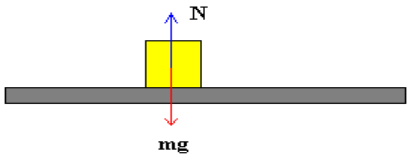



# FUERZA DE ROZAMIENTO POR DESLIZAMIENTO

Un hombre tira de una caja de 20 Kg por medio de una cuerda de masa despreciable que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento por deslizamiento entre la caja y el plano es μ = 0´2, se pide: a) ¿qué valor ha de tener la fuerza para que la caja se deslice por el plano horizontal con velocidad constante? , b) ¿para qué ángulo esta fuerza será mínima?.
Tómese g = 9´8 N/Kg

El coeficiente de rozamiento por deslizamiento μ es independiente de la velocidad, siempre que ésta no sea muy grande. Para velocidades muy grandes, cambia el régimen de movimiento y la interacción entre la caja y el plano varía, cambiando dicho coeficiente. Consideraremos siempre una velocidad no muy grande para la cuál sea válido dicho coeficiente.

En principio, el valor de la fuerza necesaria para que la caja se deslice con velocidad constante por el plano, podemos pensar que va a depender del peso de la caja P, del ángulo que forme la cuerda con el plano horizontal, del coeficiente de rozamiento y, en principio de la velocidad constante de dicha caja.

Recordemos que, la fuerza de rozamiento por deslizamiento $F_r$ es proporcional a la fuerza normal con la que se comprimen entre sí las dos superficies y, el coeficiente de proporcionalidad es el coeficiente de rozamiento.

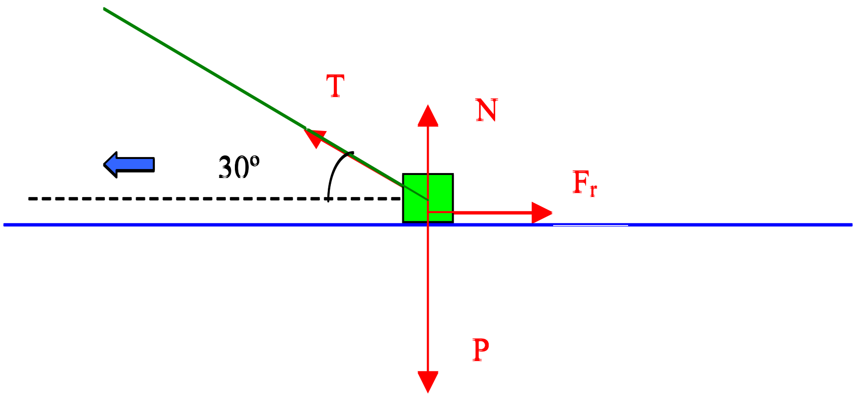
$$F_r = \mu N$$

En nuestro caso de deslizamiento por un plano horizontal con velocidad constante, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre la caja debe ser cero.

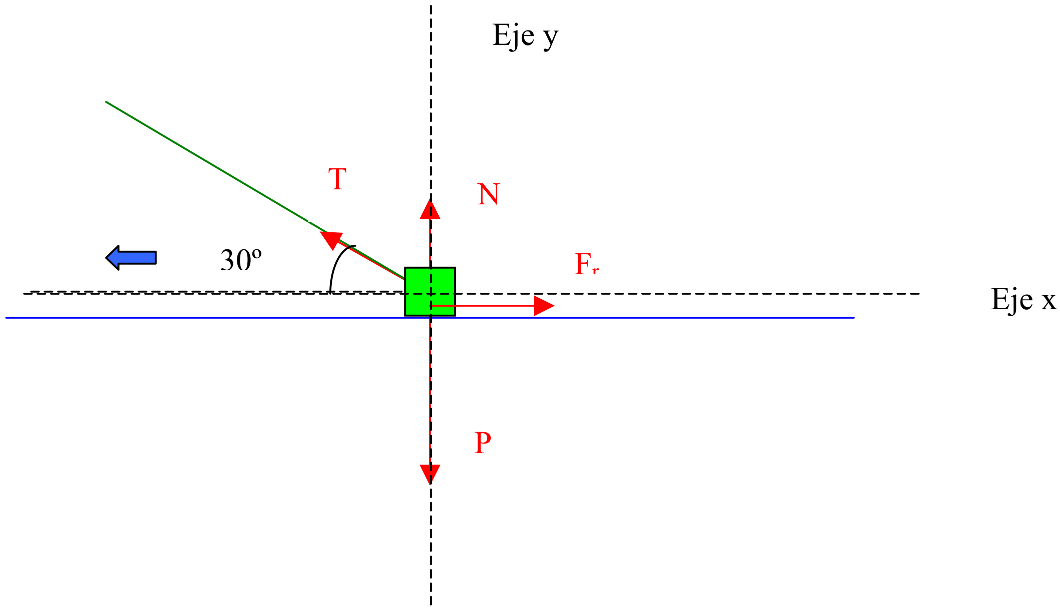
v= constante $\qquad \sum \vec{F} = 0$

Las fuerzas que actuarán sobre la caja será el peso P, la normal N, la fuerza de rozamiento $F_r$ y la tensión de la cuerda con la que el hombre tira de la cuerda T. Según esto se debe cumplir:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_r + \vec{T} = 0$$




Para sumar estas fuerzas establecemos un sistema de coordenadas xy y, la suma de las fuerzas a lo largo del eje x debe ser igual a cero así como la suma de las fuerzas a lo largo del eje y.




$$\sum \vec{F}_x = 0 \qquad F_r - T_x = 0 \qquad \mu.N - T.\cos\alpha = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \qquad N + T_y - P = 0 \qquad N + T.sen\alpha - mg = 0$$

De la suma de fuerzas a lo largo del eje de las y, podemos despejar el valor de N

$$N = mg - T.sen\alpha$$

Substituyendo en la suma de fuerzas a lo largo del eje de las x:

$$\mu(mg - T.sen\alpha) - T.\cos\alpha = 0$$

Despejando la tensión de la cuerda necesaria tendremos:

$$T = \frac{\mu.mg}{\mu.sen\alpha + \cos\alpha}$$

Como vemos, la tensión de la cuerda T (fuerza con la que debemos arrastrar la caja con velocidad constante), depende del peso de la caja P = mg, del coeficiente de rozamiento μ y del ángulo con el que tiremos con la cuerda α. Como vemos es independiente de la velocidad constante de la caja (siempre que dicha velocidad no sea muy grande lo que nos haría variar μ).

En nuestro caso concreto:

$$T = \frac{0'2.20.9'8}{0'2.sen30^{o} + \cos 30^{o}} = 40'6N$$

Si el ángulo con el que tiramos con la cuerda es α = 0 (paralelamente al plano) la tensión de la cuerda será:

$$T = \mu.mg = 0'2.20.9'8 = 39'2N$$

y si el ángulo con el que tiramos con la cuerda es α = 90º (es decir perpendicularmente al plano):

$$T = mg = P = 20.9'8 = 196N$$

b) El ángulo para el cual la fuerza con la que debemos tirar con la cuerda para arrastrar la caja por el plano con velocidad constante, **sea mínima**, calcularemos el valor de la primera derivada fe T= f (α) y la igualaremos a cero (condición de mínimo).

$$\frac{dT}{d\alpha} = \frac{(\mu.\cos\alpha - sen\alpha).\mu.mg}{(\mu.sen\alpha + \cos\alpha)^2} = 0$$

con lo que, el ángulo para el cual T será mínima será

$\mu.\cos\alpha - sen\alpha = 0$ lo que es lo mismo $tg\alpha = \mu$

En nuestro caso concreto, como el coeficiente de rozamiento μ = 0´2 , el ángulo para el cual, tirando con la cuerda la tensión o fuerza que debemos ejercer es mínima corresponderá a un ángulo de 11´3º.

$tg\alpha = 0'2$ luego si $\alpha = 11'3^o$ $T_{min} = 38'4$ N

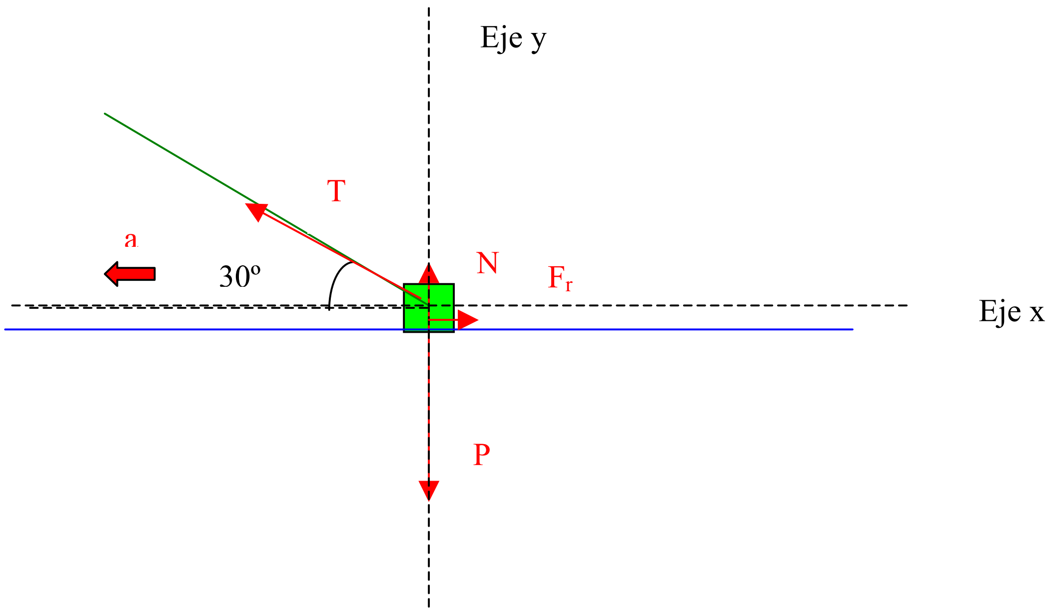
**En el applet, podemos comprobar los resultados, variando los valores del ángulo, del peso y del coeficiente de rozamiento.**

Como hemos visto, la fuerza que debemos hacer con la cuerda, T, **es independiente de la velocidad constante con la que arrastremos el bloque,** (es decir la T será la misma para arrastrar el bloque con una velocidad de 0¨5 m/s ó a 2 m/s...)

Sin embargo, si pretendemos considerar el hecho de "arrancar", y pasar de v=0 a la velocidad constante con la que deseemos arrastrar el bloque, la **T** sí que dependerá de la **aceleración** con la que alcanzamos esa velocidad, ya que, en este "arranque" con aceleración, la situación sería:

$$\sum F_x = m.a \qquad F_r - T_x = -m.a \qquad \mu.N - T\cos\alpha + m.a = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad N + T_y - P = 0 \qquad N + Tsen\alpha - m.g = 0$$




Despejando N $N = m.g - Tsen\alpha$ substituyendo en la primera ecuación

$$\mu(m.g - Tsen\alpha) - T\cos\alpha + m.a = 0$$

de donde, despejando T

$$T = \frac{\mu.m.g + m.a}{\mu.sen\alpha + \cos\alpha}$$

Luego, a mayor aceleración en el "arranque" mayor tensión. Luego, al adquirir la velocidad adecuada y mantenerla constante, la tensión será:

$$T = \frac{\mu.m.g}{\mu.sen\alpha + \cos\alpha}$$

que es la situación planteada en el problema.