

## Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Comprender el concepto de “medida del volumen” y conocer y manejar las unidades de medida del S.M.D.
- Obtener y aplicar expresiones para el cálculo de volúmenes de cuerpos geométricos comunes. Observar las posibles similitudes entre algunas de dichas expresiones.
- Discriminar y comparar correctamente los conceptos de volumen y capacidad.
- Conocer el teorema de Cavalieri y aplicarlo a la obtención de expresiones para el cálculo de volúmenes de determinados cuerpos oblicuos.

Antes de empezar

1. Volumen y capacidad ..... pág. 4  
Unidades de volumen  
Capacidad y volumen
2. Volumen de prismas y pirámides ... pág. 6  
Cubo  
Ortoedro  
Resto de prismas  
Relación entre prismas y pirámides
3. Cuerpos de revolución ..... pág. 10  
Volumen de un cilindro  
Volumen de un cono  
Volumen de una esfera
4. Otros cuerpos ..... pág. 12  
Tronco de cono  
Tronco de pirámide  
Paralelepípedo

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación



# Volumen de los cuerpos geométricos.

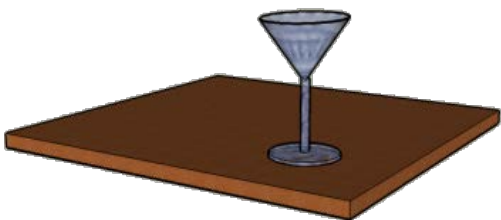
## Antes de empezar

En esta quincena vas a aprender a calcular con soltura los volúmenes de los cuerpos geométricos elementales y también los volúmenes de otros cuerpos más complejos, por descomposición en cuerpos sencillos. De esta forma, podrás resolver muchos problemas reales, entre otros:



¿Cuántos peces se pueden meter en un acuario?

¿Cuánto pesa cada bloque de hormigón?



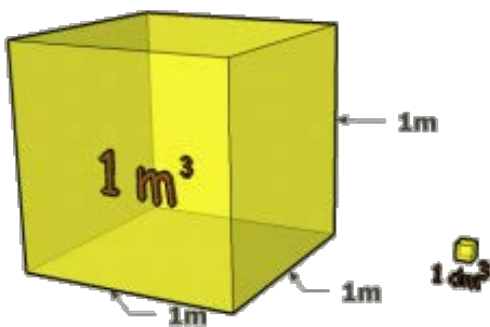
¿Qué capacidad tiene la copa?

# Volumen de los cuerpos geométricos.

## 1. Volumen y capacidad

### Unidades de volumen

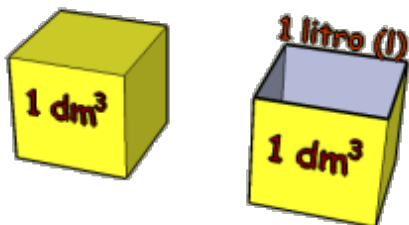
El **volumen de un cuerpo** es la cantidad de espacio que ocupa. La unidad principal es el **metro cúbico ( $m^3$ )**.



Una unidad de volumen es 1000 veces mayor que la del orden inmediato inferior y 1000 veces más pequeña que la del orden inmediato superior.

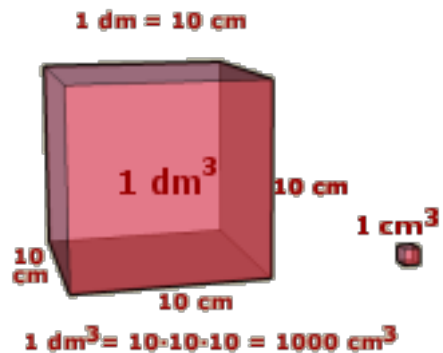
### Capacidad y volumen

El **volumen** es la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo y **capacidad** es lo que cabe dentro de un recipiente.

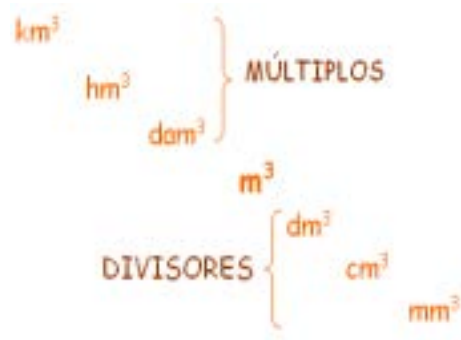


Un **litro (l)** es la capacidad de una caja cúbica de 1 dm de lado.

En general se llama capacidad de un recipiente a su volumen.



**Relación entre las unidades.** Cada unidad de volumen es 1000 veces mayor que la del orden inferior siguiente y 1000 veces menor que la del orden superior anterior.



Para pasar de una unidad a otra basta con observar cuántos niveles se suben o se bajan. Multiplicaremos por mil tantas veces como niveles se bajen y dividiremos entre mil tantas veces como niveles se suban. Por ejemplo: para pasar de  $hm^3$  a  $m^3$  hay que bajar dos niveles, lo que equivale a multiplicar por 1000 dos veces, que es igual que multiplicar por 1.000.000.

$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^3 &= 1000 \text{ l} \\ 1 \text{ dm}^3 &= 1 \text{ l} \\ 1000 \text{ cm}^3 &= 1 \text{ l} \\ 1 \text{ cm}^3 &= 1 \text{ ml} \end{aligned}$$

En general se llama capacidad de un recipiente a su volumen. Tanto las unidades de volumen, como los múltiplos y divisores del litro, se usan para medir volúmenes y capacidades.

## EJERCICIOS resueltos

1. Expresa en  $\text{mm}^3$   $4,3 \text{ m}^3$ .



Para pasar de  $\text{m}^3$  a  $\text{mm}^3$  hay que bajar 3 niveles. Por tanto, hay que multiplicar por 1000 tres veces, lo que equivale a multiplicar por 1.000.000.000:

$$4,3 \text{ m}^3 = 4,3 \cdot 1.000.000.000 \text{ mm}^3 = \mathbf{4.300.000.000 \text{ mm}^3}$$

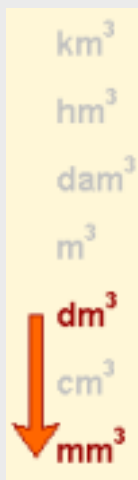
2. Expresa en  $\text{dam}^3$   $2,4 \text{ m}^3$ .

Para pasar de  $\text{m}^3$  a  $\text{dam}^3$  hay que subir 1 nivel. Por tanto, hay que dividir entre 1000:

$$2,4 \text{ m}^3 = 2,4 : 1000 \text{ dam}^3 = \mathbf{0,0024 \text{ dam}^3}$$



3. ¿Cuántos  $\text{mm}^3$  son  $4,9 \text{ dm}^3$ ?



Para pasar de  $\text{dm}^3$  a  $\text{mm}^3$  hay que bajar 2 niveles. Por tanto, hay que multiplicar por 1000 dos veces, lo que equivale a multiplicar por 1.000.000:

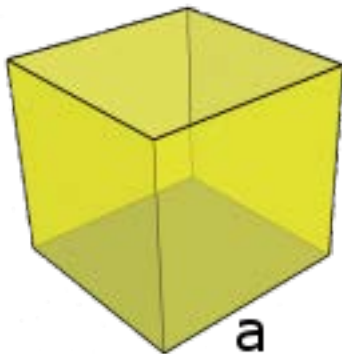
$$4,9 \text{ dm}^3 = 4,9 \cdot 1.000.000 \text{ mm}^3 = \mathbf{4.900.000 \text{ mm}^3}$$

# Volumen de los cuerpos geométricos.

## 2. Volúmenes de prismas y pirámides

### Cubo

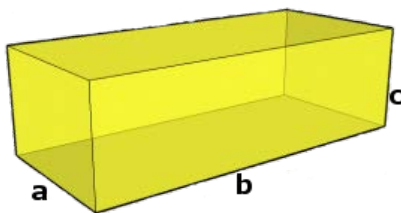
Un **cubo** es un prisma particular formado por seis caras cuadradas. Su volumen es el cubo de la longitud de la arista.



**Volumen (V) =  $a \cdot a \cdot a = a^3$**

### Ortoedro

Un **ortoedro** es un prisma cuyas caras son todas rectangulares.

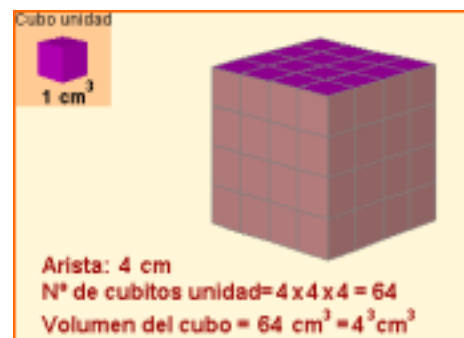


**Volumen (V) =  $a \cdot b \cdot c$**

### Deducción de las fórmulas



Un cubo de 3 cm de arista estaría formado por  $3^3 = 27$  cubos unidad, de un cm<sup>3</sup> cada uno.



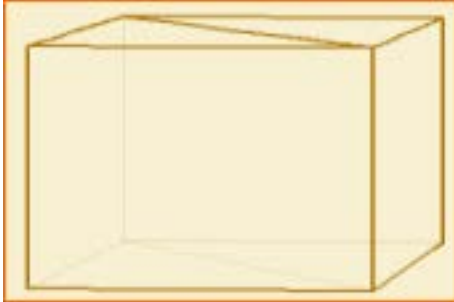
Un cubo de 4 cm de arista estaría formado por  $4^3 = 64$  cubos unidad, de un cm<sup>3</sup> cada uno. En general, el volumen de un cubo es la longitud de la arista al cubo.



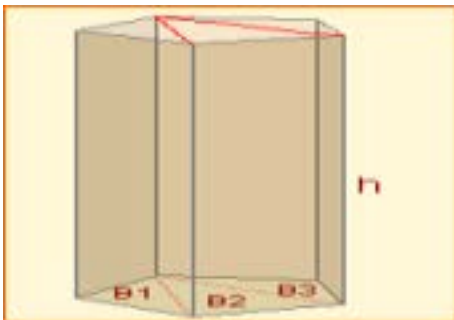
El volumen de un ortoedro es el producto de las longitudes de las aristas.

# Volumen de los cuerpos geométricos.

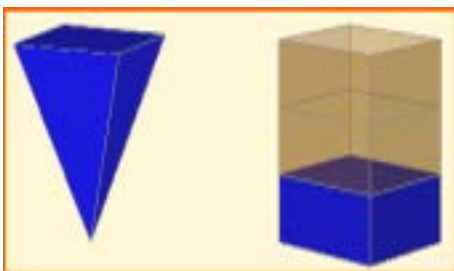
## Deducción de las fórmulas.



Con dos prismas triangulares se puede formar un paralelepípedo recto, y de éste se puede obtener un ortoedro. Es fácil deducir que el volumen del prisma triangular es el área de su base por su altura.



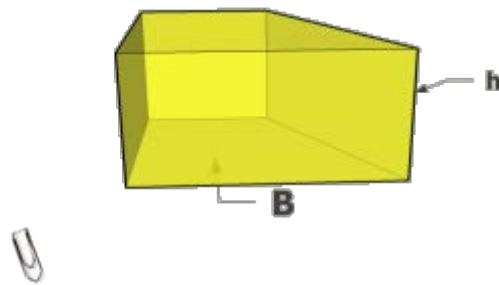
Los restantes prismas rectos se pueden descomponer en prismas triangulares. De esta forma se deduce sin dificultad que el volumen de un prisma recto es el área de su base por su altura.



El volumen de una pirámide es la tercera parte del volumen de un prisma con la misma altura y misma base. Por tanto, el volumen de una pirámide es un tercio del área de su base por su altura.

## Resto de prismas rectos

Un **prisma recto** es un poliedro que tiene dos caras iguales y paralelas, llamadas bases y cuyas caras laterales son rectangulares.

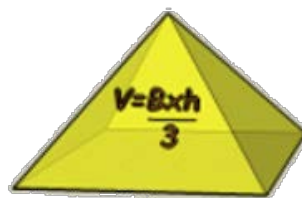


$$\text{Volumen (V)} = B \cdot h$$

**B**=área de la base      **h**=altura

## Relación entre prismas y pirámides

El **volumen de una pirámide** es la tercera parte del volumen de un prisma con la misma base que dicha pirámide y la misma altura que ésta.



$$\text{Volumen (V)} = (B \cdot h) / 3$$

**B**=área de la base      **h**=altura

# Volumen de los cuerpos geométricos.

## EJERCICIOS resueltos

4. Calcula, por tanteo, la longitud de la arista de un cubo de  $343 \text{ m}^3$  de volumen.



La arista medirá 7 m, ya que:

$$7 \cdot 7 \cdot 7 = 343 \text{ m}^3$$

5. Halla el peso de un bloque cúbico de hormigón de 1,9 m de lado.

(Un metro cúbico de hormigón pesa 2350 kg)

El volumen del bloque es:

$$V = (1,9)^3 = 6,859 \text{ m}^3$$

Su peso será:

$$m = 2350 \cdot 6,859 = 16.118,7 \text{ Kg.}$$



6. ¿Cuántos peces, pequeños o medianos, se pueden introducir en un acuario cuyas medidas interiores son  $88 \times 65 \times 70 \text{ cm}$ ? (Se recomienda introducir, a lo sumo, un pez mediano o pequeño cada cuatro litros de agua)



La capacidad del acuario es:

$$V = 85 \cdot 65 \cdot 70 = 386.750 \text{ cm}^3 = 386,8 \text{ litros}$$

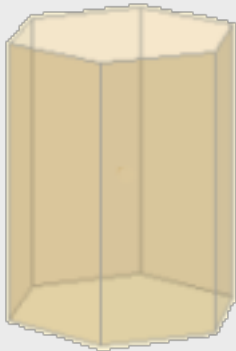
Se pueden introducir:

$$\frac{386,8}{4} \approx 96 \text{ peces}$$



## EJERCICIOS resueltos

7. La base de este prisma es un polígono regular de lado 1,7 cm y apotema 1,5 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 3,9 cm.



El área de la base es:

$$B = \frac{6 \cdot 1,7 \cdot 1,5}{2} = 7,65 \text{ cm}^2$$

El volumen es:

$$V = 7,65 \cdot 3,9 = 29,83 \text{ cm}^3$$

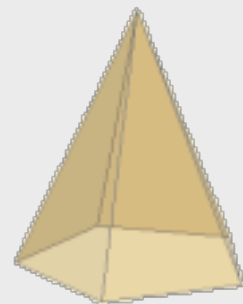
8. La base de esta pirámide es un polígono regular de lado 1,3 cm y apotema 0,9 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 2,7 cm.

El área de la base es:

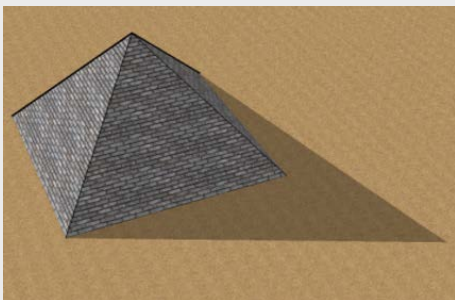
$$B = \frac{5 \cdot 1,3 \cdot 0,9}{2} = 2,93 \text{ cm}^2$$

El volumen es:

$$V = \frac{2,93 \cdot 2,7}{3} = 2,64 \text{ cm}^3$$



9. La Gran Pirámide de Giza es la única que perdura de las *siete maravillas del mundo antiguo*. Actualmente tiene una altura de 137 m y la base es un cuadrado de 230 m de lado. ¿Cuál es su volumen aproximado?



El área de la base es:

$$B = 230 \cdot 230 = 52.900 \text{ m}^2$$

Su volumen aproximado es:

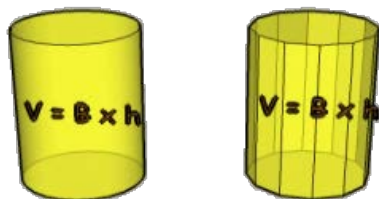
$$V = \frac{52900 \cdot 137}{3} = 2.415.767 \text{ m}^3$$

# Volumen de los cuerpos geométricos.

## 3. Cuerpos de revolución

### Volumen de un cilindro

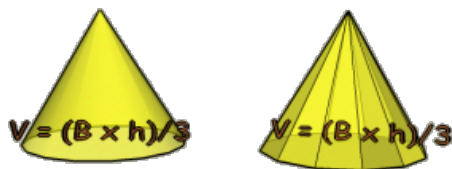
Al crecer el número de caras de un prisma indefinidamente, éste se transforma en un cilindro. Como en el prisma, el **volumen de un cilindro** es el área de su base por su altura.




 **Volumen (V) =  $\pi \cdot r^2 \cdot h$**

### Volumen de un cono

Al crecer el número de caras de una pirámide, ésta se transforma en un cono. Como en la pirámide, el **volumen de un cono** es un tercio del área de su base por su altura.




 **Volumen (V) =  $(\pi \cdot r^2 \cdot h)/3$**

### Volumen de una esfera

El **volumen de una esfera** se puede obtener a partir del volumen de un cilindro y de dos conos.



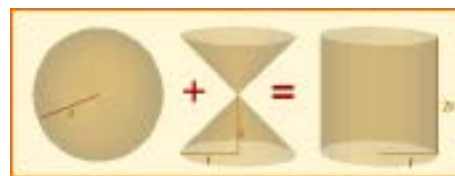
 **Volumen (V) =  $(4/3) \cdot \pi \cdot r^3$**

### Deducción de la fórmula del volumen de una esfera.



**Una propiedad importante.** En la figura, el radio de las bases del cono y del cilindro es el mismo que el radio de la esfera. La altura del cilindro es el diámetro de la esfera y la altura de los conos coincide con el radio de la esfera. En estas condiciones, al seccionar los tres cuerpos por un plano horizontal se tiene que la suma de las áreas de las secciones de la esfera y del cono es igual al área de la sección del cilindro.

De la propiedad anterior se deduce que el volumen de esa esfera más el de los dos conos coincide con el volumen del cilindro:



Y de esta relación se tiene que:

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{cilindro}} - V_{\text{conos}}$$

Se sabe que:

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r = 2 \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V_{\text{conos}} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot r^2 \cdot r}{3} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

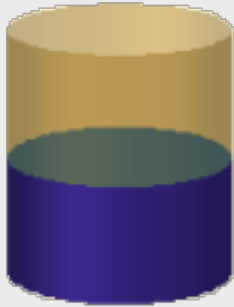
Por tanto, el volumen de la esfera queda:

$$2 \cdot \pi \cdot r^3 - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \left(2 - \frac{2}{3}\right) \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

## EJERCICIOS resueltos

10. Se echan 7 cm<sup>3</sup> de agua en un recipiente cilíndrico de 1,3 cm de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?



$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h, \text{ despejando } h:$$

$$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2} = \frac{7}{3,14159 \cdot 1,3^2} = \mathbf{1,32 \text{ cm}}$$

11. ¿Cuántos cubos cilíndricos, de 47 cm de altura y 16 cm de radio, se tienen que vaciar en una piscina de 10x6x1,5 m para llenarla?

La capacidad de cada cubo es:

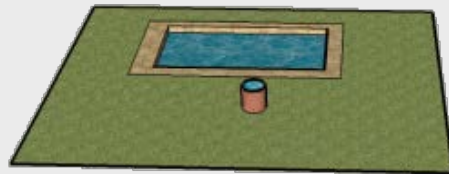
$$V = 3,14159 \cdot 16^2 \cdot 47 = 37.799,61 \text{ cm}^3$$

La capacidad de la piscina es:

$$V = 10 \cdot 6 \cdot 1,5 = 90 \text{ m}^3 = 90.000.000 \text{ cm}^3$$

Serán necesarios:

$$\frac{90.000.000}{37799,61} \approx 2381 \text{ cubos de agua}$$



12. ¿Cuántas copas se pueden llenar con 6 litros de refresco, si el recipiente cónico de cada copa tiene una altura interior de 6,5 cm y un radio interior de 3,6 cm?

La capacidad de cada copa es:

$$V = \frac{3,14159 \cdot 3,6^2 \cdot 6,5}{3} = 88,22 \text{ cm}^3$$

Se pueden llenar:

$$\frac{6000}{88,22} \approx \mathbf{68 \text{ copas}}$$



13. Se introduce una bola de plomo, de 1 cm de radio, en un recipiente cilíndrico de 3,1 cm de altura y 1,5 cm de radio. Calcula el volumen de agua necesario para llenar el recipiente.

El volumen del cilindro es:

$$V = 3,14159 \cdot 1,5^2 \cdot 3,1 = 21,91 \text{ cm}^3$$

El volumen de la bola es:

$$V = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot 3,14159 \cdot 1^3 = 4,19 \text{ cm}^3$$

Para llenar el recipiente, hay que añadir:

$$21,91 - 4,19 = \mathbf{17,72 \text{ cm}^3}$$

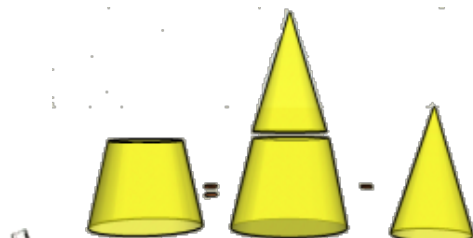


# Volumen de los cuerpos geométricos.

## 4. Otros cuerpos

### Tronco de cono

Para calcular el volumen de un **tronco de cono** es suficiente conocer su altura y los radios de sus bases.



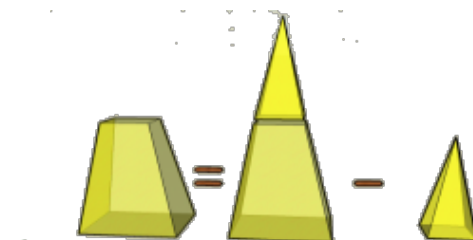
$$V_{\text{tronco de cono}} = V_{\text{cono grande}} - V_{\text{cono pequeño}}$$



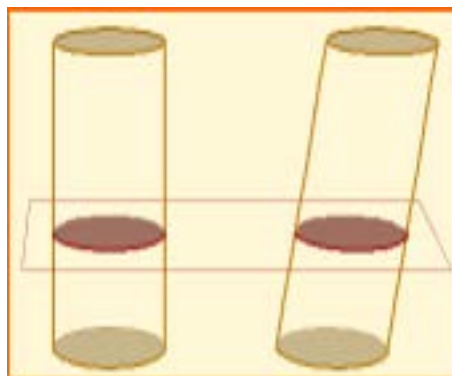
Cada montón tiene 21 monedas de 20 céntimos. Es evidente que los tres montones tienen el mismo volumen. Esta sencilla observación permite calcular los volúmenes de algunos cuerpos geométricos a partir de la deformación de otros.

### Tronco de pirámide

Para calcular el volumen de un **tronco de pirámide** se utiliza el procedimiento que se expresa en la imagen:



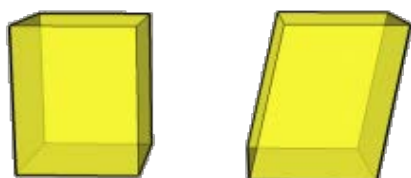
$$V_{\text{tronco de pirámide}} = V_{\text{pirámide grande}} - V_{\text{pirámide pequeña}}$$



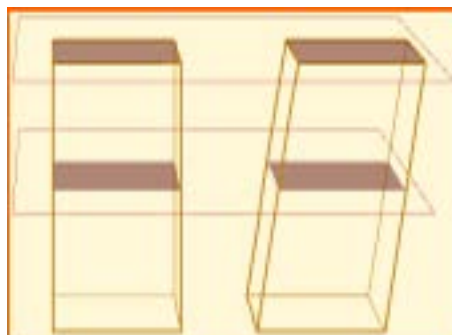
**Teorema de Cavalieri.** Si dos sólidos tienen la misma altura y las secciones planas paralelas a sus bases, a la misma distancia de éstas, tienen áreas iguales, ambos sólidos tienen el mismo volumen.

### Paralelepípedo

El volumen de un **paralelepípedo** coincide con el de un **ortostedro** que tenga la misma altura e igual área de la base.



$$V = B \cdot h$$

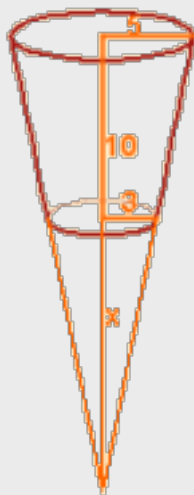
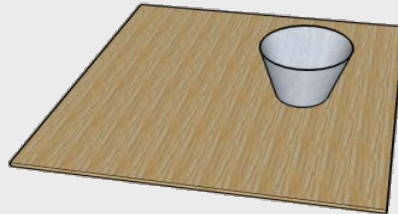


**Volumen de un paralelepípedo.** Si aplicamos el Teorema de Cavalieri, el volumen de un paralelepípedo será igual que el de un ortostedro que tenga la misma altura e igual área de la base. Las secciones planas tienen áreas iguales.

## EJERCICIOS resueltos

14. El recipiente de la imagen tiene 10 cm de altura y los radios de su bases son 3 y 5 cm. ¿Tiene más de un litro de capacidad?

Para resolver este problema se completa el tronco de cono, hasta formar un cono. La capacidad del recipiente será la diferencia entre el volumen del cono grande y el volumen del cono pequeño (el añadido):



$$\frac{x}{3} = \frac{x+10}{5}; \quad 5x = 3(x+10);$$

$$5x = 3x + 30; \quad 2x = 30; \quad x = 15$$

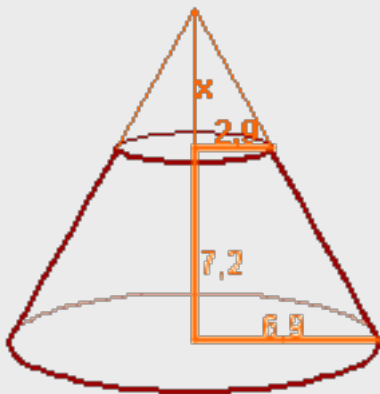
$$V_{\text{tronco de cono}} = V_{\text{cono grande}} - V_{\text{cono pequeño}} =$$

$$= \frac{3,14159 \cdot 5^2 \cdot 25}{3} - \frac{3,14159 \cdot 3^2 \cdot 15}{3} =$$

$$= 654,5 - 141,37 = \mathbf{513,13 \text{ cm}^3}$$

**No alcanza el litro de capacidad**

15. Calcula el volumen de un tronco de cono de 7,2 cm de altura, sabiendo que los radios de sus bases miden 2,9 y 6,9 cm.



$$\frac{x}{2,9} = \frac{x+7,2}{6,9}; \quad 6,9x = 2,9(x+7,2);$$

$$6,9x = 2,9x + 20,88; \quad 4x = 20,88;$$

$$x = 5,22$$

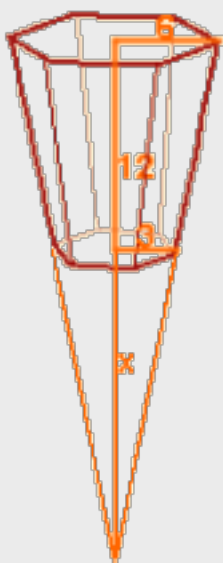
$$V_{\text{tronco de cono}} = V_{\text{cono grande}} - V_{\text{cono pequeño}} =$$

$$= \frac{3,14159 \cdot 6,9^2 \cdot 12,42}{3} - \frac{3,14159 \cdot 2,9^2 \cdot 5,22}{3} =$$

$$= 619,22 - 45,97 = \mathbf{573,25 \text{ cm}^3}$$

## EJERCICIOS resueltos

16. El recipiente de la imagen tiene 12 cm de altura y sus bases son hexágonos regulares de lados 3 y 6 cm y apotemas 2,6 y 5,2 cm. ¿Tiene más de un litro de capacidad?



(En los hexágonos regulares los radios coinciden con los lados)

$$\frac{x}{3} = \frac{x+12}{6}; \quad 6x = 3(x+12);$$

$$6x = 3x + 36; \quad 3x = 36; \quad x = 12$$

$$V_{\text{recipiente}} = V_{\text{pirámide grande}} - V_{\text{pirámide pequeña}} =$$

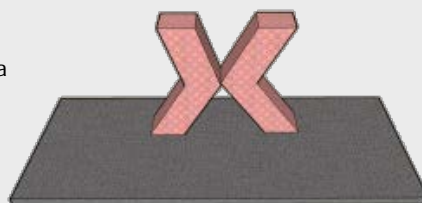
$$= \frac{\left(\frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2}\right) \cdot 24}{3} - \frac{\left(\frac{6 \cdot 3 \cdot 2,6}{2}\right) \cdot 12}{3} =$$

$$= 748,8 - 93,6 = 655,2 \text{ cm}^3$$

**No alcanza el litro de capacidad**

17. Calcula la altura del edificio de la imagen sabiendo que sus bases son cuadrados de 35 m de lado y que su altura es 115 m.

Aplicando el Teorema de Cavalieri, se puede deducir que El volumen del edificio es el de dos ortoedros con la misma base y la misma altura que éste.


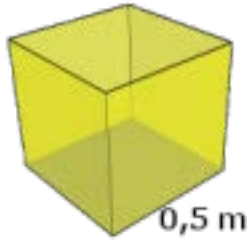


$$V = 2 \cdot 35^2 \cdot 115 = 281.750 \text{ m}^3$$

# Volumen de los cuerpos geométricos.

## Para practicar

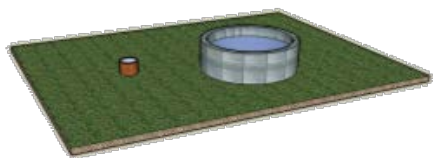


- Expresa los siguientes volúmenes en litros:
  - $3 \text{ dm}^3$
  - $50 \text{ dam}^3$
  - $1200 \text{ cm}^3$
  - $0,0007 \text{ m}^3$
- Expresa las siguientes cantidades en  $\text{cm}^3$ :
  - $0,00001 \text{ dam}^3$
  - $10 \text{ dm}^3$
  - $30000 \text{ mm}^3$
  - $1,5 \text{ m}^3$
- ¿Cuántos vasos de  $250 \text{ cm}^3$  se pueden llenar con  $0,04 \text{ m}^3$  de agua?
- Transforma en  $\text{m}^3$ :
  - $0,006 \text{ hm}^3$
  - $788 \text{ dm}^3$
  - $0,00008 \text{ km}^3$
  - $16000 \text{ mm}^3$
- Un pantano tiene una capacidad de  $450 \text{ hm}^3$ . Si actualmente está a un 76% de su capacidad, ¿cuántos metros cúbicos de agua contiene?  

- Expresa:
  - $34 \text{ hm}^3$  en  $\text{km}^3$
  - $3440 \text{ cm}^3$  en  $\text{m}^3$
  - $2,34 \text{ km}^3$  en  $\text{dam}^3$
  - $0,000008 \text{ dm}^3$  en  $\text{mm}^3$
  - $34567 \text{ cm}^3$  en  $\text{dm}^3$
  - $0,02 \text{ m}^3$  en  $\text{cm}^3$
- Me han encargado 6 litros de refresco de naranja. En la tienda sólo quedan botellas de 250 cl. ¿Cuántas tengo que comprar?
- Da un valor que te parezca razonable para cada una de las siguientes capacidades:
  - Capacidad de un vaso de agua.
  - Capacidad de un pantano grande.
  - Capacidad de una piscina de un chalet.
  - Capacidad del maletero de un coche.
- ¿Qué cantidad es mayor, medio metro cúbico o el volumen de un cubo de medio metro de arista? Razona la respuesta.  

- Calcula el volumen, en litros, de un cubo de 2 m de arista.
- Halla el peso de un bloque cúbico de hormigón de 2,3 m de arista. (Un metro cúbico de hormigón pesa 2350 Kg.)
- Calcula, en litros, el volumen de un tetrabrik cuyas dimensiones son  $12 \times 7 \times 15 \text{ cm}$ .
- Durante una tormenta se registraron unas precipitaciones de 80 litros por metro cuadrado. ¿Qué altura alcanzaría el agua en un recipiente cúbico de 10 cm de arista?
- Una piscina tiene unas dimensiones de  $7 \times 4 \times 2 \text{ m}$ . ¿Cuánto tiempo tardarán en llenarla dos grifos cuyo caudal es de 70 litros por minuto cada uno?
- Calcula, en litros, el volumen de un cono que tiene 12 cm de altura y cuya base tiene un radio de 5 cm.



## Volumen de los cuerpos geométricos.

16. ¿Cuántas veces hay que vaciar un cubo cilíndrico de 40 cm de altura y 20 cm de radio para llenar un depósito cilíndrico de 2,5 m de altura y 3 m de radio?



17. Se vierten  $2,5 \text{ cm}^3$  de agua en un recipiente cónico cuya base tiene 1,7 cm de radio y una altura de 2,8 cm. ¿Qué porcentaje de la capacidad del recipiente llenamos?

18. ¿Cuántos vasos cilíndricos de 19 cm de altura y 2,7 cm de radio se pueden llenar con 3,8 litros de refresco?

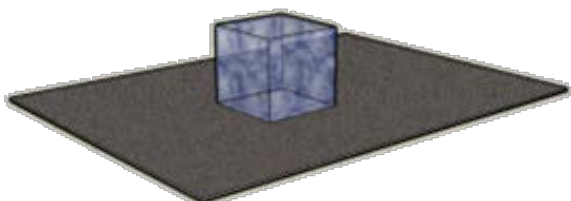


19. Introducimos una bola de plomo, de 0,6 cm de radio, en un recipiente cilíndrico de 3,1 cm de altura y 0,9 cm de radio. Calcula el volumen de agua necesario para llenar el recipiente.

20. ¿Cuántos metros cúbicos de agua se consumen al vaciar 6 veces al día una cisterna de 7,5 litros durante 30 días?

21. ¿Cuántos litros de agua puede contener un depósito con forma de ortoedro, si sus medidas interiores son  $189 \times 60 \times 58 \text{ cm}$ ?

22. ¿Qué cantidad de agua se obtiene al derretir un bloque cúbico de hielo de 31,4 cm de arista? (La densidad del bloque de hielo es  $0,917 \text{ g/cm}^3$ ).



23. ¿Cuántos peces, pequeños o medianos, podemos introducir en un acuario cuyas medidas interiores son  $129 \times 51 \times 47 \text{ cm}$ ? (Se recomienda introducir, a lo sumo, un pez, pequeño o mediano, cada cuatro litros de agua).

24. ¿Cuánto tiempo tardará un grifo en llenar un depósito si vierte 130 litros de agua por minuto? El depósito es un prisma de 3,6 m de altura y base hexagonal, de 2 m de lado y 1,7 m de apotema.

25. Calcula el peso, en toneladas, de una pirámide de hormigón, con una base cuadrada de 6 m de lado y 17 m de altura. Un metro cúbico de hormigón pesa 2,35 toneladas.

26. Calcula el volumen de un tronco de cono de 6,1 cm de altura, sabiendo que los radios de sus bases son 6,1 cm y 3,8 cm.

27. Halla el volumen, en litros, de una esfera de 25 cm de radio.

28. Un paralelepípedo tiene una altura de 12 cm y sus bases son rombos cuyas diagonales miden 7 cm y 4 cm. Calcula su volumen.

29. Se vierten  $150 \text{ cm}^3$  de agua en un vaso cilíndrico de 4 cm de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?

30. Calcula el peso en gramos de un lingote de plata de  $24 \times 4 \times 3 \text{ cm}$ . La densidad de la plata es  $10,5 \text{ g/cm}^3$ .



31. La etiqueta lateral de papel, que rodea completamente una lata cilíndrica de tomate frito, mide  $25 \times 13 \text{ cm}$ . Calcula el volumen de la lata.

32. Calcula el peso de un cable cilíndrico de cobre de 2 mm de diámetro y 1350 m de longitud, sabiendo que la densidad del cobre es  $8,9 \text{ g/cm}^3$ .



Para saber más



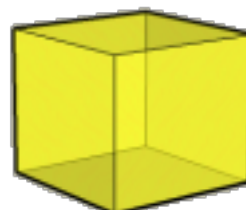
### VOLUMEN DE LOS POLIEDROS REGULARES

**Tetraedro**



$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3$$

**Cubo**



$$V = a^3$$

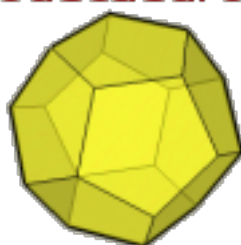
**Octaedro**



$$V = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot a^3$$

$a$  = longitud de las aristas

**Dodecaedro**



$$V = \frac{1}{4} \cdot (15 + 7\sqrt{5}) \cdot a^3$$

**Icosaedro**



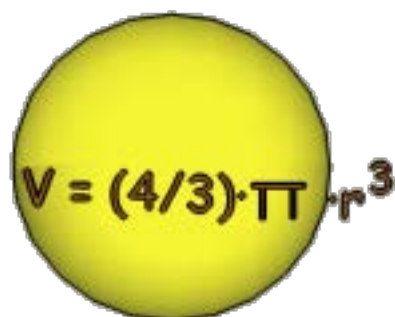
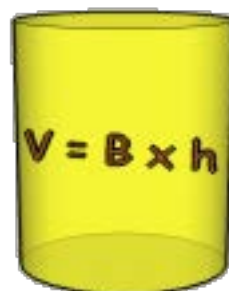
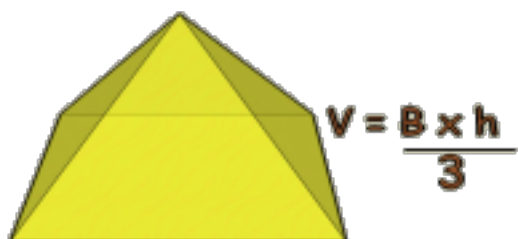
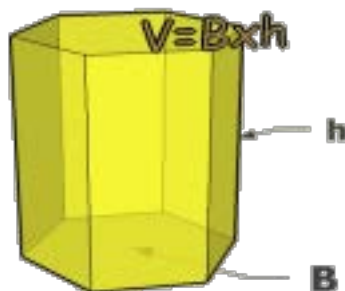
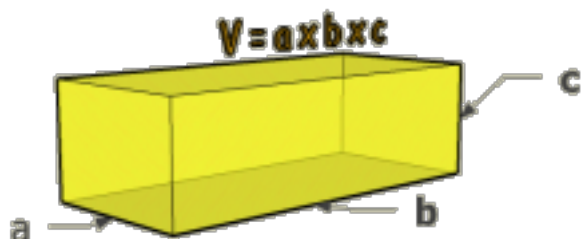
$$V = \frac{5}{12} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot a^3$$

## Volumen de los cuerpos geométricos.



**Recuerda  
lo más importante**

### VOLUMEN DE LOS CUERPOS ELEMENTALES



# Volumen de los cuerpos geométricos.

## Autoevaluación



1. La capacidad de un pantano es de  $295 \text{ hm}^3$ . Expresa esta capacidad en litros.
2. Calcula el peso en gramos de un lingote de plata de  $19 \times 4 \times 3 \text{ cm}$ . La densidad de la plata es  $10,5 \text{ g/cm}^3$ .
3. Calcula el volumen del prisma de la figura, cuya altura es  $4 \text{ cm}$  y cuyo lado de la base mide  $2,4 \text{ cm}$ . La apotema de la base mide  $1,6 \text{ cm}$ .
4. La apotema de una pirámide regular mide  $11 \text{ dm}$  y la base es un cuadrado de  $15 \text{ dm}$  de lado. Calcula su volumen.
5. ¿Cuántos bloques cúbicos de piedra, aproximadamente, de  $50 \text{ cm}$  de arista, hacen falta para construir una pirámide regular con base cuadrada de  $208 \text{ m}$  de lado y  $101 \text{ m}$  de altura?
6. Se echan  $19,8 \text{ cm}^3$  de agua en un recipiente cilíndrico de  $1,8 \text{ cm}$  de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?
7. ¿Cuántas copas puedo llenar con  $11$  litros de refresco, si el recipiente cónico de cada copa tiene una altura interior de  $9 \text{ cm}$  y un radio interior de  $5 \text{ cm}$ ?
8. ¿Cuántos kilogramos pesa una bola de plomo de  $17 \text{ cm}$  de radio? El plomo tiene una densidad de  $11,4 \text{ g/cm}^3$ .
9. Calcula el volumen de un tronco de cono de  $7,6 \text{ cm}$  de altura, sabiendo que los radios de sus bases miden  $4,9 \text{ cm}$  y  $2,1 \text{ cm}$ .
10. Calcula el volumen de la escultura de la imagen, sabiendo que sus bases son rectángulos de  $3 \times 12 \text{ dm}$  y su altura  $20 \text{ dm}$ .

# Volumen de los cuerpos geométricos.

## Soluciones de los ejercicios para practicar

- |  |   |                                  |
|--|---|----------------------------------|
| 1. a) 3 l<br>b) 50.000.000 l<br>c) 1,2 l<br>d) 0,7 l   | 7. 24 botellas.   | 19. $6,99 \text{ cm}^3$ de agua. |
| 2. a) $10.000 \text{ cm}^3$<br>b) $10.000 \text{ cm}^3$<br>c) $30 \text{ cm}^3$<br>d) $1.500.000 \text{ cm}^3$   | 8. a) $250 \text{ cm}^3$<br>b) $500 \text{ hm}^3$<br>c) $70 \text{ m}^3$<br>d) 350 l              | 20. $1,35 \text{ m}^3$           |
| 3. 160 vasos.  | 9. Medio metro cúbico. Un cubo de medio metro de arista tiene un volumen de $0,125 \text{ m}^3$ . | 21. 657,7 l                      |
| 4. a) $6.000 \text{ m}^3$<br>b) $0,788 \text{ m}^3$<br>c) $80.000 \text{ m}^3$<br>d) $0,000016 \text{ m}^3$  | 10. 8.000 l   | 22. 28,4 l                       |
| 5. $342.000.000 \text{ m}^3$   | 11. 28592,45 kg   | 23. 77 peces                     |
| 6. a) $0,034 \text{ km}^3$<br>b) $0,00344 \text{ m}^3$<br>c) $2.340.000 \text{ dm}^3$<br>d) $8 \text{ mm}^3$<br>e) $34,567 \text{ dm}^3$<br>f) $20.000 \text{ cm}^3$ | 12. 1,26 l  | 24. 282,5 minutos.               |
|  | 13. 8 cm  | 25. $300 \text{ m}^2$            |
|  | 14. 400 minutos.  | 26. 3409,07 TN                   |
|  | 15. 0,31 l  | 27. $478,01 \text{ cm}^3$        |
|  | 16. 1407 veces.   | 28. $168 \text{ cm}^3$           |
|  | 17. 29,5%   | 29. 2,98 cm.                     |
|  | 18. 8 vasos.  | 30. 3024 g                       |
|  |   | 31. $646,54 \text{ cm}^3$        |
|  |   | 32. 37,75 kg                     |

## Soluciones AUTOEVALUACIÓN

- 295.000.000.000 l
- 2.394 g
- $46,08 \text{ cm}^3$
- $603,75 \text{ dm}^3$
- 11.652.437 bloques aprox.
- 1,95 cm
- 46 copas
- 234,6 kg
- $308,08 \text{ cm}^3$
- $720 \text{ dm}^3$