mayor que uno, sólo cunado la imagen real es invertida. En este caso, y > 0 (objeto derecho) e y' < 0 (imagen invertida) ===> A < 0

Por tanto,
x' = 5 m
A = - 20

Para calcular la distancia objeto-lente aplicamos la ecuación del aumento lateral:

$$A=\frac{x'}{x} \Rightarrow -20=\frac{5}{x} \Rightarrow x=\frac{5}{-20}=-0{,}25\ m$$

luego la distancia será de 0,25 m y se encontrará a la izquierda de la lente.

b) Para calcular la distancia focal utilizamos la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{x'}-\frac{1}{x}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{5}-\frac{1}{-0{,}25}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{f'}=0{,}20+4=4{,}20 \Rightarrow f'=0{,}24\ m$$

c) La potencia en dioptrías será:

P = 1 / f' = 1 / 0,24 = 4,20 m