

Matemáticas

Orientadas a las Enseñanzas Académicas



1**Los números reales****Contenidos**

1. Números racionales e irracionales
 - Decimales periódicos
 - Fracción generatriz
 - Números racionales
 - Números irracionales
 - Números reales

2. Calculando con números reales
 - Aproximaciones
 - Medida de errores
 - Notación científica

3. La recta real
 - Ordenación de los números reales
 - Valor absoluto
 - Intervalos

Objetivos

- Clasificar los números reales en racionales e irracionales.
- Aproximar números con decimales hasta un orden dado.
- Calcular la cota de error de una aproximación.
- Representar en la recta números reales.
- Expresar y representar intervalos de números reales.
- Utilizar la calculadora para facilitar los cálculos.


1.b. Fracción generatriz


- Veamos ahora como obtener a partir de una expresión decimal, exacta o periódica, su fracción generatriz. Mira la escena de la izquierda y apoyándote en ella determina la fracción generatriz de tres expresiones decimales de cada tipo:

Exacta			
Periódica pura			
Periódica mixta			

- Se pueden obtener tres reglas para construir mecánicamente una fracción generatriz para cada tipo de expresión decimal. Esas reglas son las siguientes:

Exacta		Ejemplo:
Periódica pura		Ejemplo:
Periódica mixta		Ejemplo:

- Pulsa en el botón  para hacer unos ejercicios. Insiste hasta que no cometas ningún error.


Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.c. Números racionales y su representación gráfica

- Toma regla y compás que vamos a representar fracciones (números racionales) en una recta. A cada fracción le va a corresponder un punto de la recta. Haz al menos los ejemplos que se indican a continuación:

Representación de un decimal periódico cuyo valor está entre 0 y 1.	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$
---	---------------	---------------

Representación de un decimal periódico cuyo valor es mayor que 1.	$\frac{19}{4}$	$\frac{22}{3}$
Representación de un decimal periódico negativo.	$-\frac{23}{5}$	$-\frac{7}{3}$


Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.d. Números irracionales. Representación gráfica de algunos de ellos

- Toma regla y compás y siguiendo el ejemplo de la escena representa:

Representación gráfica de $\sqrt{2}$.

- ¿Por qué $\sqrt{2}$ no es un número racional? _____
- A los números que no son racionales se les denomina: _____
- Lee y comprende la demostración de por qué $\sqrt{2}$ no es un número racional.

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.e. Números reales.

- Toma regla y compás y siguiendo el ejemplo de la escena representa:

Representación gráfica de $\sqrt{3}$.

Representación gráfica de $\sqrt{7}$.

Representación gráfica de $\sqrt{17}$.

EJERCICIOS

1. Calcula la fracción generatriz:

a) 2,3751000

b) 43,666...

c) 4,3666...

2. Representa en la recta:

a) $\frac{2}{3}$

b) $1\frac{9}{4} = 4 + \frac{3}{4}$

c) $-\frac{23}{5} = -5 + \frac{2}{5}$

3. Determina qué tipo de decimales son los siguientes:

a) $\frac{92}{73}$

b) $\frac{57}{22}$

c) $\frac{27}{36}$

4. Representa $\sqrt{17}$:

5. Decide si los siguientes números son racionales o irracionales:

-5,

0,

$\pi/2$,

$\sqrt{16}$,

$7/3$,


2,313131....,

$\sqrt{15}$,

1,01001000100001... ,


$-4/5$,

4,65


Pulsa  para ir a la página siguiente.

2. Calculando con números reales

2.a. Aproximaciones

- Lee el texto de la página y después fíjate en la descripción que se hace en la escena de lo que es una aproximación por defecto y por exceso, y después la diferencia entre truncar y redondear.
 - a) En la aproximación por defecto de un número la aproximación es siempre _____ que dicho número. Por ejemplo:
 - a. Al aproximar por defecto 1,66666666... hasta las diezmilésimas tenemos el número: _____
 - b. Al aproximar por defecto 3,1415926535... hasta las milésimas tenemos el número: _____
 - b) En la aproximación por exceso de un número la aproximación es siempre _____ que dicho número. Por ejemplo:
 - a. Al aproximar por exceso 1,66666666... hasta las diezmilésimas tenemos el número: _____
 - b. Al aproximar por exceso 3,1415926535... hasta las milésimas tenemos el número: _____
 - c) Al truncar un número siempre tenemos una aproximación por _____.
 - d) Al redondear un número obtenemos una aproximación por defecto si la cifra siguiente a la que se aproxima es _____ y una aproximación por exceso si la cifra siguiente a la que se aproxima es _____.
- Pulsa en el botón  para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

El radio de una circunferencia es de 3,96 metros. Utilizando el valor de n que te da la calculadora averigua:
1. La longitud de la circunferencia, truncando el resultado a los centímetros.
2. La longitud de la circunferencia, redondeando el resultado a los centímetros.
3. El área del círculo, truncando el resultado a los centímetros cuadrados.
4. El área del círculo, redondeando el resultado a los centímetros cuadrados.

Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.b. Medida de errores

- Lee el texto que se incluye en la parte derecha de la página y
 - a) Define que es el error absoluto que se comete en una aproximación:

 - b) Define el error relativo que se comete en una aproximación:


 - c) ¿Qué es el porcentaje de error?

- Fijándote en la escena completa la siguiente tabla para el número $\frac{266}{974}$

	Aproximación por defecto	Error absoluto	Error relativo	Aproximación por exceso	Error absoluto	Error relativo
1 cifra decimal						
2 cifras decimales						
3 cifras decimales						
4 cifras decimales						

Haz lo mismo para el número $\frac{5}{270}$


	Aproximación por defecto	Error absoluto	Error relativo	Aproximación por exceso	Error absoluto	Error relativo
1 cifra decimal						
2 cifras decimales						
3 cifras decimales						
4 cifras decimales						

- Pulsa en el botón  para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

Copia el enunciado y los datos para cada ejercicio:

Ejercicio 1:

Ejercicio 2


Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.c. Notación científica

- Lee detenidamente la explicación de la escena interactiva y ve rellenando el siguiente cuadro:

	Notación usual	Notación científica
Diámetro de la galaxia de Andrómeda en años-luz		
Distancia a la Tierra de Andrómeda en años-luz		
Velocidad de la luz en km/s		
Diámetro de Andrómeda en km		
Distancia a la Tierra de Andrómeda en km		
Tamaño de una pulga en mm		
Tamaño de la arista de un cristal de silicio en mm		
Tamaño de la escama del ala de una mariposa en mm		
Tamaño de una bacteria del cólera en mm		
Tamaño de un virus en mm		
Tamaño de un átomo de oxígeno en mm		

- ¿Por qué es conveniente utilizar la notación científica cuando trabajamos con números muy pequeños o muy grandes?

Pulsa en el botón  para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

Copia el enunciado y los datos para cada ejercicio:

Ejercicio 1:

Ejercicio 2. Pasar de forma científica a decimal. Realiza cinco ejercicios de este tipo:

Científica	Decimal

Ejercicio 3. Pasar de forma decimal a científica. Realiza cinco ejercicios de este tipo:

Decimal	Científica

Ejercicio 4.

Ejercicio 5.

EJERCICIOS

6. El radio de una circunferencia es 3,96 m. Utilizando la calculadora y el valor de π que da, calcula:
- a) La longitud de la circunferencia truncando el resultado a cm.
 - b) La longitud de la circunferencia redondeando el resultado a cm
 - c) El área del círculo truncando a cm^2
 - d) El área del círculo redondeando a cm^2

Ejercicio 2: Comparar radicales. Realiza cinco ejercicios de este tipo.
Ejercicio 3: Comparar números en notación científica. Realiza cinco ejercicios de este tipo.
Ejercicio 4: Ordenar de menor a mayor. Realiza cinco ejercicios de este tipo.

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.b. Distancias entre números. Valor absoluto.

- Lee el texto de esta página y las diferentes pantallas en la escena. Responde las siguientes preguntas:
 - a) ¿A qué denominamos valor absoluto de un número?
 - b) ¿Cómo se representa el valor absoluto del número a?
 - c) La distancia del punto en la recta real que representa al número a es:
 - d) Dados dos números a y b la distancia entre los puntos que los representan es:
 - e) ¿Cuál es la desigualdad triangular en el valor absoluto?
 - f) ¿Cuándo $|a + b| = |a| + |b|$?
 - g) ¿A qué es igual el valor absoluto del producto de dos números? ¿Y el valor absoluto del cociente?

- Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

Ejercicio 1. Para tres ejemplos que te proponga la escena escribe y calcula:

a	b	a	b	d(a, b)

Ejercicio 2. Para tres ejemplos que te proponga la escena escribe y calcula:

a	b	a+b	a-b	a · b	$\frac{a}{b}$

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Intervalos

- Lee el texto de esta página y las diferentes pantallas en la escena. Responde las siguientes preguntas:

a) ¿A qué denominamos intervalo de extremos a y b? _____

b) Escribe matemáticamente la definición de los diferentes tipos de intervalos:

Intervalo	Ejemplo	Representación gráfica
$[a, b] =$		
$(a, b) =$		
$[a, b) =$		
$(a, b] =$		
$(-\infty, b] =$		
$[a, +\infty) =$		

c) ¿Qué es un entorno simétrico de centro c y radio r. Escríbelo matemáticamente, pon un ejemplo y represéntalo.

d) ¿Qué es la longitud de un intervalo? Pon varios ejemplos.

Pulsa en el botón



para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

Repítelos tantas veces como sea necesario hasta que no te equivoques.

EJERCICIOS

9. Ordenar de menor a mayor:

a) $5,97509 \cdot 10^8$ b) $6,10314 \cdot 10^{-6}$ c) $\frac{-8243924}{5560}$ d) $\frac{5952091}{4605}$ e) $\sqrt{30694}$ f) $-\sqrt{6320}$

10. El radio de una circunferencia es de 4 m. Calcula su longitud

a) Truncando el resultado primero a cm y luego a m.

b) Redondeando el resultado primero a cm y luego a m

11. Calcula el valor absoluto de los números $a=-3$ y $b=5$, y la distancia entre ellos.

12. Calcula $|a+b|$ $|a-b|$ $|a \cdot b|$ y $|a/b|$

13. Indica qué puntos pertenecen al intervalo en cada caso:

a) Intervalo $(-74, -52]$. Puntos: a) -53 b) -74 c) 11

b) Intervalo $(-\infty, 75]$. Puntos: a) 32 b) 75 c) 76

Pulsa para ir a la página siguiente.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

Los números reales están compuestos por los _____ y por los _____.

Los número racionales pueden escribirse siempre como una _____ y su expresión decimal es _____.

La expresión decimal de un número irracional es _____. Un número irracional no puede escribirse como una _____.

¿Qué diferencia ua aproximación pro defecto y una por exceso? _____

_____.

¿Qué es redondear? _____.

¿Qué es truncar? _____.

El error absoluto cometido en una aproximación es: _____.

El error relativo es: _____.

La notación científica se utiliza para representar números _____ y _____. Con esta notación se observa rápidamente el orden de _____ del número representado. Para que un número esté en notación científica ha _____.

_____.

El valor absoluto de un número nos da la distancia del punto que representa ese número en la recta real al _____.

La distancia entre dos números a y b viene dada por el valor absoluto de _____.

Un intervalo abierto de extremos a y b es _____.


Se denota como _____ y gráficamente se representa:

Un intervalo cerrado de extremos a y b es _____.

Se denota como _____ y gráficamente se representa:

Un intervalo semiabierto a la izquierda de extremos a y b es _____

_____. Se denota como _____ y gráficamente se representa:

Pulsa  para ir a la página siguiente.



Para practicar


Ahora vas a practicar resolviendo distintos EJERCICIOS. En las siguientes páginas encontrarás EJERCICIOS de

- Operaciones con números racionales**
- Tipos de aproximaciones**
- Cálculos aproximados**
- Intervalos**

Procura hacer al menos uno de cada clase y una vez resuelto comprueba la solución.


Completa el enunciado con los datos con los que te aparece cada EJERCICIO en la pantalla y después resuélvelo.

Es importante que primero lo resuelvas tú y después compruebes en el ordenador si lo has hecho bien.

Pulsa  para ir a la página siguiente.

Operaciones con números racionales

<p>1. Calcula los valores exactos de $A+B$ y de $B+C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>2. Calcula los valores exactos de $A-B$, $C-A$ y $B-C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>3. Calcula los valores exactos de $A \cdot B$, $A \cdot C$ y $B \cdot C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>4. Calcula los valores exactos de A/B, de C/A y de B/C.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	


Pulsa  para ir a la página siguiente.

Tipos de aproximaciones

<p>5. Aproximar radicales. Considerando como exacto el valor de $\sqrt{\quad} = \quad$. Escribir las aproximaciones por defecto, por exceso y redondeos de orden primero, segundo, tercero, cuarto y quinto.</p>	
<p>6. Medidas aproximadas. La cinta métrica que aparece tiene divisiones hasta el medio centímetro. La utilizamos para medir una varilla y obtenemos el valor: \quad. ¿Entre qué valores exactos se encuentra la longitud real, suponiendo que ese valor es: a) por defecto, b) por exceso, c) redondeo a cm.</p>	
<p>7. Poblaciones aproximadas. Nos dicen que la población de esta ciudad es \quad habitantes y que las 4 primeras cifras de esta cantidad son significativas. ¿Entre qué valores se halla realmente la población de la ciudad?</p>	

Cálculos aproximados

<p>8. Suma y producto. Los valores $X = \quad$ e $Y = \quad$ son sendas aproximaciones por defecto de dos números reales desconocidos A y B. Averigua entre qué valores exactos se hallan $A+B$ y $A \cdot B$ y con qué precisión pueden darse los resultados.</p>	
<p>9. Calcular longitud. Debido a unas obras se quiere rodear la fuente de la imagen con una tela metálica protectora. Utilizando un flexómetro graduado en milímetros, se obtiene la longitud del diámetro de la fuente que es: \quad. Calcula la longitud de la tela metálica usando el número pi con la cantidad de cifras decimales adecuada.</p>	
<p>10. Calcular superficie. Copia el enunciado y resuelve.</p>	

Pulsa  para ir a la página siguiente.

Intervalos

Copia los intervalos y realiza cinco ejercicios de cada tipo

11. Del tipo: Intersección

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

12. Del tipo: unión


- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

13. Del tipo: diferencia

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

14. Del tipo: -A

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Pulsa  para ir a la página siguiente.

Autoevaluación

Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Escribe la fracción generatriz del número _____.

2 La milla inglesa mide 1609,34 m, redondea a km _____ millas

3 _____

4 Calcula el error absoluto y el relativo (en %) que comentemos cuando aproximamos _____ por _____.

5 Con la calculadora escribe un redondeo y un truncamiento a las milésimas de _____.

6 El número _____ es una aproximación de x con una cota de error absoluto de _____ ¿entre qué valores está el número exacto x ?

7 Calcula con tres cifras significativas el número de moléculas de un gas que, en condiciones normales, cabe en una pelota de _____ de radio.

8 Escribe el intervalo de la figura dibujándolo previamente.

9 Escribe el intervalo formado por los números x que cumplen _____

10 _____



Para practicar más

1. Dados los números:

$$A=2,7 \quad B=3,292929... \quad C=0,01030303...$$

Calcula los valores exactos de $A+B$, $C-A$ y $A \cdot C$. (Debes calcular las fracciones generatrices de A , B y C y restar).

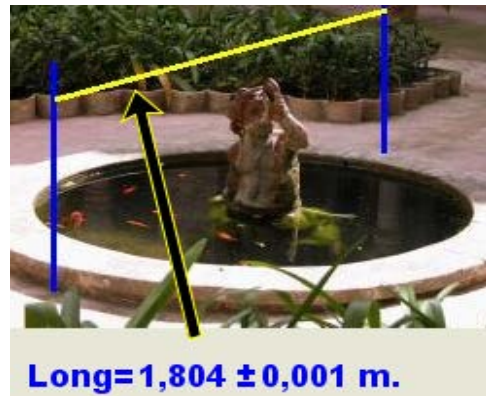
2. Considerando $7,4833147735....$ como el valor exacto de $\sqrt{56}$, escribe las aproximaciones por defecto, por exceso y redondeos de orden primero y segundo (décimas y centésimas, respectivamente).

3. La cinta métrica que aparece abajo tiene unas divisiones hasta el medio cm. La utilizamos para medir una varilla y obtenemos el valor que se muestra en ella. ¿Entre qué valores exactos se encuentra la longitud real, suponiendo que ese valor es: a) por defecto; b) por exceso; c) redondeo a cm.?



5. Los valores $X=6,235$ e $Y=92,88$ son sendas aproximaciones por defecto de dos números reales desconocidos A y B . Averigua entre qué valores exactos se hallan $A+B$ y $A \cdot B$ y con qué precisión pueden darse los resultados.

6. Debido a unas obras se quiere rodear la fuente de la imagen con una tela metálica protectora. Utilizando un flexómetro graduado en mm, se obtiene la longitud del diámetro que se indica. Calcula la longitud de la tela metálica usando el número pi con la cantidad de decimales adecuada.



Las aproximaciones pueden utilizarse también con números enteros. Para generalizar esta idea usaremos el concepto de cifras significativas: "Si un número N es un valor aproximado de otro número P , diremos que N tiene n cifras significativas si las primeras n cifras de N coinciden con las n primeras cifras de P . (No se consideran cifras significativas los ceros cuya única finalidad es situar la coma decimal)". La definición anterior es bastante intuitiva pero no siempre es correcta del todo., por ello precisamos un poco más: "Diremos que N tiene n cifras significativas si el número formado con las n primeras cifras de N difiere del número formado con las n primeras cifras de P (eliminando las comas decimales si las hubiera) en menos de $0,5$ ".

7. La distancia media de Júpiter al Sol es de $7,7833 \cdot 10^8$ km. Todas las cifras son significativas y suponemos que la órbita del planeta alrededor del Sol es circular. Calcula: a) La cota de error en km; b) El área del círculo que describe el planeta.

Dados dos subconjuntos, A y B , de un cierto conjunto de referencia, E , su intersección, $A \cap B$, es el conjunto de elementos comunes a ambos; su unión, $A \cup B$, es el conjunto formado por todos los elementos de A y todos los de B ; su diferencia, $A - B$, es el conjunto formado por todos los elementos de A que no pertenecen a B . El complementario de A , $-A$, es el conjunto formado por todos los elementos del conjunto de referencia que no pertenecen a A .

4. Nos dicen que la población de una ciudad es de 1579000 habitantes y que las 4 primeras cifras de esta cantidad son significativas. ¿Entre qué valores se halla realmente su población?

8. Determina los conjuntos $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ y $-A$ en los casos siguientes:

1. $A = [-11, -9]$ $B = (-1, 6)$
2. $A = [-5, 5]$ $B = (3, 4)$
3. $A = [-2, 7]$ $B = (-2, 6)$