2 Los números reales

Contenidos

Objetivos

- Clasificar los números reales en racionales e irracionales.
- Aproximar números reales por truncamiento y redondeo.
- Representar gráficamente números reales.
- Comparar números reales.
- Realizar operaciones sencillas con radicales.

Autor: Agustí Estévez Andreu

Antes de empezar

Observa la animación que hay en esta página y responde a las siguientes preguntas:

a) De las cantidades 3'14, 3'1416, 3'141592, ¿cuál es el valor real de pi?

b) ¿Cuál es o cuál podría ser la última cifra del número pi? ___________________________

c) ¿Cuántas cifras tiene el número pi? _________

Pulsa para ir a la página siguiente.

1. Los números reales

1.a. Números irracionales

- Lee el texto de pantalla.

a) ¿A qué llamamos número irracional? ____

b) ¿Cuántos decimales tiene un número irracional? ____________

c) ¿Por qué un número irracional no puede escribirse en forma de fracción? _______________
____

d) Un decimal periódico también tiene infinitas cifras decimales, ¿qué le diferencia, entonces, de un número irracional?____

e) Hay números irracionales que se pueden representar de manera exacta. Escribe cuatro de estos números: ____

Pulsa el botón en la escena y observa cómo se calcula la longitud de una circunferencia. Sigue las indicaciones que aparecen. ¿Qué tipo de número es la longitud de la circunferencia si el diámetro es un número racional? _____________________________

Pulsa en el botón para entender por qué $\sqrt{2}$ no es un número racional.

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. Números reales

Lee el texto de la pantalla. Copia el esquema sobre la clasificación de los números reales:

Pulsa el botón “Otro número” hasta conseguir 3 números de cada conjunto:

$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	Irracional

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.c. Aproximaciones

Lee el texto de la pantalla.

a) Los siguientes valores son aproximaciones del número pi. Especifica si se tratan de aproximaciones por defecto, por exceso, por redondeo o por truncamiento:

3,14	
3,13	
3,16	
3,1416	
3,141592	

b) Al truncar un número siempre tenemos una aproximación por _______________.

c) Al redondear un número obtenemos una aproximación por defecto si la cifra siguiente a la que se aproxima es ____________________ y una aproximación por exceso si la cifra siguiente a la que se aproxima es ___________________________.

Pulsa el botón en la escena de la derecha, a la vez que lees el texto que va apareciendo.

a) Completa la tabla con las siguientes aproximaciones por defecto y por exceso de la raíz cuadrada de 2:

Hasta la cifra	1ª	2ª	4ª	6ª
Por defecto				
Por exceso				

b) Aproxima por defecto hasta la 3ª cifra decimal la raíz cuadrada de 2: __________. ¿Hay algún otro número racional comprendido entre la raíz y la aproximación?

c) Aproxima por exceso hasta la 3ª cifra decimal la raíz cuadrada de 2: __________. ¿Hay algún otro número racional comprendido entre la raíz y la aproximación?

d) Las aproximaciones de un número real, ¿a qué conjunto, de los que has visto en el apartado anterior, pertenecen? ____________________________________

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

El radio de una circunferencia es de 3,96 metros. Utilizando el valor de pi que te da la calculadora averigua:
1. La longitud de la circunferencia, truncando el resultado a los centímetros.
2. La longitud de la circunferencia, redondeando el resultado a los centímetros.
3. El área del círculo, truncando el resultado a los centímetros cuadrados.
4. El área del círculo, redondeando el resultado a los centímetros cuadrados.

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.d. Representación gráfica

Toma regla y compás y siguiendo el ejemplo de la escena realiza la:

Representación gráfica de $\sqrt{2}$.

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

Representación gráfica de $\sqrt{3}$.
Representación gráfica de $\sqrt{17}$.

- Sigue pulsando la tecla ▶ hasta llegar a la representación del número pi

a) De manera similar a la que se muestra en el proceso para acotar el número pi, acota $\sqrt{2}$ con un intervalo de longitud 0,0001: ______________________________

b) Acota $\sqrt{3}$ con un intervalo de longitud 0,001: ______________________________

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

1.e. Valor absoluto

Lee el texto de la pantalla y visualiza la escena de la derecha.

a) Anota las dos definiciones de valor absoluto. Pon algún ejemplo.

b) A partir de la definición que has leído, el valor absoluto de un número, ¿es positivo o negativo? __________________.

c) Si x es un número negativo, ¿cuál será el valor de |x|? ____________.

d) Si la operación a-b da un resultado negativo, ¿cuál será el valor de |a-b|? __________.

e) Si la operación a+b-c da un resultado negativo, ¿cuál será el valor de |a+b-c|? _________

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1 *Distancia entre dos números reales.*

Calcula el valor absoluto de los números a y b que aparece en el ejercicio propuesto y calcula su distancia. Posteriormente comprueba el resultado.

Ejercicio	| a |	| b |	distancia		Ejercicio	| a |	| b |	Distancia
1					2			
3					4			

2 *Valor absoluto y operaciones.*

Calcula el valor absoluto de la suma, resta, producto y cociente de los números a y b. Posteriormente comprueba el resultado.

Ejercicio	| a |	| b |	| a + b |	| b |	| a · b |	| a / b |
1						
2						
3						
4						

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.f. Intervalos: segmentos y semirrectas

Lee la definición de intervalo y sigue las anotaciones de la escena.

a) Un intervalo de extremos a y b, donde a es menor que b, es un conjunto de __________. comprendido entre a y b.

b) Un intervalo cerrado de extremos 3 y 5 se representa por __________ o por __________.

c) Un intervalo abierto de extremos -2 y 4 se representa por __________ o por __________.

d) Un intervalo de extremos 1 y 7 en el que 1 no está incluido, pero 7 sí, es un intervalo _______________ y se representa por ___________ o por ____________.

e) Un intervalo de extremos -4 y 5 en el que -4 está incluido, pero 5 no, es un intervalo _______________ y se representa por ___________ o por ____________.

f) Los números mayores que 3 se representan mediante un intervalo ____________ de la siguiente manera __________ o también como ___________.

g) ¿A qué llamamos longitud de un intervalo? _____________________________________.

h) Un entorno simétrico de un punto es un intervalo _________________________________.

i) Escribe un entorno simétrico del número 3 de manera que el intervalo sea de longitud 0,01: ____________.

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1 Valores e intervalos

Determina si los valores de los números dados pertenecen al intervalo propuesto. Compruébalo tras introducir en la casilla correspondiente para cada valor, el 0 si no está en el intervalo y un 1 si está en el intervalo.

Ejercicio	Intervalo	Valor 1	Valor 2	Valor 3	Pertenece (si o no)		
					1	2	3
1							
2							
3							
4							

2 Distancias e intervalos

Determina si los números propuestos distan del punto dado a la distancia r data. Compruébalo tras introducir en la casilla correspondiente para cada valor, el 0 si no está en el intervalo y un 1 si está en el intervalo.

Ejercicio	a	r	$\mid x-a \mid < r$	Valor 1		Valor 2		Valor 3	
1									
2									
3									
4									

3	***Semirrectas e intervalos***

Determina si los valores de los números dados pertenecen a la semirrecta. Compruébalo tras introducir en la casilla correspondiente para cada valor, el 0 si no está en el intervalo y un 1 si está en el intervalo.

Ejercicio	Semirrecta	Valor 1	Valor 2	Valor 3	Pertenece (si o no)		
					1	2	3
1							
2							
3							
4							

EJERCICIOS de Refuerzo

A. Decide si los siguientes números son racionales (R) o irracionales (I):

-5	4
$\pi/2$	$\sqrt{16}$
7/3	2,313131...
$\sqrt{15}$	1,01001000100001...
-4/5	4,65

B. Indica a qué conjunto pertenecen los números del ejercicio anterior:

$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	Irracional

C. Representa $\sqrt{13}$

D. El radio de una circunferencia es 5 m. Utilizando la calculadora y el valor de π que da, calcula:

a) La longitud de la circunferencia truncando el resultado a cm.

b) La longitud de la circunferencia redondeando el resultado a cm

c) El área del círculo truncando a cm^2

d) El área del círculo redondeando a cm^2

EJERCICIOS de Refuerzo

E. Calcula:

$|5| =$ $|-3| =$

$|1-\sqrt{2}| =$ $\left|\sqrt{3}-\sqrt{2}\right| =$

F. Escribe en forma de intervalo los siguientes conjuntos numéricos:

- Del 3 al 7, incluyendo los extremos:
- Los números mayores que -2:
- Los números menores o iguales que 1:
- Del -1 al 5, incluyendo el -1 y excluyendo el 5:
- $1 \le x < 3$:
- $x > 4$:

G. Escribe un entorno simétrico de 5 de longitud y 0,0001.

H. Escribe un entorno simétrico de-3 de longitud 0,1

EJERCICIOS

1. Indicar el menor de los conjuntos numéricos a los que pertenecen los números:

$$\text{a) } 5{,}97509\ldots \quad \text{b) } 6{,}10\widehat{3} \quad \text{c) } \frac{2}{3} \quad \text{d) } -\frac{6}{2} \quad \text{e) } \sqrt{5} \quad \text{f) } \sqrt{16}$$

2. El radio de una circunferencia es de 4 m. Calcula su longitud
   2.1. Truncando el resultado primero a cm y luego a m.
   2.2. Redondeando el resultado primero a cm y luego a m
3. Calcula el valor absoluto de los números a=-3 y b=5, y la distancia entre ellos.
4. Calcula $|a+b|$ $|a-b|$ $|a \cdot b|$ y $|a/b|$
5. Indica qué puntos pertenecen al intervalo en cada caso:
   5.1. Intervalo (-74,-52]. Puntos: a) –53 b) –74 c) 11
   5.2. Intervalo (-∞,75]. Puntos: a) 32 b) 75 c) 76

Pulsa para ir a la página siguiente.

2. Radicales

2.a. Forma exponencial

Lee en el texto la definición de raíz y de cómo un radical se puede escribir como una potencia.

Observa en la escena diferentes ejemplos de estas dos definiciones.

a) Escribe la definición de raíz n-ésima de un número a ________________________________

b) Escribe la equivalencia entre radical y potencia de exponente fraccionario ______________

c) Si en un radical no aparece el índice, es que éste es igual a _____ y recibe el nombre de raíz _____________.

d) Las raíces de índice 3 se llaman raíces __________.

e) La raíz cuadrada de 9 es igual a 3, pero también igual a _____.

f) La raíz cúbica de 8 es igual a 2. Explica por qué no es igual a -2: ___________________
____

g) Los radicales de índice par siempre tienen dos raíces, que entre ellas son __________.

h) ¿Cuántas raíces tienen los radicales de índice impar? _______.

i) ¿Cuáles son las raíces de cero? ________.

j) ¿Qué tipo de número es la raíz cuadrada de un número negativo? ________________.

k) ¿Con qué otros radicales sucede lo mismo que en el apartado anterior? ________________
____.

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1	***Escribe en forma de radical***				
Escribe cuatro ejercicios propuestos en este apartado. Comprueba tu resultado en la escena.					
Ejercicio	Potencia fraccionaria	Valor a	Valor b	Valor c	Expresión resultante
1					
2					
3					
4					

2	***Escribe como potencia de exponente fraccionario***

Escribe cuatro ejercicios propuestos en este apartado. Comprueba tu resultado en la escena.

Ejercicio	Radical	Valor a	Valor b	Valor c	Expresión resultante
1					
2					
3					
4					

EJERCICIOS de Refuerzo

A. Escribe en forma de radical y exponencial:

Índice	2	3	4	7	9	12
Radicando	3	-8	3	4^3	2^5	3^2
Forma radical						
Forma exponencial						

B. Escribe en forma de radical las siguientes potencias:

$3^{1/2}=$ $5^{2/3}=$ $(4^2)^{1/3}=$

Pulsa para ir a la página siguiente.

2.b. Radicales equivalentes

Lee el texto de la página.

a) Escribe la definición de radicales equivalentes y pon algún ejemplo: ___________________
____

b) Además de la definición anterior, dos radicales son equivalentes si sus raíces son _______.

c) Al escribir en forma exponencial dos radicales equivalentes, sus exponentes pueden no ser iguales, pero sí ___________________.

d) Para amplificar un radical, ___________________ el índice y el exponente del radicando por un mismo número.

e) Para simplificar un radical, __________________ el índice y el exponente del radicando por un mismo número.

f) Si a partir de un radical obtenemos otro amplificando o simplificándolo, éstos serán _____ ____________.

g) Para convertir un radical en irreductible, se tienen que ____________ el índice y el exponente del radicando por el ________________________________ de ambos.

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1	**Escribe un radical equivalente**		
Escribe cuatro ejercicios propuestos en este apartado. Comprueba tu resultado en la escena.			
Ejercicio	Radical propuesto	Radical equivalente	Radical equivalente irreducible
1			
2			
3			
4			

EJERCICIOS para practicar

6. Escribe en forma exponencial los siguientes radicales:

$\sqrt{5^3} =$ $\sqrt[3]{7} =$ $\sqrt[4]{3^5} =$

7. Escribe en forma de radical las siguientes potencias:

$3^{1/2} =$ $5^{2/3} =$ $(4^2)^{1/3} =$

8. Amplifica los siguientes radicales para que el índice sea igual a 12:

$\sqrt{5^3} =$ $\sqrt[3]{7} =$ $\sqrt[4]{3^5} =$

9. Transforma los siguientes radicales en irreductibles:

a) $\sqrt[6]{49}$ b) $\sqrt[35]{x^{28}}$

Pulsa para ir a la página siguiente.

3. Propiedades de las raíces

3.a. Raíz de un producto

Lee el texto de la página y observa los ejemplos que proporciona la escena.

a) Escribe la propiedad que explica cómo calcular la raíz de un producto ________________

b) Aplica la propiedad anterior para calcular las siguientes raíces:

$\sqrt{9 \cdot 16} =$ $\sqrt[3]{x^3 \cdot y^6} =$

c) Razona por qué es incorrecto el siguiente cálculo: de la operación $\sqrt{5 \cdot x^2}$ se simplifica el radical de índice 2 con el cuadrado de la x y se obtiene como resultado 5x ___________
____

d) Investiga si esta propiedad también sirve para la raíz de una suma y comenta tus conclusiones, poniendo algún ejemplo:

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1	*Calcula*		
Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado en los que intervengan variables. Comprueba tu resultado en la escena.			
Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

2	**Calcula**
Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado en los que intervengan números. Comprueba tu resultado en la escena.	

Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

3.b. Raíz de un cociente

Lee el texto de la página y observa los ejemplos que proporciona la escena.

a) Escribe la propiedad que explica cómo calcular la raíz de un cociente

b) Aplica la propiedad anterior para calcular las siguientes raíces:

$\sqrt{\frac{9}{16}} =$
$\sqrt[3]{\frac{x^3}{y^6}} =$

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1 Calcula

Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado en los que intervengan variables. Comprueba tu resultado en la escena.

Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

2 Calcula

Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado en los que intervengan números. Comprueba tu resultado en la escena.

Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Raíz de una potencia

Lee el texto de la página y observa los ejemplos que proporciona la escena.

a) Escribe la propiedad que explica cómo calcular la raíz de una potencia

b) Aplica la propiedad anterior para calcular las siguientes raíces:

$\sqrt{16^5} =$
$\sqrt[3]{\left(x^3\right)^4} =$

c) Razona por qué es incorrecto el siguiente cálculo: $\left(\sqrt[3]{2^5}\right)^4 = \sqrt[12]{2^{20}}$

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1	**Calcula**		
Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado. Comprueba tu resultado en la escena.			
Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.d. Raíz de una raíz

Lee el texto de la página y observa los ejemplos que proporciona la escena.

a) Escribe la propiedad que explica cómo calcular la raíz de una raíz

b) Aplica la propiedad anterior para calcular las siguientes raíces:

$\sqrt{\sqrt[3]{5}} =$
$\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{2}}} =$

c) Razona por qué es incorrecto el siguiente cálculo: $\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[8]{2}$

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1 *Calcula*

Escribe cuatro ejercicios propuestos en este apartado en los que intervengan variables. Comprueba tu resultado en la escena.

Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			

2 Calcula

Escribe cuatro ejercicios propuestos en este apartado en los que intervengan números. Comprueba tu resultado en la escena.

Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS de Refuerzo

A. Aplica la propiedad que corresponda en cada caso para calcular las siguientes raíces:

$\sqrt{x^2 \cdot y^2} =$ $\sqrt[3]{27 \cdot 8} =$

$\sqrt{\frac{4}{9}} =$ $\sqrt[3]{\frac{x^3}{y^6}} =$

$\sqrt[3]{(2^3)^2} =$ $\sqrt{4^6} =$

$\sqrt[3]{\sqrt{3}} =$ $\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^{15}}} =$

B. Aplica las propiedades necesarias para demostrar las igualdades siguientes:

$\sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{64}} = 4$ $\frac{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{(\sqrt{x})^2} = 1$

EJERCICIOS

10. Escribe con una sola raíz:

a) $\sqrt[5]{\sqrt{3}}$ b) $\sqrt[7]{x^4\sqrt{x}}$

11. Escribe con una sola raíz:

a) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$ b) $\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{x^2}$

12. Escribe con una sola raíz:

a) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$ b) $\frac{\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^3}}$

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

4. Operaciones con raíces

4.a. Introducir y extraer factores de un radical

Lee el texto de la página y observa lo que ocurre en la animación inferior. Manipula la escena de la derecha y contesta a las preguntas.

a) Recuerda la definición de factor:

b) ¿Cómo se introduce un factor en un radical de índice n?

c) Y, ¿qué condición se tiene que cumplir para que un factor se pueda extraer de un radical de índice n?

d) Si un factor cumple la condición para poder ser extraído del radical, explica cómo se extrae a través del siguiente ejemplo:

$\sqrt[7]{2^{18}}$	

e) Explica por qué no se cumple la condición para extraer factores en el siguiente ejemplo. Factoriza al máximo el radicando y comprueba que entonces sí que se podrán extraer factores del radical:

$\sqrt[5]{9^4}$	

f) Explica por qué en el radical $\sqrt[6]{5^7 \cdot 3^2 + 2^4}$ no se pueden extraer los factores de 5^7, aunque el exponente sea mayor que el índice:____

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1	***Calcula***		
Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado en los que introduzcas variables dentro del radical. Comprueba tu resultado en la escena.			
Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

2	***Calcula***		
Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado en los que introduzcas números dentro del radical. Comprueba tu resultado en la escena.			
Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

3	**Calcula**

Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado en los que extraigas variables dentro del radical. Comprueba tu resultado en la escena.

Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

4	**Calcula**

Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado en los que extraigas números dentro del radical. Comprueba tu resultado en la escena.

Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

Pulsa para ir a la página siguiente.

4.b. Calcular raíces

Lee el texto de la página.

a) Para calcular raíces de un número primero se tiene que ______________ y luego extraer todos los ______________ que sea posible.

b) Como un número primo no se puede factorizar, su raíz n-ésima es siempre un número _____________.

c) Calcula:

$\sqrt[3]{216000} =$

Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

1	***Calcula***		
Escribe cinco ejercicios propuestos en este apartado. Comprueba tu resultado en la escena.			
Ejercicio	Enunciado	Procedimiento	Resultado
1			
2			
3			
4			
5			

Pulsa para ir a la página siguiente.

4.c. Sumas y restas

Lee el texto de la página.

a) Dos radicales que tienen el mismo índice y radicando son _______________.

b) Dos radicales sólo se pueden sumar o restar si son ________________.

En la escena, clica sobre "**Sumas y restas de radicales semejantes**" y observa varios ejemplos. Tal vez, si lo necesitas, deberías repasar las sumas y restas con fracciones.

a) Explica por qué es incorrecto el cálculo $3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=7\sqrt{10}$

b) Cuando se suman o se restan radicales, en realidad se suman o restan sus _________________, pero no sus _________________.

c) Calcula el resultado de la siguiente operación, expresando el resultado con un único radical:

$$\frac{1}{3}\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\frac{2}{7}\sqrt{2}$$

En la escena, clica sobre "**Sumas y restas complejas**" y observa varios ejemplos.

a) Explica por qué, aunque en principio no lo parezca, $\sqrt{2}$ y $\sqrt{8}$ son radicales semejantes:

b) Según lo que has visto en la escena, para intentar sumar o restar radicales que, en principio, no son semejantes se tendrá que _____________ y extraer _____________ del radical.

c) Calcula el resultado de la siguiente operación, expresando el resultado con un único radical:

$$\frac{1}{3}\sqrt{8}+5\sqrt{2}-\frac{2}{7}\sqrt{18}$$

Pulsa para ir a la página siguiente.

4.d. Productos

Lee el texto de la página y manipula la escena de la derecha.

a) Dos radicales sólo se pueden multiplicar si tienen el mismo ________________, si no, primero habrá que buscar radicales ________________.

b) Al multiplicar dos radicales se multiplican tanto los ________________ como los ______________ de ambos.

d) Calcula el resultado de la siguiente operación, expresando el resultado con un único radical:

$$\frac{1}{3}\sqrt{6}\cdot 5\sqrt{2}$$

Pulsa para ir a la página siguiente.

4.e. Cocientes

Lee el texto de la página y manipula la escena de la derecha.

a) Dos radicales sólo se pueden dividir si tienen el mismo ________________, si no, primero habrá que buscar radicales ________________.

b) Al dividir dos radicales se dividen tanto los ________________ como los ______________ de ambos.

c) Calcula el resultado de la siguiente operación, expresando el resultado con un único radical:

$\dfrac{\frac{2}{7}\sqrt{75}}{5\sqrt{12}} =$	

d) Simplificar una fracción para que no aparezcan radicales en el denominador recibe el nombre de ____________________. En el caso de radicales cuadráticos, esto se consigue multiplicando el _________________ y el ________________ por el radical del ___________________. Realiza este cálculo con la siguiente fracción:

$\dfrac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} =$	

EJERCICIOS de Refuerzo

A. Extrae todos los factores que sea posible de los siguientes radicales:

$\sqrt{5^3} =$

$\sqrt[3]{7} =$

$\sqrt[4]{343} =$

B. Introduce todos los factores dentro de los radicales:

$5 \cdot \sqrt[4]{3} =$

$3^4 \cdot \sqrt{5} =$

$2 + 3 \cdot \sqrt{2} =$

C. Extrae todos los factores de los radicales y calcula:

$\sqrt{5^8} =$

$\sqrt[3]{64} =$

$\sqrt[4]{162} =$

D. ¿Cuáles de los siguientes radicales es semejante a $\sqrt[3]{2}$? Justifica la respuesta.

$\sqrt[3]{16}$

$\sqrt[6]{2^2}$

$\sqrt{2}$

E. Calcula expresando el resultado final con un único radical:

$$3\sqrt{5} - \frac{4}{3}\sqrt{5} + \sqrt{5} =$$

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{12} - \frac{1}{2}\sqrt{27} =$$

F. Calcula y simplifica:

$$3 \cdot \sqrt{5} \cdot \left(-2 \cdot \sqrt{15}\right) =$$

$$2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} =$$

$$\frac{6 \cdot \sqrt{8}}{2 \cdot \sqrt{32}} =$$

$$\frac{5 \cdot \sqrt[4]{3}}{2 \cdot \sqrt[3]{5}}$$

EJERCICIOS

13. Introduce los factores dentro del radical:

a) $2\cdot\sqrt[4]{3}$

b) $x^2\sqrt[7]{x^3}$

14. Extrae los factores del radical:

a) $\sqrt[4]{128}$

b) $\sqrt[7]{x^{30}}$

15. Calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt[5]{1024}$

b) $\sqrt[7]{x^{84}}$

16. Indica que radicales son semejantes

a) $\sqrt[4]{3}; 5\sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt[4]{x}; \sqrt[3]{x}$

17. Calcular la suma:

a) $\sqrt{40}+\sqrt{90}$

b) $2\sqrt{32}-\sqrt{8}$

18. Calcular el producto:

a) $\left(\frac{6}{7}\sqrt{14}\right)\cdot\left(-\frac{7}{3}\sqrt{252}\right)$

b) $\left(-\frac{5}{3}\sqrt{175}\right)\cdot\left(-2\sqrt{45}\right)$

19. Calcular el cociente:

$$\frac{\frac{9}{2}\sqrt{24}}{4\sqrt{108}}$$

Pulsa para ir a la página siguiente.

Recuerda lo más importante – RESUMEN

Los números irracionales son los decimales _________________.

Los números reales están formados por los números _______________ y los _____________.

La expresión decimal de un número irracional es _____________________________. Un número irracional no puede escribirse como una ___________.

¿Qué diferencia entre una aproximación por defecto y una por exceso? ____ ____.

¿Qué es redondear? ____.

¿Qué es truncar? ____.

El valor absoluto de un número nos da la distancia del punto que representa ese número en la recta real al _____ y siempre tiene signo ____________.

Un intervalo abierto de extremos a y b se denota como ___________ y gráficamente se representa:

Un intervalo cerrado de extremos a y b se denota como ___________ y gráficamente se representa:

Un intervalo semiabierto a la izquierda de extremos a y b se denota como ___________ y gráficamente se representa:

Un intervalo semiabierto a la derecha de extremos a y b se denota como ___________ y gráficamente se representa:

"La raíz n-ésima de un número a es igual a b" se escribe ____________. En ese caso se cumple que "b elevado a n es igual al número a", lo que se escribe ____________.
Un radical se puede escribir como una potencia. Escribe cómo:

Escribe cómo se calcula la raíz del producto, del cociente, de la potencia y de la raíz:

¿Qué condición se tiene que cumplir para poder extraer factores de una raíz n-ésima?

Explica qué quiere decir que dos radicales sean semejantes:

Dos radicales se pueden sumar o restar si son ________________. También lo podrán ser si extraemos _____________ del radical.
Dos radicales se pueden multiplicar o dividir si tienen el mismo _____________ y el mismo _______________. Si no es así, se transforman en radicales _______________.

Pulsa para ir a la página siguiente.

Para practicar

Ahora vas a practicar resolviendo distintos EJERCICIOS. En las siguientes páginas encontrarás EJERCICIOS de

- **Ejercicios de aproximaciones**
- **Ejercicios de intervalos y semirrectas**
- **Radicales**
- **Operaciones con radicales**

Procura hacer al menos uno de cada clase y una vez resuelto comprueba la solución

Completa el enunciado con los datos con los que te aparece cada EJERCICIO en la pantalla y después resuélvelo.
Es importante que primero lo resuelvas tú y después compruebes en el ordenador si lo has hecho bien.

Ejercicios de aproximaciones

1. Considerando como exacto el valor de ______ escribe las aproximaciones por defecto, por exceso y redondeos de orden primero, segundo, tercero, cuarto y quinto.

Las aproximaciones de ________ orden (hasta las decimas) tiene un error de ± 0,1.

Las aproximaciones de segundo orden (hasta las _______________) tiene un error de ± 0,01.

Las aproximaciones de __________ orden (hasta las ____________) tiene un error de ± 0,001.

Las aproximaciones de __________ orden (hasta las ____________) tiene un error de ± 0,0001.

Las aproximaciones de quinto orden (hasta las ____________) tiene un error de ± 0,00001.

1º	Defecto	
	Exceso	
	Redondeo	
2º	Defecto	
	Exceso	
	Redondeo	
3º	Defecto	
	Exceso	
	Redondeo	
4º	Defecto	
	Exceso	
	Redondeo	
5º	Defecto	
	Exceso	
	Redondeo	

2. La cinta métrica que aparece abajo tiene unas divisiones hasta el medio cm. La utilizamos para medir una varilla y obtenemos el valor que se muestra en ella. ¿Entre qué valores exactos se encuentra la longitud real, suponiendo que ese valor es: a)por defecto; b) por exceso; c) redondeo a cm.

Escribe la longitud: _______ cm

a)

b)

c)

3. Nos dicen que la población de una ciudad es de __________ habitantes y que las 4 primeras cifras de esta cantidad son significativas. ¿Entre qué valores se halla realmente su población?	

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

Ejercicios de intervalos y semirrectas

4. Determina el conjunto A∩B siendo A y B los siguientes intervalos: A= __________ B= __________	

5. Determina el conjunto A**U**B siendo A y B los siguientes intervalos: A= __________ B= __________	
6. Determina el conjunto A-B siendo A y B los siguientes intervalos: A= __________ B= __________	

7. Determina el conjunto –A siendo A el siguiente intervalo: A= __________	

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

Radicales

8. Escribe en forma de exponente fraccionario el radical ____________	

9. Halla el valor del siguiente radical __________	

10. Reduce a índices común los radicales ________ y _________	

11. Extrae los factores del radical __________	

12. Introduce los coeficientes en el radical ___________	

Pulsa para ir a la página siguiente.

Operaciones con radicales

13. (Sumas y restas) Calcular: ___________	
14. (Sumas y restas) Calcular: ___________	
15. (Productos)Calcular: ___________	
16. (Productos) Calcular: ___________	
17. (Cocientes) Calcular: ___________	
18. (Cocientes) Calcular: ___________	

Pulsa para ir a la página siguiente.

Autoevaluación

Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Indica el menor conjunto numérico al que pertenece el número __________.	
2 La milla inglesa mide 1609,34 m, redondea a km ______ millas	
3 Con la calculadora escribe un redondeo y un truncamiento a las milésimas de ________.	
4 Indica el intervalo que representa al segmento de la figura:	
5 Calcula el valor de la raíz __________	
6 Escribe en forma de exponente fraccionario __________?	
7 Introduce el factor en el radical: __________	
8 Extrae factores del radical: ___________	
9 Calcular ______________	
10 Calcular y simplificar _______________	

Para practicar más

1. Considerando 7,4833147735.... como el valor exacto de $\sqrt{56}$, escribe las aproximaciones por defecto, por exceso y redondeos de orden primero y segundo (décimas y centésimas, respectivamente).

2. La cinta métrica que aparece abajo tiene unas divisiones hasta el medio cm. La utilizamos para medir una varilla y obtenemos el valor que se muestra en ella. ¿Entre qué valores exactos se encuentra la longitud real, suponiendo que ese valor es: a)por defecto; b) por exceso; c) redondeo a cm.

Las aproximaciones pueden utilizarse también con números enteros. Para generalizar esta idea usaremos el concepto de cifras significativas: *"Si un número N es un valor aproximado de otro número P, diremos que N tiene n cifras significativas si las primeras n cifras de N coinciden con las n primeras cifras de P. (No se consideran cifras significativas los ceros cuya única finalidad es situar la coma decimal)".* La definición anterior es bastante intuitiva pero no siempre es correcta del todo., por ello precisamos un poco más: *"Diremos que N tiene n cifras significativas si el número formado con las n primeras cifras de N difiere del número formado con las n primeras cifras de P (eliminando las comas decimales si las hubiera) en menos de 0,5".*

3. Nos dicen que la población de una ciudad es de 1579000 habitantes y que las 4 primeras cifras de esta cantidad son significativas. ¿Entre qué valores se halla realmente su población?

4. Determina los conjuntos A∩B, AUB, A-B y -A en los casos siguientes:

1. A = [-11,-9] B = (-1,6)
2. A = [-5,5] B = (3,4)
3. A = [-2,7] B = (-2,6)

5. Escribe como potencia de exponente fraccionario:

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{x^2}$ c) $\sqrt{a^3}$ d) $\sqrt[5]{a^3}$

6. Escribe como un radical:

a) $3^{\frac{1}{2}}$ b) $5^{\frac{3}{2}}$ c) $x^{\frac{1}{5}}$ d) $x^{\frac{5}{3}}$

7. Extraer todos los factores posibles de los siguientes radicales

a) $\sqrt{18}$ b) $\sqrt[3]{16}$

c) $\sqrt{9a^3}$ d) $\sqrt{98a^3b^5c^7}$

8. Introducir dentro del radical todos los factores posibles que se encuentren fuera de él.

a) $3\cdot\sqrt{5}$ b) $2\cdot\sqrt{a}$

c) $3a\cdot\sqrt{2a^2}$ d) $ab^2\sqrt[3]{a^2b}$

9. Suma los siguientes radicales indicados.

a) $\sqrt{45}-\sqrt{125}-\sqrt{20}$

b) $\sqrt{75}-\sqrt{147}+\sqrt{675}-\sqrt{12}$

c) $\sqrt{175}+\sqrt{63}-2\sqrt{28}$

d) $\sqrt{20}+\frac{1}{3}\sqrt{45}+2\sqrt{125}$

10. Realiza las operaciones siguientes:

a) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{2}$

b) $(7\sqrt{5}+5\sqrt{3})\cdot 2\sqrt{3}$

c) $(2\sqrt{3}+\sqrt{5}-5\sqrt{2})\cdot 4\sqrt{2}$

d) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

11. Divide los siguientes radicales

a) $\dfrac{\sqrt{6x}}{\sqrt{3x}}$ b) $\dfrac{\sqrt{75x^2y^3}}{5\sqrt{3xy}}$