12 Probabilidad

Contenidos

1. Experimentos aleatorios
   Espacio muestral y sucesos
   Operaciones con sucesos
   Sucesos compatibles, incompatibles

2. Probabilidad de un suceso
   La regla de Laplace
   Frecuencia y probabilidad
   Propiedades de la probabilidad

3. Experimentos compuestos
   Regla de la multiplicación
   Extracciones con y sin devolución
   Probabilidad condicionada
   Probabilidad con diagramas de árbol

Objetivos

- Hallar los sucesos de un experimento aleatorio y realizar operaciones con ellos.
- Calcular la probabilidad de un suceso mediante la regla de Laplace.
- Conocer las propiedades de la probabilidad.
- Hallar la probabilidad de un suceso en un experimento compuesto.
- Hallar probabilidades de sucesos dependientes e independientes.
- Aplicar la probabilidad a situaciones de la vida cotidiana.

Autora: Mª Isabel Hermida Rodríguez

Antes de empezar

Investiga

Imagina que estás en un concurso de televisión en el que te ofrecen tres puertas, a elegir una.
Detrás de una de las puertas hay un coche y detrás de cada una de las otras dos, un burro.
Eliges una puerta, pero antes de abrirla, el presentador, que sabe lo que hay detrás de cada una, abre una de las dos que no has elegido tras la que, por supuesto hay un burro, y entonces te da la oportunidad de cambiar tu elección.

Naturalmente quieres llevarte el coche, ¿qué harías, cambiar de puerta o no cambiar?
Antes de decidir, vamos a experimentar jugando. Puedes jugar tú o bien hacer que juegue en automático; después de varios intentos anota los resultados:

Manual	***Cambiando***	***Manteniendo***	***Total***
Intentos			
Coches			
% aciertos			

Automático	***Cambiando***	***Manteniendo***	***Total***
Intentos			
Coches			
% aciertos			

CONTESTA	RESPUESTA
Cuando eliges tú, ¿cuándo consigues más coches, cambiando o manteniendo?	
Cuando se elige automáticamente, ¿cuándo se consiguen más coches, cambiando o manteniendo?	
Después de lo visto, si quieres llevarte el coche, ¿qué harías, cambiar de puerta o no cambiar?	

Si haces una apuesta en la bonoloto, ¿qué probabilidad tienes de acertar los 6 números?,

____

¿Y tres?_____________________________________

Pulsa para ir a la página siguiente.

1. Experimentos aleatorios

1.a. Espacio muestral y sucesos

Lee las definiciones de la pantalla y completa:
Son experimentos **aleatorios,** aquellos en los que ______________________________________
Se llama espacio **muestral** ____
Un **suceso elemental** es ____
Un **suceso** es ____
Hay un suceso que se verifica siempre ________________________ y coincide con el ________
____

Fíjate en la escena, en ella podemos extraer de forma aleatoria una carta de la baraja. Aparecen varios sucesos, y si mueves el ratón por encima de ellos, aparecen los sucesos elementales que los forman. Con ayuda de la escena, completa esta tabla:

SUCESO	***SUCESOS ELEMENTALES***
Sacar el rey de oros	
Sacar oros o rey	
Sacar una figura	

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. Operaciones con sucesos

Lee las definiciones de la pantalla y completa
Con los sucesos de un experimento aleatorio se pueden realizar distintas operaciones. Dados dos sucesos A y B:

- La **unión** de A y B, **AUB**, es el suceso formado por ______________________________ ________________________ Ocurre cuando ______________________________________
- La **intersección**, **A∩B**, es el suceso formado por ___________________________________ y ______________________ Ocurre cuando ____________________________________
- La **diferencia** de A y B, **A\B**, es el suceso formado por ____________________________ ________________________ Ocurre cuando ______________________________________
- El **suceso contrario** a uno dado A, **$\bar{A}$**, es el suceso formado por ______________________ ________________________ Ocurre cuando ______________________________________
- El suceso contrario del **seguro** es el suceso ________________, que no se verifica nunca, se indica con **Ø**.

En la escena puedes ver un ejemplo de distintos sucesos y sus contrarios:
En una urna hay 12 bolas numeradas del 1 al 12. Se saca una bola y se mira el número, consideramos los sucesos A= "salir par" y B= "salir múltiplo de 3". Escribe a continuación los sucesos elementales que forman los sucesos indicados en la tabla:

A		$\overline{A}$	
B		$\overline{B}$	
AUB		$\overline{A \cup B}$	
A∩B		$\overline{A \cap B}$	
A\B		$\overline{A \setminus B}$	
B\A		$\overline{B \setminus A}$	

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.c. Sucesos compatibles e incompatibles

Lee las definiciones de la pantalla y completa
En un experimento aleatorio hay sucesos que pueden ocurrir a la vez y sucesos que no.

- Dos sucesos se dicen **compatibles** si ______________________________. En este caso $A \cap B \neq \emptyset$, ________________ ocurrir a la vez.
- Dos sucesos se dicen **incompatibles** si no ______________________________, en este caso $A \cap B = \emptyset$, ________________ ocurrir a la vez

Un suceso y su contrario son siempre ____________________, pero dos sucesos incompatibles no siempre son ____________________.

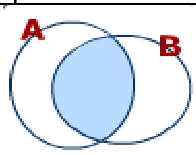
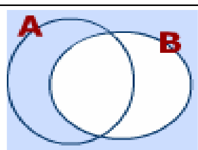
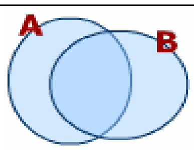
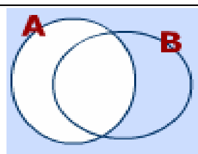
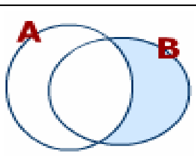
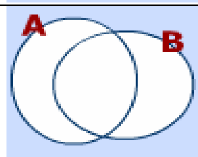
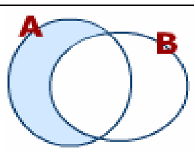
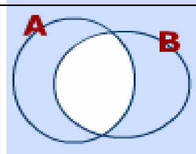
Dado el **Espacio muestral**={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}, y los sucesos: **Rojo**={1, 4, 7, 10}, **Verde**={1, 2, 3}, **Azul**={3, 6, 9, 12}, **Gris**={7, 8, 9} y **Naranja**={3, 5, 7}, con ayuda de la escena di si son compatibles o no los sucesos:

SUCESOS	***COMPATIBLES /INCOMPATIBLES***	***SUCESOS***	***COMPATIBLES /INCOMPATIBLES***
Verde y Rojo		Rojo y azul	
Verde y azul		Verde y amarillo	
Azul y gris		Rojo y amarillo	
Verde y gris		Amarillo y gris	
Rojo y gris		Amarillo y azul	

Representar los sucesos y las operaciones mediante un diagrama ayuda a entenderlos mejor.

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Pulsa sobre dos interrogantes de distinto color para emparejar una operación entre sucesos y el diagrama correspondiente. Completa los resultados en esta tabla:

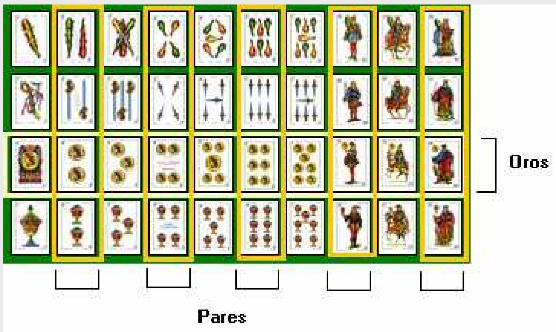
			
			
			
			

Pulsa para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

1. En una bolsa tenemos tres bolas numeradas como 1, 2 y 3. Consideramos el experimento de extraer una bola y anotar su número. Escribe todos los sucesos posibles. Indica cuáles de ellos son los elementales.

2. En una baraja, bajo el experimento de extraer una carta, considera los sucesos a) par, b) oros, c) par y oros, d) par u oros, e) par menos oros, f) oros menos par y g) no par. Escribe los sucesos elementales que los forman.



3. Al tirar un dado consideramos los sucesos: A={Par}, B={mayor de 3}, y C={impar}. De los tres pares de sucesos posibles AB, AC y BC, indica cuáles son compatibles y/o incompatibles

Pulsa para ir a la página siguiente.

2. Probabilidad de un suceso

2.a. La regla de Laplace

Lee las definiciones de la pantalla.

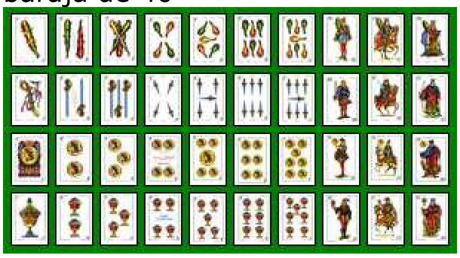
CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cuándo decimos que un experimento aleatorio es **regular**?	
¿Qué significa que los sucesos elementales son **equiprobables**?	
Dado un suceso A, ¿a qué llamamos **casos favorables**? ¿y **casos posibles**?	
¿Podemos aplicar siempre la **regla de Laplace**? Si la respuesta es negativa, indica cuando se puede aplicar	

A continuación escribe la fórmula de la **Regla de Laplace**

$$P(A) = \frac{\text{nº casos } \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}{\text{nº casos}}$$

Con ayuda de la escena de la derecha, calcula las siguientes probabilidades

Extraemos una carta de una baraja de 40



SUCESOS	***PROBABILIDAD***
Que sea de un palo determinado	
Que sea de un nº determinado	
Que sea un as o un basto	
Que sea un as y un basto	
Que no sea ni as ni basto	

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Considerando el experimento "tirar un dado" o "extraer una carta de la baraja española" calcula las probabilidades pedidas

P(par)=	P(impar)=	P(oros o copas)=	P(3 de bastos)=
P(>4)=	P(2 ó 6)=	P(oros)=	P(bastos)=
P(3)=	P(>2 y <5)=	P(rey)=	P(bastos o copas)=
P(<5 y par)=	P(>2 ó <5)=	P(Rey de oros)=	P(figura)=
P(3 o par)=	P(>3 y <5)=	P(Un 3)=	P(figura de oros)=

Pulsa para ir a la página siguiente.

2.b. Frecuencia y probabilidad

Lee las definiciones de la pantalla y completa:

La **frecuencia absoluta** de un suceso es ____

La **frecuencia relativa** es ____

____.

La **ley de los grandes números** dice que cuando repetimos un experimento _______________

____

____

Como consecuencia de la ley de los grandes números, tenemos una nueva **definición de probabilidad** de un suceso como ____

____

En la escena de la derecha se simula el lanzamiento de tres monedas; a partir de los resultados de los lanzamientos, compara las probabilidades y las frecuencias de los sucesos:

Nº de lanzamientos	>100	>200	>500	>1000		
fr(0 caras)=					P(0 caras)=	
fr(1 caras)=					P(1 caras)=	
fr(2 caras)=					P(2 caras)=	
fr(3 caras)=					P(3 caras)=	

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cómo es la probabilidad de obtener cero caras, mayor o menor que su frecuencia?	
¿Cómo es la probabilidad de obtener dos caras, mayor o menor que su frecuencia?	
¿Cuándo se parecen más las frecuencias, con 100 lanzamientos o con más de 1000? ¿Por qué?	

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Practica con la escena y escribe a continuación un ejercicio:

En una urna hay ____ bolas azules y rojas, no sabemos cuantas de cada color. Para averiguarlo extraemos una bola, miramos el color y la devolvemos a la urna antes de sacar otra. Repite el experimento muchas veces y observa la tendencia de las frecuencias relativas. Después de extraer más de 3000 bolas contesta:

¿Cuántas bolas de cada color estimas que hay en la urna?

Azules ☐ **Rojas** ☐

Pulsa para ir a la página siguiente.

2.c. Propiedades de la probabilidad

Vista la relación entre frecuencia relativa y probabilidad, se cumple que:

- La probabilidad de un suceso es un número _____________________.
- La probabilidad del **suceso seguro** es ______ y la del **suceso imposible** es _______.
- La probabilidad de la **unión de dos sucesos incompatibles** es _______________

Y de éstas se deduce además que:

- La probabilidad del **suceso contrario** es **p($\bar{A}$)**= _________________
- La probabilidad de la **unión de dos sucesos compatibles** es _____________________

En la escena de la derecha hay un ejemplo resuelto:
En una urna hay 10 bolas numeradas del 1 al 10. Se saca una bola y se mira el número. Consideramos los sucesos: A= {1, 2, 3, 4} y B={4, 5, 6, 7, 8}.

Con ayuda de la escena escribe la probabilidad de los sucesos de la tabla:

p(A)	p(A∩B)	p($\bar{A}$)	p($\overline{A \cap B}$)
p(B)	p(A\B)	p($\bar{B}$)	p($\overline{A \setminus B}$)
p(AUB)	p(B\A)	p($\overline{A \cup B}$)	p($\overline{B \setminus A}$)

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

Lee el ejemplo resuelto y a continuación haz tú un ejercicio de cada tipo:

1. En un grupo el ___% habla francés, y el ___% habla inglés, si el ___% habla los dos idiomas, ¿qué porcentaje habla alguno de los dos, francés o inglés?

2. En una clase el ___% aprueba Lengua y el ___% aprueba Matemáticas, si el __% ha aprobado alguna de las dos, ¿qué porcentaje ha aprobado las dos asignaturas?

3. En un instituto el ___% de los estudiantes de 4º de ESO ha escogido Física y el ___% Tecnología, si el ___% ha escogido las dos, ¿qué porcentaje no cursa ninguna de las dos asignaturas?

Pulsa para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

4. Tenemos un dado de 20 caras {1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,5,6,6,6,6,6} perfectamente equilibrado

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los resultados posibles?

b) P(par)=

c) P(mayor de 3)=

d) P(par y mayor de 3)=

e) P(par o mayor de 3)=

5. En una bolsa tenemos 7 bolas rojas, 9 bolas azules y 4 verdes. Extraemos una bola, calcula la probabilidad de que

a) No sea roja

b) Sea roja o azul

6. En una urna hay 40 bolas rojas y azules, no sabemos cuántas de cada color,. Para averiguarlo extraemos una bola, miramos el color y la devolvemos a la urna antes de sacar otra. Repetimos el experimento 1000 veces y obtenemos 807 bolas rojas y 193 bolas azules. ¿Cuántas bolas de cada color estimas que hay en la urna?.

7. En un grupo, el 40% juega baloncesto y el 60% fútbol, sabiendo que el 85% practica alguno de los dos deportes, ¿qué porcentaje juega a los dos?

8. En una clase el 68% aprueba Lengua y el 66% Matemáticas, si el 43% ha aprobado las dos asignaturas, ¿qué porcentaje no aprueba ninguna de las dos?.

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

3. Experimentos compuestos

3.a. Regla de la multiplicación

Un **experimento compuesto** es el que ____
____

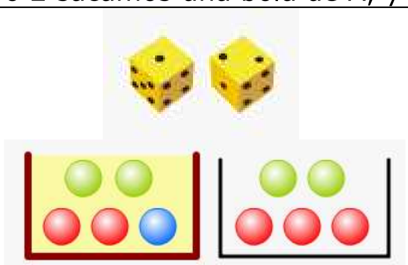
Para calcular el espacio muestral de un experimento compuesto conviene, en muchas ocasiones hacer un diagrama de árbol que represente todas las opciones. Cada resultado viene dado por un camino del diagrama.
La probabilidad de un **suceso** en un **experimento** compuesto es el ____________________ de las probabilidades de los sucesos simples que lo forman. Observa en la escena cómo construye el diagrama de árbol del ejemplo y como se usa para calcular la probabilidad de cada suceso.

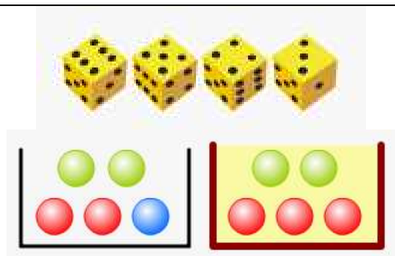
Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

1 Se hace girar una ruleta una vez, según el color que salga, se sigue un camino u otro. Cada camino lleva a otra ruleta. Para calcular la probabilidad de cada color final basta multiplicar la obtenida en la primera ruleta por la de la segunda.
Pulsa sobre **OTRAS RULETAS** para empezar; haz varios ejemplos y a continuación copia uno de ellos

P(**A**)=	P(**V**)=
P(**N**)=	P(**R**)=

2 Tenemos dos urnas, A y B, con bolas rojas, verdes y azules. Lanzamos un dado, si sale 1 ó 2 sacamos una bola de A, y si sale 3, 4, 5 ó 6 de B





p(A y R)= ___ . ___ = ___	p(A y V)= ___ . ___ = ___	p(A y A)= ___ . ___ = ___
p(B y R)= ___ . ___ = ___	p(B y V)= ___ . ___ = ___	p(B y V)= ___ . ___ = ___

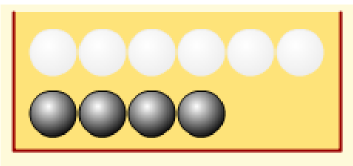
Pulsa para ir a la página siguiente.

3.b. Extracciones con y sin devolución

Un ejemplo de experimento compuesto lo encontramos en la extracción sucesiva de cartas o de bolas de una urna... en estos casos hay que considerar si se devuelve la carta, bola, etc. antes de sacar la siguiente o no.
En la página hay una escena, que corresponde con la extracción de cartas de una baraja española; practica con ella antes de hacer el ejercicio.

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

En una urna hay 6 bolas blancas y 4 negras. Sacamos dos bolas, una tras otra
Haz el diagrama de árbol en cada caso



	Con devolución	***Sin devolución***

Calcula las siguientes probabilidades:	***Con devolución***	***Sin devolución***
¿cuál es la probabilidad de que las dos sean blancas?		
¿cuál es la probabilidad de que la 1ª sea blanca y la 2ª negra?		
¿cuál es la probabilidad de que las dos sean negras?		

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Probabilidad condicionada

Cuando se realizan observaciones de varios sucesos puede que uno dependa del otro.

Se llama **probabilidad condicionada**, de B a A, y se expresa **p(B/A)** a la probabilidad de que ____

$$P(B/A)=\frac{\quad}{\quad}$$

Si pinchas el enlace **¿Por qué?** verás la demostración de esta fórmula

Dados dos sucesos, se dice que son **independientes** si ______________________________
____
Dados dos sucesos, se dice que son **dependientes** si ______________________________
____.

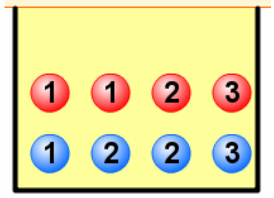
- A y B **independientes**: P(B/A)=_____________
- A y B **independientes**: P(A∩B)=_____________

En la escena de la derecha tienes un ejemplo de sucesos dependientes; sigue sus instrucciones para ver la explicación.

Primero haz tú los cálculos y comprueba en la escena después

Fíjate bien en las bolas numeradas que contiene la urna.
Vamos a extraer una bola, queremos averiguar si tendrás premio.

Sigue las instrucciones de la escena para ver tu probabilidad de premio.



Número	***Roja***	***Azul***
p(1)=	p(1/roja)=	p(1/azul)=
p(2)=	p(2/roja)=	p(2/azul)=
p(3)=	p(3/roja)=	p(3/ azul)=

Explica a continuación que sucesos son independientes y por qué

Explica a continuación que sucesos son dependientes y por qué

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

En una urna hay 12 bolas de colores y huecas, algunas de la cuales llevan premio en su interior. La distribución de las bolas según colores y CON PREMIO o SIN PREMIO está en la tabla. Completa la tabla:

				TOTAL
CON PREMIO				
SIN PREMIO				
TOTAL				

Este tipo de tablas se llaman **TABLAS DE CONTINGENCIA** y se caracterizan por ____________
____
____
____

Extraemos una bola al azar, calcula las probabilidades pedidas

probabilidad de que tenga premio $p\,(premio) =$ ____________

probabilidad de que sea verde $p\,(verde) =$ ____________

probabilidad de que sea verde y tenga premio $p(verde \cap premio) =$ ________

si la bola es verde, la probabilidad de que tenga premio $p(verde/\,premio) =$ ________

¿Como son los sucesos salir bola verde y salir bola con premio? ______________________

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.d. Diagramas de árbol

Como has podido ver, en los experimentos compuestos se puede hacer un diagrama en árbol, y cada resultado viene dado por un camino en dicho árbol.

Para calcular una probabilidad solo hay que dibujar el camino correspondiente, y el producto de las probabilidades de todas las ramas que lo forman será el valor que buscamos.

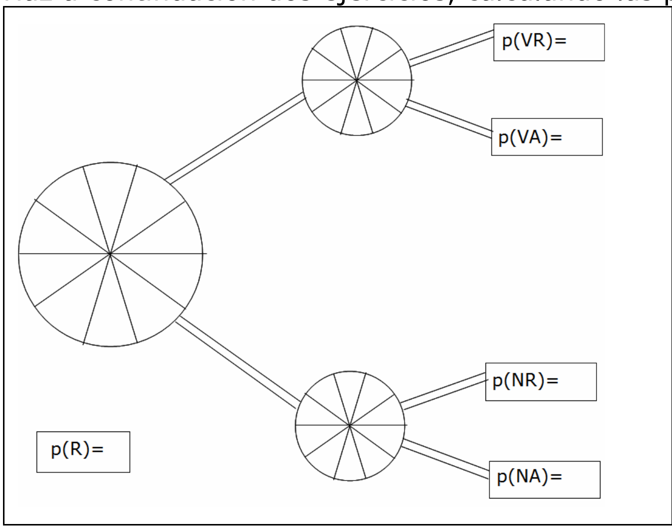
- Si ocurre A y luego B: P(A y B)=________________
- La suma de las probabilidades de todos los caminos es igual a ______
- La probabilidad de un suceso compuesto por varios caminos se calcula ____________ la de los caminos respectivos.

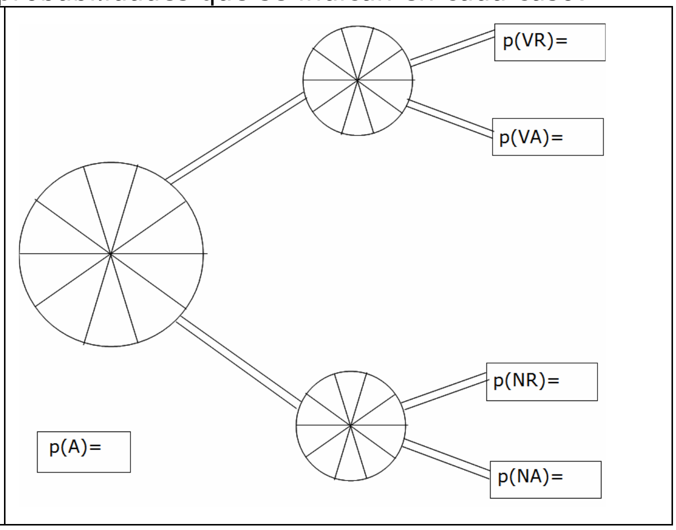
En el ejemplo de la escena de la derecha puedes comprobar este último resultado, juega y observa la suma total.

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

A la izquierda tienes una ruleta que determina que camino elegimos entre dos, y una ruleta en cada camino para elegir el color; cada vez que pulsas Nuevas ruletas, tienes un ejercicio diferente, y cada vez que pulsas Girar ruletas, se realiza el experimento y se calculan las frecuencias absoluta y relativa.

Haz a continuación dos ejercicios, calculando las probabilidades que se indican en cada caso:

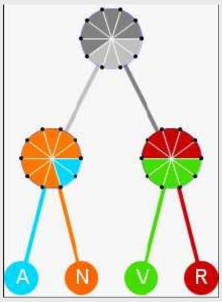




Pulsa para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

9. En las ruletas de la figura adjunta, calcula la probabilidad de cada uno de los caminos.

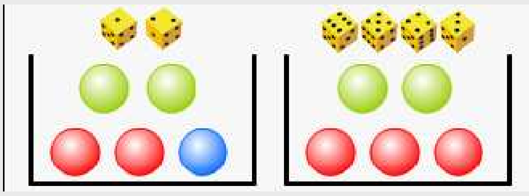


P(azul) = P(naranja)=

P(verde) = P(rojo) =

10. Lanzamos un dado de 4 caras {1,2,3,4} y otro de 10 caras {1,2,2,3,3,3,4,4,4,4}. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos 3?. ¿Y dos 4?

11. Lanzamos un dado, si sale 1 ó 2 sacamos una bola de la urna A y si no de la B, ¿Cuál es la probabilidad de sacar la bola azul?



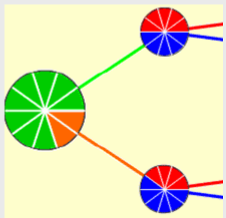
12. En una bolsa tenemos 5 bolas numeradas del 1 al 5. Extraemos dos bolas, a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 2 y un 3 si no devolvemos las bolas sacadas?. b) ¿Y cuál si las devolvemos?

13. En una caja hay 6 bolas blancas y 4 bolas negras, ¿qué probabilidad hay de que al extraer dos bolas sean las dos blancas?. Hazlo sin devolución y con devolución.

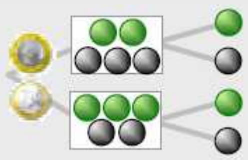
14. En una caja hay 12 bolas de tres colores, rojas, azules y verdes. Están huecas y en algunas hay premio y en otras no. La distribución de premios y colores es la que se indica en la tabla. Calcula las probabilidades siguientes e indica si los sucesos "premio" y "color" son dependiente o independientes en cada caso.

				TOTAL
CON PREMIO	1	1	2	4
SIN PREMIO	1	2	5	8
TOTAL	2	3	7	12

15. Calcula la probabilidad de obtener rojo en las ruletas de la figura.



16. . Lanzamos una moneda, si sale cara sacamos una bola de una urna con 2 bolas verdes y 3 bolas negras; si sale cruz de otra urna con 3 bolas verdes y 2 bolas negras. Calcula la probabilidad de que la bola extraída sea verde.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

Experimentos aleatorios

Un experimento aleatorio es aquel en el que ____ ___________________________________ el resultado por más que se repita

Espacio **muestral** ____

Llamaremos **suceso** _______________________ _______________________________________.

Suceso **seguro**: _________________________ ____

Sucesos **elementales**: __________________ ____

Suceso **imposible**: ______________________ ____

Un suceso A: ____________________________ ____

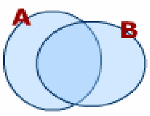
Suceso **contrario** a un suceso A: _________ ____

Dos sucesos son **compatibles** si __________ ____

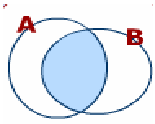
Dos sucesos son **incompatibles** si _________ ____

Operaciones con sucesos

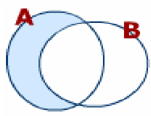
Unión A U B : se verifica cuando



Intersección A ∩ B : se verifica cuando



Diferencia A–B: se verifica cuando



Regla de Laplace

Se puede aplicar solo cuando los sucesos elementales son _________________________

$$p = \frac{\text{Nº casos }\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}{\text{Nº casos}}$$

Propiedades de la probabilidad

	A y B son **incompatibles**	A y B **compatibles**
p(S. seguro) = P(E) = _______ p(S. imposible) = P(Ø) = _______ _______ ≤ P(suceso) ≤ ______ p(Ā)= 1- p(_____)	p(A U B) =______________	p(A U B) =_______________

Probabilidad condicionada

En sucesos consecutivos pueden producirse dos situaciones:

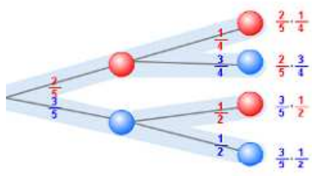
Independientes **Dependientes**

Probabilidad condicionada $p(B/A) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

Experimentos compuestos

La probabilidad de un camino

P(A y luego B)=________________



Pulsa para ir a la página siguiente.

Para practicar

Ahora vas a practicar resolviendo distintos EJERCICIOS. En las siguientes páginas encontrarás EJERCICIOS de:

Sucesos y probabilidad sencillos
Sucesos compuestos y probabilidad condicionada.

Completa el enunciado con los datos con los que te aparece cada EJERCICIO en la pantalla y después resuélvelo.

Es importante que primero lo resuelvas tú y después compruebes en el ordenador si lo has hecho bien.

Sucesos y probabilidad sencillos

1 Sucesos (4 tipos de ejercicios)

1.1. Elegimos una ficha de dominó al azar, describe los sucesos:

A=La suma de los puntos es mayor que ___
B= La suma de los puntos es un múltiplo de ___
Escribe $A \cap B$ y $A \cap \overline{B}$

1.2. Con un diagrama de árbol construye el espacio muestral del experimento resultante de tirar 4 monedas. Considera los sucesos

A= salir una ______
B= salir al menos dos ________
Escribe AUB, $A \cap B$ y el suceso contrario de B

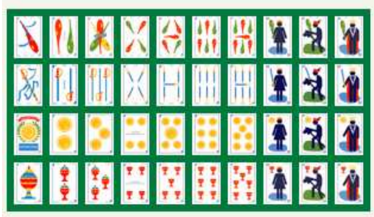
1.3. Lanzamos un dado de 12 caras y anotamos el número de la cara superior. Describe los sucesos

A=sacar un nº par
B=sacar un nº mayor que __
C=sacar un nº menor que ___
D=sacar múltiplo de _____
Señala que pares de estos sucesos son incompatibles.

1.4. En el experimento de sacar una carta de la baraja española, considera los sucesos

A= sacar una figura
B= sacar _______________

Obtén los sucesos $\overline{A}\cap B$ y $A\cap\overline{B}$

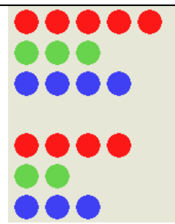


2 Regla de Laplace (6 tipos de ejercicios)

2.1. En una caja hay ___ bolas rojas, ___ bolas verdes y ___ bolas azules.

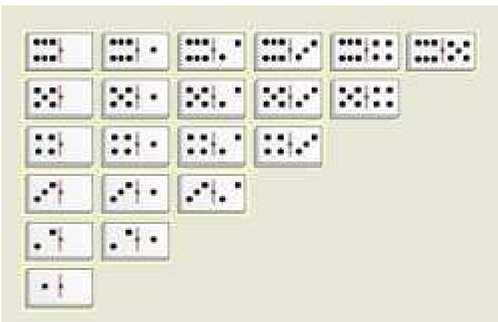
En otra caja hay ___ bolas rojas, ___ bolas verdes y ___ bolas azules.

¿En qué caja es mayor la probabilidad de sacar una bola __________?



2.2. Encima de la mesa tenemos dos cartas de la baraja española que aparecen abajo, sacamos otra carta, calcula la probabilidad de que sea de ______________.

2.3. De un juego de dominó quitamos todas las fichas dobles, luego sacamos una ficha al azar, calcula la probabilidad de que la suma de los puntos sea un múltiplo de ____.



2.4. Formamos todos los números de tres cifras posibles con el ___, el ___ y el ___. Elegimos uno de estos al azar, calcula la probabilidad de que acabe en ____.

2.5. Se elige al azar un número entre los ____ primeros números naturales (a partir del 1). Calcula la probabilidad de los sucesos

A= salir un nº mayor que ___ y menor que ___ B=salir un múltiplo de _____

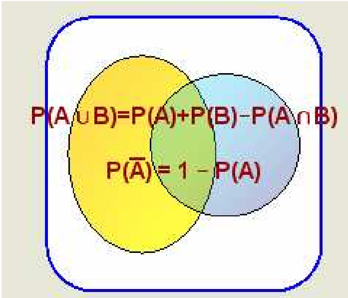
2.6. Para corregir un examen de probabilidad un profesor benévolo ha decidido hacerlo de la siguiente manera:

Tira dos dados y se fija en la mayor de las puntuaciones obtenidas, si esta es menor que ___ pone Insuficiente y en los otros casos Suficiente. Con este método, ¿Qué probabilidad tiene un estudiante de __________?

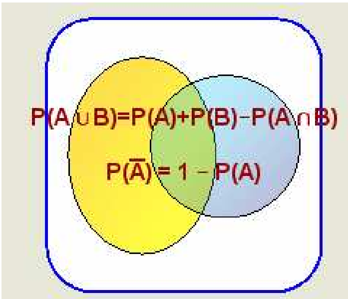
3 Propiedades de la probabilidad (5 tipos de ejercicios)

3.1. Un dado está trucado de manera que las caras son un nº _______ tienen __________ probabilidad de salir que las que no son. Calcula la probabilidad de cada una de las caras y la de sacar un nº _______.

3.2. Considera dos sucesos A y B de un experimento aleatorio. Si p(A)= ______, p(AUB)= ______ y p(A∩B)= _____; calcula la probabilidad de A/B y de B/A.



3.3. La probabilidad de un suceso A es p(A)= _____ y la de otro es p(B)= _____. Si la probabilidad de que ocurran los dos a la vez es . p(A∩B)= _____; calcula la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos.



3.4. La probabilidad de un suceso A es _______. Calcula la probabilidad del suceso contrario.

3.5. En una urna hay bolas blancas, rojas y negras, pero no sabemos cuántas ni en qué proporción. En 1000 extracciones (devolviendo la bola cada vez) hemos obtenido bola blanca _____ veces, roja _____ veces y negra _____ veces. Al hacer una nueva extracción, ¿qué probabilidad hay de sacar una bola _______? Si en la urna hay ___ bolas, ¿cuántas estimas que habrá de cada color?.

Pulsa para ir a la página siguiente.

Sucesos compuestos y probabilidad condicionada.

4. Bolas de la urna (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

4.1. En una caja hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y ____ bolas negras. Se extraen sucesivamente y **con** reemplazamiento dos bolas. Calcula la probabilidad de que ambas sean del mismo color.

4.2. En una caja hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y ____ bolas negras. Se extraen sucesivamente y **sin** reemplazamiento dos bolas. Calcula la probabilidad de que ambas sean del mismo color.

5. Una de cada (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

5.1. En una caja hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y ____ bolas negras. En otra hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y ____ bolas negras. Se extrae una bola de cada caja, calcula la probabilidad de que ambas sean del mismo color.

5.2. En una caja hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y ____ bolas negras. En otra hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y ____ bolas negras. Se extrae una bola de cada caja, calcula la probabilidad de que ambas sean del mismo color.

6. Primero el dado (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

6.1. En una urna, A, hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y ____ bolas negras. En una urna, B, hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y ____ bolas negras. Se tira un dado, si sale un número mayor que ___ se saca una bola de la urna A y si no de la B. Calcula la probabilidad de que la bola sea __________.

6.2. En una urna, A, hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y _____ bolas negras. En una urna, B, hay ___ bolas rojas, ___. Bolas blancas y _____ bolas negras. Se tira un dado, si sale un número mayor que ___ se saca una bola de la urna A y si no de la B. Calcula la probabilidad de que la bola sea ___________

7. De la baraja (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

7.1. De una baraja española se extraen dos cartas **sin** reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que

a) las dos sean del mismo palo

b) una sea de _______ y otra de ________

7.2. De una baraja española se extraen dos cartas **con** reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que

a) las dos sean del mismo palo

b) una sea de _______ y otra de ________

8. Con gafas o sin gafas (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

8.1. En un instituto hay ______ estudiantes, de los que ______ son chicos y el resto chicas. El ___% de los chicos y el ___% de las chicas lleva gafas. Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que **no lleve** gafas?

	con g	sin g
H		
M		

8.2. En un instituto hay ______ estudiantes, de los que ______ son chicos y el resto chicas. El ___% de los chicos y el ___% de las chicas lleva gafas. Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que **lleve** gafas?

	con g	sin g
H		
M		

9. Fumadores y no fumadores (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

9.1. En una empresa trabajan _____ hombres y _____ mujeres. Hay ____ hombres y ____ mujeres que son fumadores. Elegida una persona de esa empresa al azar, calcula la probabilidad de que:
a) sea una mujer fumadora
b) sea una mujer sabiendo que fuma.

	F	NF
H		
M		

9.2. En una empresa trabajan _____ hombres y _____ mujeres. Hay ____ hombres y ____ mujeres que son fumadores. Elegida una persona de esa empresa al azar, calcula la probabilidad de que:
a) sea una mujer fumadora
b) sea una mujer sabiendo que fuma.

	F	NF
H		
M		

10. Monedas del bolsillo (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

10.1. Llevo en un bolsillo ______ monedas de 10 céntimos, ______ de 20 céntimos y _______ de 1 €. Saco dos monedas al azar, qué probabilidad hay de que:
a) las dos sean de _____________
b) saque ______________________.

10.2. Llevo en un bolsillo ______ monedas de 10 céntimos, ______ de 20 céntimos y _______ de 1 €. Saco dos monedas al azar, qué probabilidad hay de que:
a) las dos sean de _____________
b) saque ______________________.

11. Tirando a canasta (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

11.1. Un jugador de baloncesto suele encestar el _____% de sus tiros desde el punto de lanzamiento de personales. Si tira tres veces, calcula la probabilidad de que:
a) enceste ________ veces
b) no enceste ninguna vez

11.2. Un jugador de baloncesto suele encestar el _____% de sus tiros desde el punto de lanzamiento de personales. Si tira tres veces, calcula la probabilidad de que:
a) enceste ________ veces
b) enceste las tres veces.

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

Autoevaluación

Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1. Escribimos cada una de las letras de la palabra _______________ en un papel y sacamos una al azar. Escribe el suceso “salir vocal”

2. Una moneda está trucada de manera que la probabilidad de salir _____ es _____________ la probabilidad de salir _____, ¿qué probabilidad hay de sacar ______?

3. En una bolsa hay 100 bolas numeradas del 0 al 99, se extrae una bola calcula la probabilidad de que en sus cifras no esté el ___.

4. Se elige una ficha de dominó, considera los sucesos A=”salir una ficha doble”, B=”la suma de los puntos es múltiplo de ___”. ¿Cuál es la probabilidad de AUB?

5. Si A y B son dos sucesos tales que P(A)=_____; P(B)=_____ y P(A∩B)=____. Calcula la probabilidad de que no ocurra ni A ni B.

6. Se lanza una moneda y un dado, calcula la probabilidad de que salga “______” y “número ________”

7. Tenemos dos urnas con bolas rojas, verdes y azules, como en la figura. Sacamos una bola de cada urna, calcula la probabilidad de las dos bolas sean ___________.

8. Los resultados de un examen realizado por dos grupos de 4º ESO se muestran en la tabla de la izquierda. Se elige un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que sea del grupo A si sabemos que ha ________________.

9. Tengo en un cajón ____ calcetines de color blanco y ____ de color negro. Si cojo dos calcetines sin mirar, ¿qué probabilidad hay de que sean del mismo color?

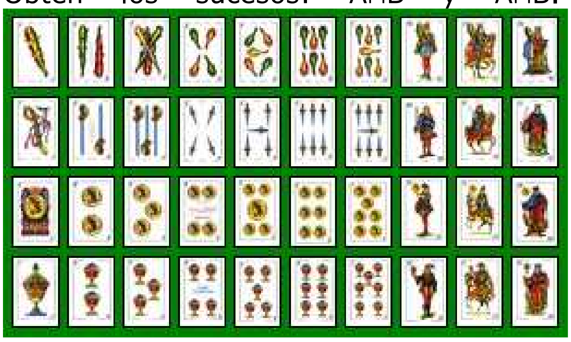
10. Se sacan dos cartas de una baraja de 40, una tras otra. Si la extracción se hace ______ reemplazamiento, calcula la probabilidad de que _________________________________ ____________________________.

Para practicar más

1. Lanzamos un dado de doce caras y anotamos el número de la cara superior. Describe los sucesos:
A="Sacar un nº par"
B="Sacar un número mayor que 6
C="Sacar un número menor que 3"
D="Sacar múltiplo de 3"
Señala que pares de estos sucesos son incompatibles.

2. Elegimos una ficha de dominó al azar, describe los sucesos: A="La suma de los puntos es mayor que 7"; B="La suma de los puntos es múltiplo de 5". Escribe $A \cap B$ y $A \cap B$.

3. En el experimento de sacar una carta de una baraja española, considera los sucesos:
A="Sacar una figura", B="Sacar copas"
Obtén los sucesos: $A \cap B$ y $A \cap B$.



4. En la escuela municipal de un pueblo hay clases para deportes de equipo de baloncesto, fútbol y voleibol. Hay 100 inscritos en deportes de equipo, 70 van a clases de fútbol, 60 de baloncesto y 40 a fútbol y baloncesto. ¿Cuántos van sólo a voleibol?

5. Con un diagrama de árbol construye el espacio muestral del experimento de lanzar 4 monedas. Considera los sucesos:
A="Salir una cara"
B="Salir al menos dos cruces"
Escribe $A \cup B$, $A \cap B$ y el suceso contrario de B

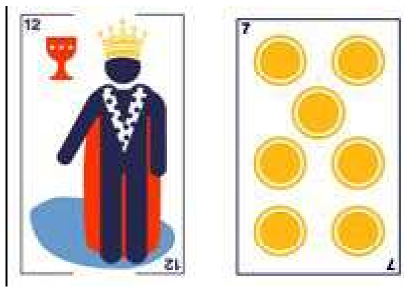
6. De un juego de dominó quitamos todas las fichas dobles, luego sacamos una ficha al azar, calcula la probabilidad de que la suma de los puntos sea múltiplo de 5.

7. Formamos todos los números posibles de tres cifras con el 3, el 5 y el 6, repetidas o no. Elegimos uno de esos números al azar, calcula la probabilidad de que acabe en 5.

8. En una caja hay 3 bolas rojas, 3 bolas verdes y 2 azules; en otra caja hay 2 bolas rojas, 3 verdes y 2 azules. ¿En qué caja es mayor la probabilidad de extraer una bola azul?.

9. Se elige al azar un número del 1 al 30.Calcula la probabilidad de elegir:
a) un nº mayor que 3 y menor que 17
b) un múltiplo de 3

10. Encima de la mesa tenemos las dos cartas que aparecen debajo, sacamos otra carta, calcula la probabilidad de que sea de oros.?



11. Para corregir un examen de probabilidad un profesor benévolo ha decidido hacerlo de la siguiente manera: *Tira dos dados y se fija en la mayor de las puntuaciones obtenidas, si es menor que 4 pone Insuficiente y en los otros casos Suficiente*.
Con este método, ¿qué probabilidad hay de aprobar?

12. La probabilidad de un suceso A es 0,15, ¿cuál es la probabilidad del suceso contrario?

13. Un dado está trucado de forma que las caras con número impar tienen triple probabilidad de salir que las caras con número par. Calcula la probabilidad de cada una de las caras y la de sacar número impar.

14. La probabilidad de un suceso A es 0,14 y la de otro B es 0,39. Si la probabilidad de que ocurran los dos a la vez es 0,13. Calcula la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos.

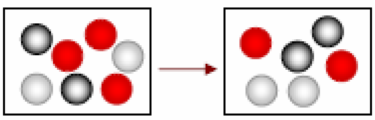
15. Considera dos sucesos A y B de un experimento aleatorio con $P(A)=0,16$ y $P(A\cup B)=0,65$; $P(A\cap B)=0,02$; calcula la probabilidad de A-B y de B-A.

16. En una urna hay bolas blancas, rojas y negras, pero no sabemos cuántas ni en qué proporción. En 1000 extracciones, devolviendo la bola cada vez, se ha obtenido bola blanca 223 veces, roja 320 veces y negra 457 veces. Al hacer una nueva extracción, ¿qué probabilidad hay de sacar una bola roja?. Si en la urna hay 23 bolas, ¿cuántas estimas que habrá de cada color?.

17. En una caja hay 3 bolas rojas, 2 bolas blancas y 2 bolas negras. Se extraen dos bolas, calcula la probabilidad de que las dos sean del mismo color si la extracción se hace:

a) con devolución
b) sin devolución.

18. En una caja, A, hay 3 bolas rojas, 2 bolas blancas y 2 negras, en otra caja, B, hay 2 bolas de cada color. Se extrae una bola de la caja A y se pone en la B, después se saca una bola de B. Calcula la probabilidad de que esta última bola sea negra.



19. En una caja, A, hay 2 bolas rojas, 3 bolas blancas y 3 negras, en otra caja, B, hay 2 bolas de cada color, rojo, blanco, negro. Se tira un dado, si sale un número mayor que 4, se saca una bola de la urna A y si no de la B. Calcula la probabilidad de que la bola sea roja.

20. De una baraja española de 40 cartas, se extraen dos cartas sin devolución, calcula la probabilidad de que

a) las dos sean del mismo palo
b) una sea de oros y otra de copas

21. En un instituto hay 450 estudiantes, de los que 290 son chicos y el resto chicas. El 20% de los chicos y el 10% de las chicas lleva gafas. Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no lleve gafas?

22. Llevo en un bolsillo 6 monedas de 10 céntimos, 2 de 20 céntimos y 2 de 1 €. Saco dos monedas al azar, qué probabilidad hay de que:

a) las dos sean de 1 euro
b) saque 1,10 euros.

23. En una empresa trabajan 190 hombres y 130 mujeres. Hay 19 hombres y 26 mujeres que son fumadores. Elegida una persona de esa empresa al azar, calcula la probabilidad de que:

a) sea una mujer fumadora
b) sea una mujer sabiendo que fuma.
AYUDA: Completa la tabla

	FUMA	NO FUMA	
HOMBRES	19		190
MUJERES	26		130
TOTAL			

24. Un jugador de baloncesto suele encestar el 80% de sus tiros desde el punto de lanzamiento de personales. Si tira tres veces, calcula la probabilidad de que:

a) enceste dos veces
b) no enceste ninguna vez