13 Probabilidad

Contenidos

1. Introducción: Combinatoria
   Combinatoria
   Permutaciones
   Variaciones
   Combinaciones
2. Experimentos aleatorios
   Espacio muestral y sucesos
   Operaciones con sucesos
   Sucesos incompatibles
3. Probabilidad de un suceso
   La regla de Laplace
   Frecuencia y probabilidad
   Propiedades de la probabilidad
   Calcular probabilidades
4. Experimentos compuestos
   Sucesos compuestos
   Regla de la multiplicación
   Extracciones con y sin devolución
5. Probabilidad condicionada
   Sucesos dependientes e independientes
   Diagramas de árbol
   Probabilidad total
   Probabilidad “a posteriori”

Objetivos

- Hallar los sucesos de un experimento aleatorio y realizar operaciones con ellos.
- Determinar si dos sucesos son compatibles o incompatibles.
- Calcular la probabilidad de un suceso mediante la regla de Laplace.
- Conocer las propiedades de la probabilidad.
- Hallar la probabilidad de un suceso en un experimento compuesto.
- Hallar probabilidades de sucesos dependientes e independientes.
- Aplicar la probabilidad a situaciones de la vida cotidiana.

Autora: Mª Isabel Hermida Rodríguez
Adaptación a Descartes JS: Xosé Eixo Branco

Bajo licencia
Creative Commons
Si no se indica lo contrario.

Antes de empezar

Investiga

Imagina que estás en un concurso de televisión en el que te ofrecen tres puertas, a elegir una.

Detrás de una de las puertas hay un coche y detrás de cada una de las otras dos, un burro.
Eliges una puerta, pero antes de abrirla, el presentador, que sabe lo que hay detrás de cada una, abre una de las dos que no has elegido tras la que, por supuesto hay un burro, y entonces te da la oportunidad de cambiar tu elección.
Naturalmente quieres llevarte el coche, ¿qué harías, cambiar de puerta o no cambiar?
Antes de decidir, vamos a experimentar jugando. Puedes jugar tú o bien hacer que juegue en automático; después de varios intentos anota los resultados:

Manual	***Cambiando***	***Manteniendo***	***Total***
Intentos			
Coches			
% aciertos			

Automático	***Cambiando***	***Manteniendo***	***Total***
Intentos			
Coches			
% aciertos			

CONTESTA	RESPUESTA
Cuando eliges tú, ¿cuándo consigues más coches, cambiando o manteniendo?	
Cuando se elige automáticamente, ¿cuándo se consiguen más coches, cambiando o manteniendo?	
Después de lo visto, si quieres llevarte el coche, ¿qué harías, cambiar de puerta o no cambiar?	

Si haces una apuesta en la bonoloto, ¿qué probabilidad tienes de acertar los 6 números?,
____
¿Y tres?__________________________________

Pulsa para ir a la página siguiente.

1. Introducción: Combinatoria

1.a. Combinatoria

Lee atentamente la explicación de pantalla y contesta la siguiente cuestión:

¿Qué es la combinatoria?

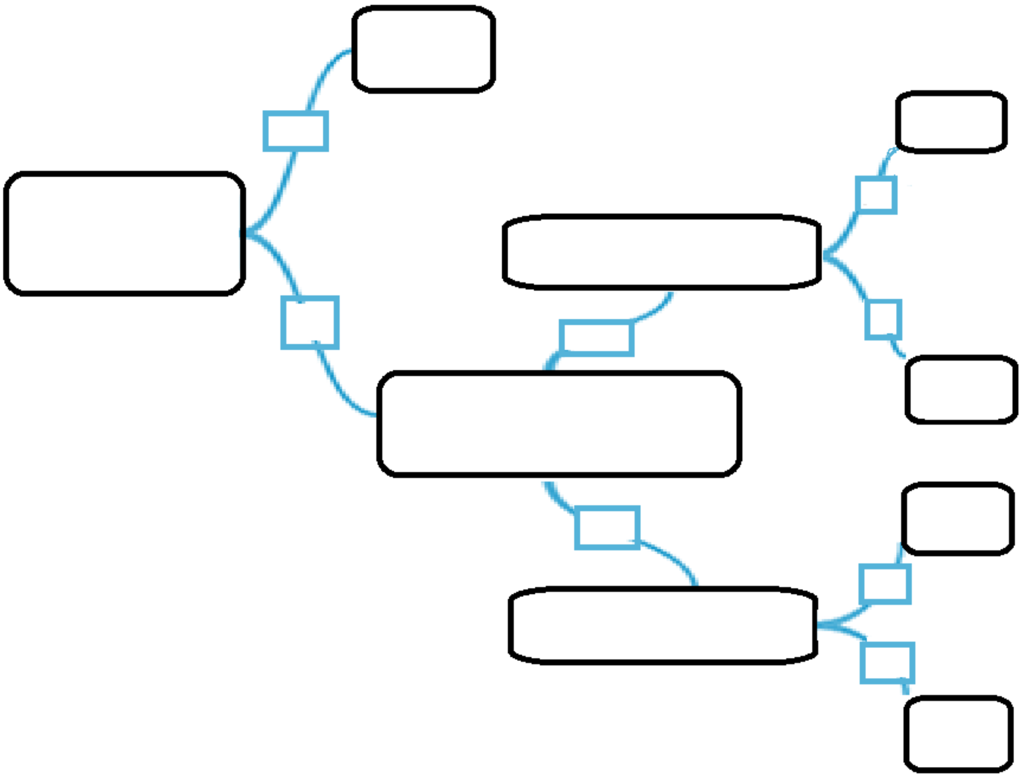
____

____

Asocia, mediante una flecha, cada frase con el tipo de agrupación correspondiente:

Determinar de cuantas formas se pueden ordenar todos los elementos de un conjunto		Combinaciones
Cuando, en lugar de querer ordenar todos los elementos disponibles, nos interesa solamente ordenar algunos		Permutaciones
Cuando no nos importa el orden en el que se eligen los elementos, simplemente queremos ver de cuantas formas podemos seleccionar unos cuantos de entre todos		Con Repetición
Cuando en cada grupo se pueden repetir elementos		Variaciones

Copia el esquema que aparece en la parte derecha de la pantalla:



Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. Permutaciones

Lee en pantalla y completa:

Permutaciones de **n** elementos son ____

____.

Lo denotamos: [ ]

Fórmula para calcular las Permutaciones de n elementos:

P_n =

En la escena de la derecha pulsa: Permutaciones

Aparece un ejemplo. Escribe el enunciado y su resolución en el siguiente recuadro:

Queremos contabilizar de cuántas formas distintas se puede sentar el alumnado de una clase de _____ personas.	
▶	Tenemos n = ____ personas que se deben sentar en las ____ mesas de clase. Es decir, debemos ordenar a ese alumnado. Se trata de ___________________________
▶	Veamos cómo se calcula el número de formas distintas de sentarse en la clase: **P_n =** ______________________________________ = ____________________

Permutaciones con repetición de **n** elementos en las que ____________________________

____

____

____.

Lo denotamos: [ ]

Fórmula para calcular las Permutaciones con Repetición de n elementos:

$PR_{a,b,\ldots k}$ =

En la escena de la derecha pulsa: Permutaciones con Repetición

Aparece un ejemplo. Escribe el enunciado y su resolución en el siguiente recuadro:

Queremos descubrir de cuántas formas distintas se puede hacer un collar con cuentas de colores rojo, verde, azul y amarillo, si tenemos: ___ cuentas rojas, ___ verdes, ___ amarillas y ___ azules.	
▶	Vamos a ordenar un total de __+ __+ __+ __ = ___ cuentas para formar un collar. Si todas las cuentas fuesen diferentes, las distintas formas de hacer el collar serían Permutaciones de ___ elementos. Pero son muchas menos, al estar repetidos, pues por ejemplo, es lo mismo comenzar por la primera cuenta roja que por la segunda. Se trata de Permutaciones de __,__,__ y __ elementos.

Veamos cómo se calcula el número de posibles collares

PR$_{\_\_,\_\_,\_\_,\_\_}$ **=** ______________ = ______________ = ______________ =

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Se abre una escena en la que puedes elegir

Permutaciones o **Permutaciones con repetición**

Escribe en el siguiente recuadro dos ejemplos de cada tipo:

Permutaciones	Permutaciones con repetición
1. Queremos calcular **Permutaciones** de ___ elementos	1. Queremos calcular **Permutaciones con repetición** ___ elementos, habiendo de cada uno de ellos ____________, respectivamente
2. Queremos calcular **Permutaciones** de ___ elementos	2. Queremos calcular **Permutaciones con repetición** ___ elementos, habiendo de cada uno de ellos ____________, respectivamente

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.c. Variaciones

Lee en pantalla y completa:

Variaciones con repetición de **m** elementos tomados de **n** en **n** son ___________________
____
____.

Lo denotamos:

Fórmula para calcular las **Variaciones con repetición** de **m** elementos tomados de **n** en **n**:

VR$_{m,n}$ **=**

En la escena de la derecha pulsa: Variaciones con repetición

Aparece un ejemplo. Completa el enunciado y su resolución en el siguiente recuadro:

Queremos contabilizar de cuántas palabras de ___ letras de largo, con o sin sentido, podríamos crear con un alfabeto de ____ letras distintas.	
	Tenemos un alfabeto formado m = ___ letras distintas. Queremos formar palabras de tamaño n = __, pudiendo repetir cada letra todas las veces que queramos. Se trata de Variaciones con repetición de __ elementos tomados de __ en __.
	Veamos cómo se calcula el número de palabras: **VR**$_{\_\_,\_\_}$ **=**

Variaciones de **m** elementos tomados de **n** en **n** son ________________________________
____.

Lo denotamos:

Fórmula para calcular las **Variaciones con repetición** de **m** elementos tomados de **n** en **n**:

V$_{m,n}$ **=**

En la escena de la derecha pulsa: Variaciones

Aparece un ejemplo. Completa el enunciado y su resolución en el siguiente recuadro:

Queremos contabilizar de cuántas formas diferentes se puede dar la clasificación de los ___ primeros participantes en una carrera con un total de ____ atletas.	
	Tenemos una carrera en la que participan m = ___ atletas. Queremos determinar de cuantas formas posibles puedes ser la clasificación de los ___ atletas primeros. Se trata de Variaciones de __ elementos tomados de __ en __.
	Veamos cómo se calcula el número de clasificaciones: **V**$_{\_\_,\_\_}$ **=**

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Se abre una escena en la que puedes elegir

Variaciones con repetición o **Variaciones**

Escribe en el siguiente recuadro dos ejemplos de cada tipo:

Variaciones con repetición	Variaciones
1. Queremos calcular **Variaciones con repetición** de ___ elementos distintos que seleccionamos de manera ordenada ___ veces	1. Queremos calcular **Variaciones** de ___ elementos distintos que seleccionando ___ de ellos de manera ordenada y sin repetir
2. Queremos calcular **Variaciones con repetición** de ___ elementos distintos que seleccionamos de manera ordenada ___ veces	2. Queremos calcular **Variaciones** de ___ elementos distintos que seleccionando ___ de ellos de manera ordenada y sin repetir

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

1.d. Combinaciones

Lee en pantalla y completa:

Llamamos **Combinaciones** de **m** elementos tomados de **n** en **n** ________________________
____
____.

Lo denotamos: $\boxed{}$

Si importara el orden se trataría de ____________, pero como no importa, para calcular cuántos casos hay dividimos las variaciones entre el número de formas de ordenar estos elementos, es decir:

Fórmula para calcular las **Combinaciones** de **m** elementos tomados de **n** en **n**:

$$C_{m,n} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

En la escena de la derecha pulsa: Combinaciones

Aparece un ejemplo. Completa el enunciado y su resolución en el siguiente recuadro:

Queremos contabilizar de cuántas formas distintas se pueden elegir a ___ personas para participar en una actividad en un grupo que tiene un total de ____ personas.

	Tenemos un total de m = ___ personas y de entre ellas debemos elegir a n = __. Nótese que no importa cuáles elegimos primero y cuáles después. Todas las elegidas son participantes en la actividad. Es decir, no importa el orden. Se trata de Combinaciones de __ elementos tomados de __ en __.
	Veamos cómo se calcula el número de formas distintas de seleccionar a estas personas: **C__,__ =**

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Se abre una escena con el enunciado de un ejercicio. Escríbelo en el siguiente recuadro, resuélvelo y después comprueba si los has hecho bien pulsando en "Ver solución".

Después pulsa en "otro ejercicio" y repite la misma operación una vez más.

1. Queremos calcular **Combinaciones** de __ elementos tomados de ___ en ___, es decir, de cuantas formas se puede escoger ___ elementos de un total de ___ sin que importe el orden de elección.	2. Queremos calcular **Combinaciones** de __ elementos tomados de ___ en ___, es decir, de cuantas formas se puede escoger ___ elementos de un total de ___ sin que importe el orden de elección

EJERCICIOS

1. Calcula:
   a) P_5
   b) P_{10}
   c) $PR_{4,2,4,2}$
   d) $PR_{2,4}$

2. Calcula
   a) $VR_{10,5}$
   b) $VR_{5,7}$
   c) $V_{10,5}$
   d) $V_{5,3}$

3. Calcula
   a) $C_{17,5}$
   b) $C_{13,3}$

Pulsa para ir a la página siguiente.

2. Experimentos aleatorios

2.a. Espacio muestral y sucesos

Lee las definiciones de la pantalla y completa:
Son experimentos **aleatorios,** aquellos en los que ____________________________________
Se llama espacio **muestral** ____
Un **suceso elemental** es ____
Un **suceso** es ____
Hay un suceso que se verifica siempre _______________________ y coincide con el _______
____

Fíjate en la escena, en ella podemos extraer de forma aleatoria una carta de la baraja. Aparecen varios sucesos, y si mueves el ratón por encima de ellos, aparecen los sucesos elementales que los forman. Con ayuda de la escena, completa esta tabla:

SUCESO	***SUCESOS ELEMENTALES***
Sacar el rey de oros	
Sacar oros o rey	
Sacar una figura	

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

2.b. Operaciones con sucesos

Lee las definiciones de la pantalla y completa
Con los sucesos de un experimento aleatorio se pueden realizar distintas operaciones. Dados dos sucesos A y B:

- La **unión** de A y B, **AUB**, es el suceso formado por ________________________________ _______________________ Ocurre cuando ____________________________________
- La **intersección**, **A∩B**, es el suceso formado por ___________________________________ y ______________________ Ocurre cuando ____________________________________
- La **diferencia** de A y B, **A\B**, es el suceso formado por ___________________________ _______________________ Ocurre cuando ___________________________________
- El **suceso contrario** a uno dado A, **$\bar{A}$**, es el suceso formado por ______________________ _______________________ Ocurre cuando ___________________________________
- El suceso contrario del **seguro** es el suceso _______________, que no se verifica nunca, se indica con **Ø**.

En la escena puedes ver un ejemplo de distintos sucesos y sus contrarios:
En una urna hay 12 bolas numeradas del 1 al 12. Se saca una bola y se mira el número, consideramos los sucesos A= "salir par" y B= "salir múltiplo de 3". Escribe a continuación los sucesos elementales que forman los sucesos indicados en la tabla:

A		$\overline{A}$	
B		$\overline{B}$	
AUB		$\overline{A \cup B}$	
A∩B		$\overline{A \cap B}$	
A\B		$\overline{A \setminus B}$	
B\A		$\overline{B \setminus A}$	

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

2.c. Sucesos compatibles e incompatibles

Lee las definiciones de la pantalla y completa
En un experimento aleatorio hay sucesos que pueden ocurrir a la vez y sucesos que no.

- Dos sucesos se dicen **compatibles** si ____. En este caso $A \cap B \neq \emptyset$, __________________ ocurrir a la vez.
- Dos sucesos se dicen **incompatibles** si no ___________________________________, en este caso $A \cap B = \emptyset$, __________________ ocurrir a la vez

Un suceso y su contrario son siempre ____________________, pero dos sucesos incompatibles no siempre son ____________________.

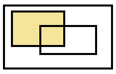
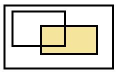
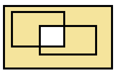
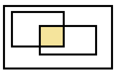
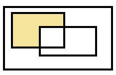
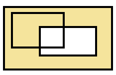
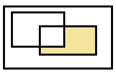
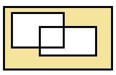
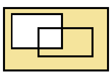
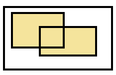
Dado el **Espacio muestral**={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}, y los sucesos: **Rojo**={1, 4, 7, 10}, **Verde**={1, 2, 3}, **Azul**={3, 6, 9, 12}, **Gris**={7, 8, 9} y **Naranja**={3, 5, 7}, con ayuda de la escena di si son compatibles o no los sucesos:

SUCESOS	***COMPATIBLES /INCOMPATIBLES***	***SUCESOS***	***COMPATIBLES /INCOMPATIBLES***
Verde y Rojo		Rojo y azul	
Verde y azul		Verde y amarillo	
Azul y gris		Rojo y amarillo	
Verde y gris		Amarillo y gris	
Rojo y gris		Amarillo y azul	

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Observa los dibujos y razona qué conjunto es cada uno de ellos. Cuando los tengas todos pulsa "Comprobar"

Completa los resultados en esta tabla:

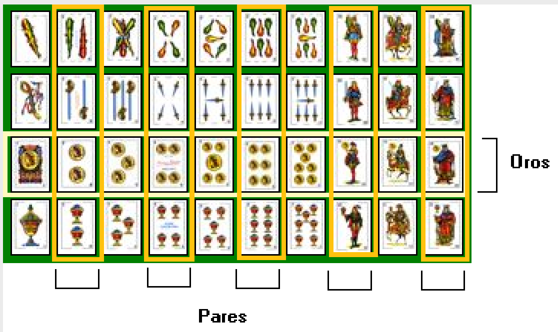
A = 		B = 	
1 		 2	
3 		 4	
5 		 6	
7 		 8	

Pulsa para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

4. En una bolsa tenemos tres bolas numeradas como 1, 2 y 3. Consideramos el experimento de extraer una bola y anotar su número. Escribe todos los sucesos posibles. Indica cuáles de ellos son los elementales.

5. En una baraja, bajo el experimento de extraer una carta, considera los sucesos a) par, b) oros, c) par y oros, d) par u oros, e) par menos oros, f) oros menos par y g) no par. Escribe los sucesos elementales que los forman.



6. Al tirar un dado consideramos los sucesos: A={Par}, B={mayor de 3}, y C={impar}. De los tres pares de sucesos posibles AB, AC y BC, indica cuáles son compatibles y/o incompatibles

Pulsa para ir a la página siguiente.

3. Probabilidad de un suceso

3.a. La regla de Laplace

Lee las definiciones de la pantalla.

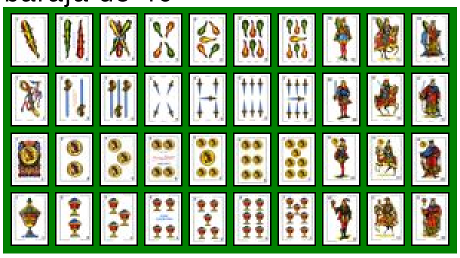
CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cuándo decimos que un experimento aleatorio es **regular**?	
¿Qué significa que los sucesos elementales son **equiprobables**?	
Dado un suceso A, ¿a qué llamamos **casos favorables**? ¿y **casos posibles**?	
¿Podemos aplicar siempre la **regla de Laplace**? Si la respuesta es negativa, indica cuando se puede aplicar	

A continuación escribe la fórmula de la **Regla de Laplace**

$$P(A) = \frac{n\ c\ ^{o}a\quad s\quad o\quad s}{n\ c\ ^{o}a\quad s\quad o\quad s}$$

Con ayuda de la escena de la derecha, calcula las siguientes probabilidades

Extraemos una carta de una baraja de 40



SUCESOS	***PROBABILIDAD***
Que sea de un palo determinado	
Que sea de un nº determinado	
Que sea un as o un basto	
Que sea un as y un basto	
Que no sea ni as ni basto	

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Considerando el experimento "tirar un dado" calcula las probabilidades pedidas

P(par)=	P(impar)=	P(oros o espadas)=	P(3 de bastos)=
P(>4)=	P(2 ó 6)=	P(oros)=	P(bastos)=
P(3)=	P(>2 y <5)=	P(rey)=	P(bastos o copas)=
P(<5 y par)=	P(>2 ó <5)=	P(Rey de oros)=	P(figura)=
P(3 o par)=	P(>3 y <5)=	P(Un 3)=	P(figura de bastos)=

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.b. Frecuencia y probabilidad

Lee las definiciones de la pantalla y completa:
La **frecuencia absoluta** de un suceso es ____
La **frecuencia relativa** es ____
____.
La **ley de los grandes números** dice que cuando repetimos un experimento _____________
____
____
Como consecuencia de la ley de los grandes números, tenemos una nueva **definición de probabilidad** de un suceso como ____
____

En la escena de la derecha se simula el lanzamiento de tres monedas; a partir de los resultados de los lanzamientos, compara las probabilidades y las frecuencias de los sucesos:

Nº de lanzamientos	>100	>200	>500	>1000		
fr(0 caras)=					P(0 caras)=	
fr(1 caras)=					P(1 caras)=	
fr(2 caras)=					P(2 caras)=	
fr(3 caras)=					P(3 caras)=	

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
¿Cómo es la probabilidad de obtener cero caras, mayor o menor que su frecuencia?	
¿Cómo es la probabilidad de obtener dos caras, mayor o menor que su frecuencia?	
¿Cuándo se parecen más las frecuencias, con 100 lanzamientos o con más de 1000? ¿Por qué?	

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Tiras tres dados y sumas los resultados.
En una apuesta, ¿Cuál es el resultado más ventajoso?
Siguiendo las indicaciones de la escena haz más de 3000 tiradas, y observando los resultados, calcula las siguientes probabilidades:

P(3)=	P(4)=	P(5)=	P(6)=
P(7)=	P(8)=	P(9)=	P(10)=
P(11)=	P(12)=	P(13)=	P(14)=
P(15)=	P(16)=	P(17)=	P(18)=

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Propiedades de la probabilidad

Vista la relación entre frecuencia relativa y probabilidad, se cumple que:

- La probabilidad de un suceso es un número ____________________.
- La probabilidad del **suceso seguro** es ______ y la del **suceso imposible** es _______.
- La probabilidad de la **unión de dos sucesos incompatibles** es ______________

Y de éstas se deduce además que:

- La probabilidad del **suceso contrario** es **$p(\bar{A})$** = ________________
- La probabilidad de la **unión de dos sucesos compatibles** es ____________________

Si pulsas en **Aplicaciones** verás un ejemplo en el que se calcula la probabilidad de la intersección de dos sucesos y otro en el que se aplica la probabilidad del suceso contrario

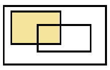
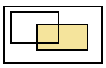
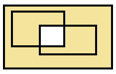
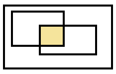
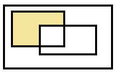
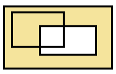
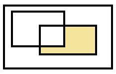
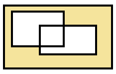
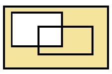
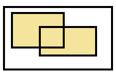
En la escena de la derecha hay un ejemplo resuelto:
En una urna hay 10 bolas numeradas del 1 al 10.
Se saca una bola y se mira el número.
Consideramos los sucesos: A= {1, 2, 3, 4} y B={4, 5, 6, 7, 8}.

Con ayuda de la escena escribe la probabilidad de los sucesos de la tabla:

$p(A)$	$p(A\cap B)$	$p(\overline{A})$	$p(\overline{A\cap B})$
$p(B)$	$p(A\setminus B)$	$p(\overline{B})$	$p(\overline{A\setminus B})$
$p(A\cup B)$	$p(B\setminus A)$	$p(\overline{A\cup B})$	$p(\overline{B\setminus A})$

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

Si $p(A)=0{,}5$, $p(B)= 0{,}4$ y $p(A\cap B)= 0{,}2$; calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

A = 		B = 	
1 		 2	
3 		 4	
5 		 6	
7 		 8	

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.d. Calcular probabilidades

En esta página aparecen dos escenas para que practiques calculando las probabilidades que se proponen con la diana y la ruleta.

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Haz hasta que el número de aciertos sea superior a 10.

EJERCICIOS

7. Tenemos un dado de 20 caras {1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,5,6,6,6,6,6} perfectamente equilibrado ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los resultados posibles}

8. Si lanzamos el dado anterior 1000 veces, ¿Cuántas veces se espera que salga cada resultado aproximadamente?

9. Para el dado {1,1,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,5} de 20 caras calcula las probabilidades siguientes:

   a) P(par)= 8/20 =0,4
   b) P(mayor de 3)= 11/20=0,55
   c) P(par y mayor de 3)=5/20=0,25
   d) P(par o mayor de 3)=14/20=0,7
   e) P(par menos mayor de 3)=3/20=0,15
   f) P(mayor de 3 menos par)=6/20=0,3
   g) P(no par)=12/20=0,6

10. En una bolsa tenemos 7 bolas rojas, 9 bolas azules y 4 verdes. Extraemos una bola, calcula la probabilidad de que

    a) No sea roja
    b) Sea verde
    c) Sea roja o azul

11. En un grupo, el 40% juega baloncesto y el 60% fútbol, sabiendo que el 85% practica alguno de los dos deportes, ¿qué porcentaje juega a los dos?

12. En el grupo A hay 18 personas de las que 10 hablan inglés y 8 no; en el B hay 12 personas de las que 3 hablan ingles y 9 no; en el C hay 10 personas 3 que hablan inglés y 7 que no. Se elige al azar una persona de cada grupo, calcula la probabilidad de que de las tres, al menos una hable ingles.

Pulsa para ir a la página siguiente.

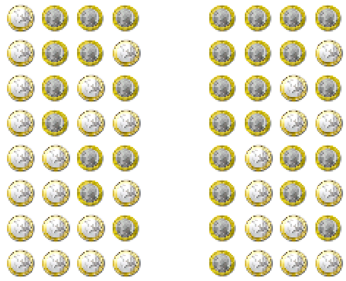
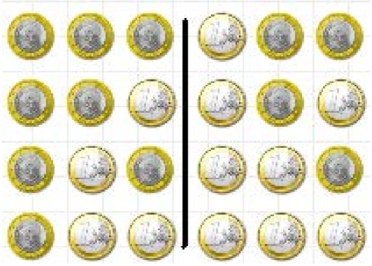
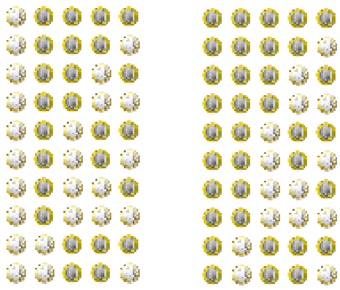
4. Experimentos compuestos

4.a. Sucesos compuestos

Un **experimento compuesto** es el que ____
____

Para calcular el espacio muestral de un experimento compuesto conviene, en muchas ocasiones, hacer un diagrama de árbol que represente todas las opciones. Cada resultado viene dado por un camino del diagrama. Observa en la escena cómo construye el diagrama de árbol del ejemplo y como se usa para calcular la probabilidad de cada suceso.

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

PROBABILIDAD CON N MONEDAS EXPERIMENTO: Lanzar N monedas equilibradas Calcula la probabilidad en cada caso	
CASO 1: 2 Monedas 	CASO 3: 4 Monedas 
CASO 2: 3 Monedas 	CASO 3: N Monedas 

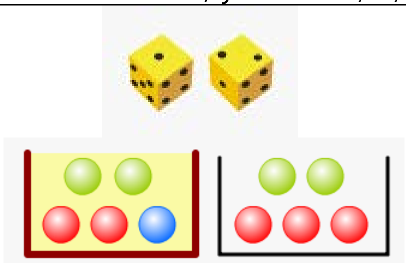
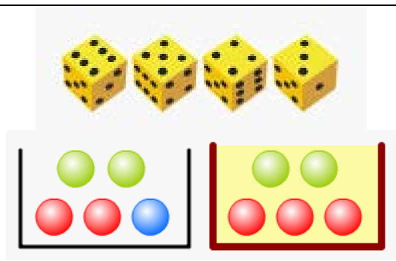
Pulsa para ir a la página siguiente.

4.b. Regla de la multiplicación

Si te fijas en el ejemplo anterior, al indicar la probabilidad de cada rama del camino, se obtiene la probabilidad de cada suceso compuesto calculando el producto de los respectivos sucesos simples.
La probabilidad de un **suceso** en un experimento **compuesto** es ______________________
____
En las escenas de la derecha puedes ejercitar este principio, observa en primer lugar el ejemplo y luego practica en la otra escena. Anota a continuación al menos dos ejercicios que hayas resuelto bien:

EJERCICIO 1	**EJERCICIO 2**
p(**A**)= p(**N**)= p(**V**)=	p(**A**)= p(**N**)= p(**V**)=

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

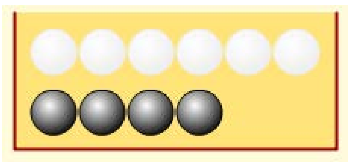
Tenemos dos urnas, A y B, con bolas rojas, verdes y azules. Lanzamos un dado, si sale 1 ó 2 sacamos una bola de A, y si sale 3, 4, 5 ó 6 de B		
		
p(A y R) = ___ · ___ = ___	p(A y V) = ___ · ___ = ___	p(A y A) = ___ · ___ = ___
p(B y R) = ___ · ___ = ___	p(B y V) = ___ · ___ = ___	p(B y V) = ___ · ___ = ___

Pulsa para ir a la página siguiente.

4.c. Extracciones con y sin devolución

Un ejemplo de experimento compuesto lo encontramos en la extracción sucesiva de cartas o de bolas de una urna… en estos casos hay que considerar si se devuelve la carta, bola, etc. antes de sacar la siguiente o no.
En la página hay dos escenas, que corresponden con dos ejemplos diferentes, uno de extracción de bolas y otro de extracción de cartas; practica con ellas antes de hacer el ejercicio.

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

En una urna hay 6 bolas blancas y 4 negras. Sacamos dos bolas, una tras otra Haz el diagrama de árbol en cada caso		
	Con devolución	***Sin devolución***
		

Calcula las siguientes probabilidades:	***Con devolución***	***Sin devolución***
¿cuál es la probabilidad de que las dos sean blancas?		
¿cuál es la probabilidad de que la 1ª sea blanca y la 2ª negra?		
¿cuál es la probabilidad de que las dos sean negras?		

Pulsa para ir a la página siguiente.

5. Probabilidad condicionada

5.a. Sucesos dependientes e independientes

Cuando se realizan observaciones de varios sucesos puede que uno dependa del otro.

Se llama **probabilidad condicionada**, de B a A, y se expresa **p(B/A)** a la probabilidad de que ____

P(B / A) = ——————

Si pinchas el enlace **¿Por qué?** verás la demostración de esta fórmula

Dados dos sucesos, se dice que son **independientes** si _______________________________
____
Dados dos sucesos, se dice que son **dependientes** si _______________________________
____.

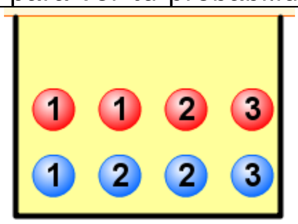
- A y B **independientes**: P(B/A)=_____________
- A y B **independientes**: P(A∩B)=_____________

En la escena de la derecha tienes un ejemplo de sucesos dependientes; sigue sus instrucciones para ver la explicación.

Pulsa el botón para hacer el ejercicio.

Primero haz tú los cálculos y comprueba en la escena después

Fíjate bien en las bolas numeradas que contiene la urna. Vamos a extraer una bola, queremos averiguar si tendrás premio.
Sigue las instrucciones de la escena para ver tu probabilidad de premio



Número	*Roja*	*Azul*
p(1)=	p(1/roja)=	p(1/azul)=
p(2)=	p(2/roja)=	p(2/azul)=
p(3)=	p(3/roja)=	p(3/ azul)=

Explica a continuación que sucesos son independientes y por qué

Explica a continuación que sucesos son dependientes y por qué

Pulsa para ir a la página siguiente.

5.b. Diagramas de árbol

Como has podido ver, en los experimentos compuestos se puede hacer un diagrama en árbol, y cada resultado viene dado por un camino en dicho árbol.
Para calcular una probabilidad solo hay que dibujar el camino correspondiente, y el producto de las probabilidades de todas las ramas que lo forman será el valor que buscamos.

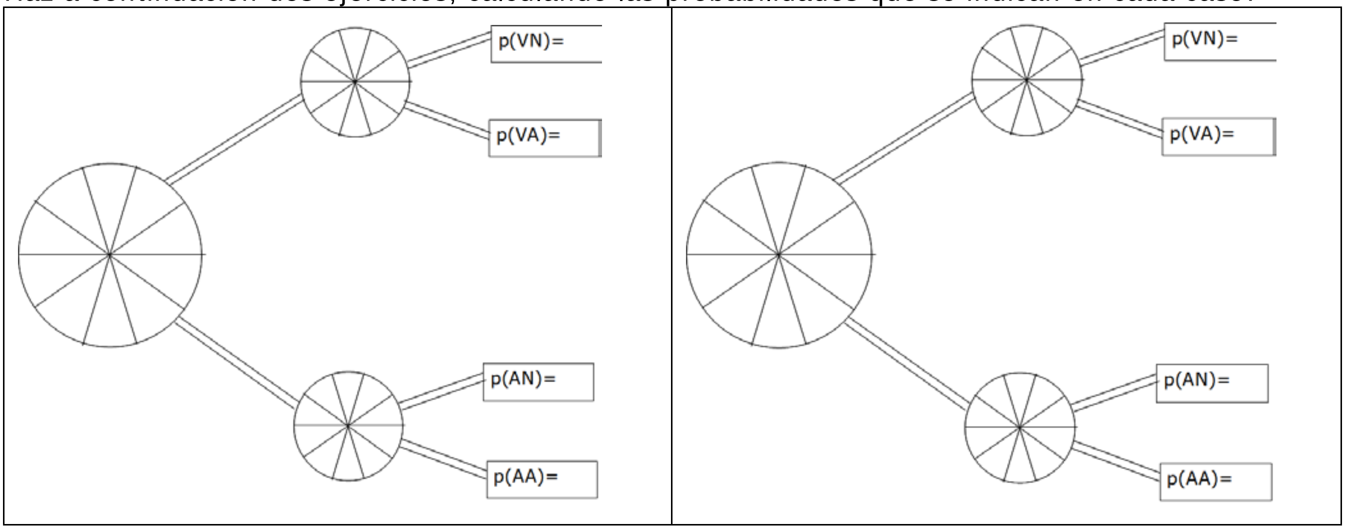
- Si ocurre A y luego B: P(A y B)=_________________
- La suma de las probabilidades de todos los caminos es igual a ______

En el ejemplo de la escena de la derecha puedes comprobar este último resultado, juega y observa la suma total.

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

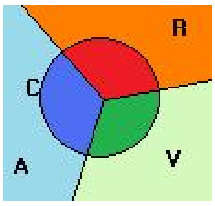
A la izquierda tienes una ruleta que determina que camino elegimos entre dos, y una ruleta en cada camino para elegir el color; cada vez que pulsas Nuevas ruletas, tienes un ejercicio diferente, y cada vez que pulsas Girar ruletas, se realiza el experimento y se calculan las frecuencias absoluta y relativa.

Haz a continuación dos ejercicios, calculando las probabilidades que se indican en cada caso:



Pulsa para ir a la página siguiente.

5.c. Probabilidad total



Consideremos los sucesos representados por la imagen. R=Rojo, V=Verde y A=Azul son tres sucesos incompatibles y tales que la unión forma todo el espacio muestral. Sea C=Círculo un suceso cualquiera.

Escribe la fórmula de la probabilidad total para este ejemplo:

p(C)=

En el ejemplo de la escena de la derecha puedes practicar este resultado.

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

La probabilidad de acertar en amarillo en la diana de la figura es p(A)= ______, en naranja p(N)= _________ y en verde p(V)= _____. Estas probabilidades suman 1. Las probabilidades de brillo o claro son: • Si impacta en amarillo: ______ brillo y ____ claro. • Si impacta en naranja: ______ brillo y ____ claro. • Si impacta en verde: ______ brillo y ____ claro. ¿Cuál es la probabilidad de acertar en brillo	p(A).p(B/A)= p(N).p(B/N)= p(V).p(B/V)= p(B)=

Pulsa para ir a la página siguiente.

5.d. Probabilidad “a posteriori”

En ocasiones interesa conocer la **p(A/S)**, es decir cuando ya sabemos que ha ocurrido S en la segunda experiencia, nos preguntamos la probabilidad de que se haya llegado a través de A. Se trata de una probabilidad condicionada conocida como **Fórmula de Bayes**:

$$p(A/S) = \frac{\qquad}{\qquad}$$

Observa en el ejemplo de la escena cómo se desarrolla esta fórmula y completa la siguiente tabla de probabilidades

	2ª verde	***2º negra***	***Total***
1ª verde	p(VV)=	p(VN)=	p(1ªV)=
1º negra	p(NV)=	p(NN)=	p(1ªN)=
Total	p(2ªV)=	p(2ªN)=	

A partir de la tabla, calcula las siguientes probabilidades condicionadas

p(V/V)=---------------------------= p(V/N)= ---------------------------=

p(N/V)=---------------------------= p(N/V)= ---------------------------=

Pulsa el botón para hacer un ejercicio.

La probabilidad de acertar en amarillo en la diana de la figura es p(A)= ______, en naranja p(N)= _________ y en verde p(V)= _____. Estas probabilidades suman 1. Las probabilidades de brillo o claro son: • Si impacta en amarillo: ______ brillo y ____ claro. • Si impacta en naranja: ______ brillo y ____ claro. • Si impacta en verde: ______ brillo y ____ claro. Si se acertó en brillo, ¿cuál es la probabilidad de que fuese sobre amarillo?	p(A).p(B/A)= p(N).p(B/N)= p(V).p(B/V)= p(B)= p(A/B)=

Pulsa para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

13. Lanzamos un dado de 4 caras {1,2,3,4} y otro de 10 {1,2,2,3,3,3,4,4,4,4}. Cuál es la probabilidad de obtener dos tres. ¿Y dos cuatros?

14. En una bolsa tenemos 5 bolas numeradas del 1 al 5. Extraemos dos bolas,

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 2 y un 3 si no devolvemos las bolas sacadas?

b) ¿y cuál si las devolvemos?

15. Al tirar dos dados, ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos 10 puntos?

16. Tiramos una moneda trucada en la que P(C)=0,6 y P(X)=0,4. Si sale cara tiramos un dado {1,2,3,4} de 4 caras y si sale cruz uno {1,2,3,4,5,6} de seis. ¿Tenemos la misma probabilidad de que salga 1 después de que salga cara o cruz?. ¿Cuánto vale en cada caso?. ¿Cuál es la probabilidad de que salga 1?

17. Tenemos un dado {1,1,1,1,2,2,2,2,2,2} de 10 caras. Si sacamos un 1 tiramos una moneda, y dos si sacamos un 2. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una cara?

18. Tenemos un dado {1,1,1,1,2,2,2,2,2,2} de 10 caras. Tiramos el dado, si sale 1 sacamos una bola de {RRNNN} y si sacamos un 2 sacamos una de {RRRRN}. Salió N, ¿Cuál es la probabilidad de que fuera con un 1 del dado?

19. La probabilidad de acertar en amarillo en la diana de la figura es 0,3, en verde 0,4 y en naranja 0,3. Además si se acierta en amarillo la probabilidad de que sea en brillo es 0,7; la probabilidad de brillo en verde es 0,6 y en naranja 0,3.

a) ¿Cuál es la probabilidad de acertar en la zona brillante?

b) Si se acertó en la zona brillante, ¿cuál es la probabilidad de que fuese en amarillo.

Recuerda lo más importante – RESUMEN

Experimentos aleatorios

Un experimento aleatorio es aquel en el que ____ el resultado por más que se repita

Espacio **muestral** ____________________ ____________________________________

Suceso **seguro**: ______________________ ____________________________________

Sucesos **elementales**: ________________ ____________________________________

Suceso **imposible**: ___________________ ____________________________________

Un suceso A: ________________________ ___________________________________

Suceso **contrario** a un suceso A: ________ ___________________________________

Dos sucesos son **compatibles** si _________ ____________________________________

Dos sucesos son **incompatibles** si ________ ____________________________________

Operaciones con sucesos

Unión A U B : se verifica cuando

Intersección A ∩ B : se verifica cuando

Diferencia A–B: se verifica cuando

Regla de Laplace

Se puede aplicar solo cuando los sucesos elementales son ______________________

p = Nº c a s o s / Nº c a s o s

Propiedades de la probabilidad

	A y B son **incompatibles**	A y B **compatibles**
p(S. seguro) = P(E) = ______ p(S. imposible) = P(Ø) = ______ ______ ≤ P(suceso) ≤ ______ p(Ā)= 1- p(____)	p(A U B) =____________	p(A U B) =_____________

Experimentos compuestos

Están formados por ____.
Para calcular la probabilidad ____

Probabilidad condicionada

En sucesos consecutivos pueden producirse dos situaciones:

Independientes

Dependientes

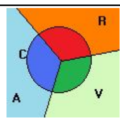
Fórmula de Bayes

p (B / A) = ______________

Probabilidad total

Si se cumple que P(A)+P(V)+P(R)=1, entonces se cumple que

P(C)=____



Pulsa para ir a la página siguiente.

Para practicar

Ahora vas a practicar resolviendo distintos EJERCICIOS. En las siguientes páginas encontrarás EJERCICIOS de:

Combinatoria
Aplicación de la regla de Laplace y propiedades de la probabilidad
Probabilidad condicionada, probabilidad total y Bayes

Completa el enunciado con los datos con los que te aparece cada EJERCICIO en la pantalla y después resuélvelo.

Es importante que primero lo resuelvas tú y después compruebes en el ordenador si lo has hecho bien.

Combinatoria

Equipos

1. Una clase tiene ___ personas. Si queremos dividirla en dos equipos con el mismo número de personas, ¿de cuántas maneras se puede hacer?	

Comunidad de vecinos

2. Una comunidad de vecinos formada por __ personas debe elegir una persona para el puesto de presidenta, otra de secretaria y otra de tesorera. ¿De cuántas maneras se puede hacer esta elección?	

Quiniela

3. ¿De cuántas formas distintas se puede cubrir una quiniela? Ten en cuenta que una quiniela está formada por 14 partidos en los que se pueden poner 3 resultados (1 X 2) y un pleno al 15 en el que hay que adivinar el número de goles de local y visitante entre 4 valores (0 1 2 M) para cada uno. 4.	

Prueba ciclista

4. En una prueba ciclista con ___participantes se entregan 3 maillots. ¿De cuántas maneras se pueden repartir teniendo en cuenta que una misma persona puede ganar varios?	

Biblioteca

5. Queremos colocar ___ libros en una estantería. Descubre de cuántas maneras puede hacerse si:

a) Todos los libros son distintos.

b) Solo hay tres libros distintos: __ del primer tipo, __ del 2º y __ del 3º.

c) Además, todos los iguales deben quedar juntos.

Regalos

6. Tras haber conseguido ___ puntos en un concurso, puedes elegir __ regalos de un catálogo de premios con un total de ___ regalos. ¿De cuántas maneras distintas puedes realizar tu elección?

Aplicación de la regla de Laplace y propiedades de la probabilidad

1 Dados

7. Tiramos un dado de 10 caras, ¿qué probabilidad hay de sacar un número par?

2 Dados

8. Tiramos dos dados de 6 caras. ¿Qué probabilidad hay de sacar más de 9 puntos?

3 Dados

9. Al tirar dos dados, ¿Qué probabilidad hay de sacar igual?.

4 Cartas (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

10. Si extraemos una carta de una baraja española ¿la probabilidad de extraer un _________ es?	
11. Si extraemos una carta de una baraja española ¿la probabilidad de extraer un __________ es?	

5 Cartas

12. Si extraemos una carta de una baraja española ¿la probabilidad de extraer un 2 o un 5 es?	

6 Cartas (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

13. Si extraemos una carta de una baraja española ¿la probabilidad de no sacar ni un ____ ni un basto es?	
14. Si extraemos una carta de una baraja española, la probabilidad de no sacar ni un ________ ni un ________ es:	

7 Monedas

15. Si lanzamos 3 monedas, la probabilidad de obtener una cara es:	

8 Monedas

16. Si lanzamos una moneda tres veces, la probabilidad de obtener una cara es:	

9 Monedas

17. Lanzamos una moneda trucada tres veces. La probabilidad de cara es ___ y la de cruz es ___. ¿Cuál es probabilidad de obtener una cara?	

10 Urnas

18. En una urna tenemos ___ bolas blancas y ___ negras. Hallar la probabilidad de extraer una blanca al sacar una bola.	

11 Urnas

19. En una urna tenemos ___ bolas blancas y ___ negras. Hallar la probabilidad de extraer dos blancas al sacar dos bolas con devolución.	

12 Urnas

20. En una urna tenemos ___ bolas blancas y ___ negras. Hallar la probabilidad de extraer una blanca y una negra al sacar dos bolas con devolución.	

Pulsa para ir a la página siguiente.

Probabilidad condicionada, probabilidad total y Bayes

Dos cruces de caminos (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

21. Tenemos dos caminos I y II con p(I)=___ y p(II)= ___. El camino I puede acabar en turquesa o en rosa con probabilidades ___ y ____ respectivamente. El camino II lleva directamente a verde. Calcula las probabilidades de los tres destinos.	
22. Tenemos dos caminos I y II con p(I)=___ y p(II)= ___. El camino I puede acabar en turquesa o en rosa con probabilidades ___ y ____ respectivamente. El camino II lleva directamente a verde. Calcula las probabilidades de los tres destinos.	

Tres cruces de caminos (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

23. Tenemos dos caminos I y II con p(I)=___ y p(II)= ___. El camino I puede acabar en turquesa o en rosa con probabilidades ___ y ____ respectivamente. El camino II en rosa o en verde con probabilidades ___ y ____ respectivamente. Calcula las probabilidades de los tres destinos.	
24. Tenemos dos caminos I y II con p(I)=___ y p(II)= ___. El camino I puede acabar en turquesa o en rosa con probabilidades ___ y ____ respectivamente. El camino II en rosa o en verde con probabilidades ___ y ____ respectivamente. Calcula las probabilidades de los tres destinos.	

Caminos y Bayes (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

25. Dos caminos I y II con p(I)=___ y p(II)= ___ El 1º puede acabar en turquesa o rosa con probabilidades ___ y ____ respectivamente. El camino 2º puede acabar en rosa o verde con probabilidades ___ y ____ respectivamente. Concluido rosa, ¿cuál es la probabilidad de haber seguido el 1º?	
26. Dos caminos I y II con p(I)=___ y p(II)= ___ El 1º puede acabar en turquesa o rosa con probabilidades ___ y ____ respectivamente. El camino 2º puede acabar en rosa o verde con probabilidades ___ y ____ respectivamente. Concluido rosa, ¿cuál es la probabilidad de haber seguido el 1º?	

Playa sur (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

27. Con una probabilidad de _____ un habitante de un pueblo A va a la playa, y con ______ va al campo. Y con una probabilidad ___ va al Norte y con la contraria al Sur. ¿Cuál es la probabilidad de ir a una playa del sur?	

28. Con una probabilidad de _____ un habitante de un pueblo A va a la playa, y con ______ va al campo. Y con una probabilidad ___ va al Norte y con la contraria al Sur. ¿Cuál es la probabilidad de ir a una playa del sur?	

Campo norte (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

29. Con una probabilidad de _____ un habitante de un pueblo A va a la playa, y con ______ va al campo. Y con una probabilidad ___ va al Norte y con la contraria al Sur. ¿Cuál es la probabilidad de ir al campo del norte?	
30. Con una probabilidad de _____ un habitante de un pueblo A va a la playa, y con ______ va al campo. Y con una probabilidad ___ va al Norte y con la contraria al Sur. ¿Cuál es la probabilidad de ir al campo del norte?	

Campo playa y Bayes (Haz al menos dos ejercicios sin cambiar de opción)

31. Con una probabilidad de _____ un habitante de un pueblo A va a la playa, y con ______ va al campo. Y con una probabilidad ___ va al Norte y con la contraria al Sur. Sabemos que Felipe ha ido a la playa, ¿Cuál es la probabilidad de que además sea del norte.	
32. Con una probabilidad de _____ un habitante de un pueblo A va a la playa, y con ______ va al campo. Y con una probabilidad ___ va al Norte y con la contraria al Sur. Sabemos que Felipe ha ido a la playa, ¿Cuál es la probabilidad de que además sea del norte.	

Pulsa para ir a la página siguiente.

Autoevaluación

Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1	Tiramos un dado de 10 caras. P(obtener <4)=	
2	En una bolsa tenemos ______ bolas rojas ___ bolas azules y ____ bolas verdes. Extraemos una bola, ¿cuál es la probabilidad de obtener una bola roja?	
3	Disponemos de una baraja de 100 de cuatro colores numeradas de 1 al 25. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un _____?	
4	Sucesos elementales={1, 2, 3, 4, 5, 6, ...48, 49, 50} A={1, 2, 3, 4, 5}, B={4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} y C={1, 2, 3, 4, ..., 23, 24, 25} p(A unión C)=	
5	Lanzamos dos dados normales y sumamos. ¿Qué probabilidad hay de obtener menos de 5?	
6	¿Qué probabilidad hay de no sacar ni bastos ni figuras al extraer una carta de una baraja española?	
7	Extraemos una carta, la devolvemos y extraemos otra, de una baraja española. ¿Qué probabilidad hay de sacar un oro?	
8	Tiramos dos monedas. Si salen dos caras extraemos una bola de una urna con ____B y ____N, y en caso contrario de una urna con ____B y ____N, ¿cuál es la probabilidad de sacar una B?.	
9	Tiramos un dado de 10 caras. Si sale menor que _____ extraemos una carta, y en caso contrario dos devolviéndola 1ª antes de sacar la 2ª ¿Qué probabilidad hay de obtener algún oro?	
10	En un colegio el _____% de los alumnos practican fútbol, el ___% Baloncesto y el ____% uno u otro. ¿Qué probabilidad hay de que un estudiante practique los dos deportes?	

Para practicar más

1. Una clase tiene 20 personas. Si queremos dividirla en dos equipos con el mismo número de personas, ¿de cuántas maneras se puede hacer?

2. Una comunidad de vecinos formada por 36 personas debe elegir una persona para el puesto de presidente, otra de secretaria y otra de tesorera. ¿De cuántas maneras se puede hacer?

3. ¿De cuántas formas distintas se puede cubrir una quiniela?

Ten en cuenta que una quiniela está formada por 14 partidos en los que se pueden poner 3 resultados (1 X 2) y un pleno al 15 en el que hay que adivinar el número de goles de local y visitante entre 4 valores (0 1 2 M) para cada uno. 4.

4. En una prueba ciclista con 53 participantes se entregan 3 maillots. ¿De cuántas maneras se pueden repartir teniendo en cuenta que una misma persona puede ganar varios?

5. Queremos colocar 12 libros en una estantería. Descubre de cuántas maneras puede hacerse si:

a) Todos los libros son distintos.
b) Solo hay tres libros distintos: 4 del primer tipo, 3 del 2º y 5 del 3º.
c) Además, todos los iguales deben quedar juntos.

6. Existen en el mercado varios tipos de dados, aunque el más normal sea el cúbico de seis caras. Los hay de 4, 6, 10, 12, y 20 caras. En general, van numerados del 1 al nº de caras que tienen. Escribe el suceso “Par” para cada uno de ellos.

7. Tenemos un dado de 4 caras numeradas del 1 al 4. Lo tiramos una vez. Escribe el suceso seguro, el imposible, y todos los posibles clasificados por su tamaño.

8. Tenemos un dado de 6 caras blanco, en el que se han escrito en sus caras los siguientes números {1,1,1,2,2,3}. Escribe todos los sucesos posibles.

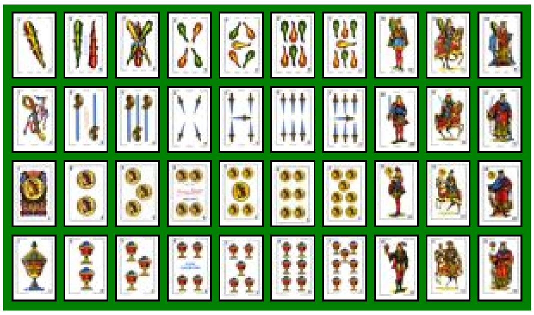
9. En la escuela municipal de un pueblo hay clases para deportes de equipo de baloncesto, fútbol y voleibol. Hay 100 inscritos en deportes de equipo, 70 van a clases de fútbol, 60 de baloncesto y 40 a fútbol y baloncesto. ¿Cuántos van sólo a voleibol?

10. Determina el número de cartas, en una baraja española de 40, que:

a) Con numeración menor que 4.
b) De bastos y mayores que 4.
c) Figuras de oros o bastos.

11. En una baraja española, cuenta las cartas de los sucesos :

a) Oros y sietes
b) Oros o sietes
b) Siete de oros
d) Figuras
c) Oros o figuras
f) Oros y figuras



12. Para un dado de seis caras {1,2,3,4,5,6}, escribe los sucesos:

a) Par
b) No par
c) Par y mayor que 3
d) Par o mayor que 3
e) Par menos mayor que 3
f) El contrario de (par y mayor que 3)

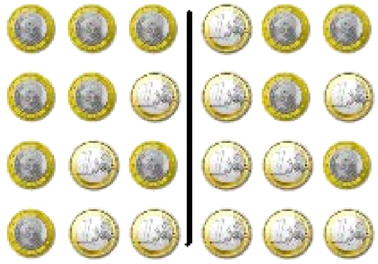
13. Tenemos un dado con los números {1,1,1,2}. Si lo lanzamos 100 veces, alrededor de que cantidad de veces saldrá cada uno de los posibles resultados.

14. Tenemos un dado de diez caras numeradas como {1,2,2,3,3,3,4,4,4,4}. ¿Cuál es la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales?.

15. Tenemos una ruleta de 10 posiciones, 3 rojas, 4 verdes, 2 negras y una azul. ¿Cuál es la probabilidad de que al girarla se obtenga cada uno de los colores?

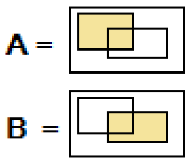
16. Si lanzamos dos monedas podremos obtener uno de estos 4 resultados {OO, XO, OX, XX}.

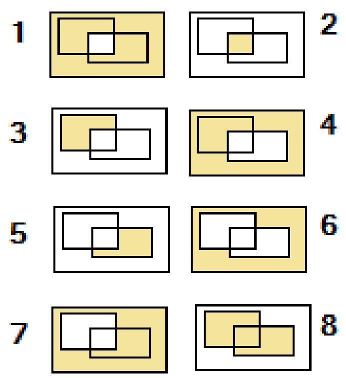
Puedes escribir de esta forma los posibles para tres monedas.



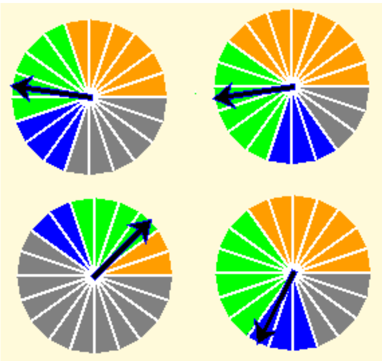
Y para 4. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras en cada uno de los experimentos?

17. Sabiendo que P(A)=0.5, p(B)=0.7 y P(2)=0.3, calcula P(1), P(3), P(4), P(5), P(6), P(7) y P(8),





18. ¿Cuál es la probabilidad de obtener naranja, verde, azul o gris en cada una de las siguientes ruletas?



19. Tenemos un dado de 10 caras de esta forma {1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2}. Y dos urnas, una A={R, R, R, V, V} y B={R, V, V, V, V}. Lanzamos el dado, si sale 1 extraemos una bola de A, y si sale 2 de B. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una roja de A? ¿Y una roja de B? ¿Y una verde de A?.

20. En una bolsa hay las siguientes bolas {1,2,2,3,3}. Extraemos primero una bola y la devolvemos para extraer otra. Calcula la probabilidades siguientes: P(1,1), P(1,2), P(1,3).

21. Si para la segunda extracción del ejercicio anterior no devolvemos la 1º bola, ¿Cuál es el valor de las probabilidades ahora?

22. Calcula las probabilidades de obtener 2 oros al extraer dos cartas de una baraja española en los casos de devolver y de no devolver la 1º carta a la baraja antes de extraer la 2ª.

23. Tenemos un dado de 10 caras de la forma {1,1,1,1,2,2,2,2,2,2}, y dos urnas, una A={R,R,R,V,V} y otra B={R,V,V,V,V}. Lanzamos el dado, si sale 1 extraemos una bola de A, y si sale 2 de B. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una R? ¿Y una V?.

24. Tenemos una urna con bolas numeradas como se indica {1,1,2,2,2} y dos urnas I={R,V} y II={N,N,R,V}. Extraemos una bola para decidir de que urna escogemos otra. ¿Cuál es la probabilidad de obtener R ó N?

25. Realizado el experimento del ejercicio anterior, resultó ser V. ¿Cuál es la probabilidad de que fuera extraída de la urna A? ¿Y de la B?

26. Se lanza dos monedas. Si salen dos caras se tira el dado {1,1,1,2,2,2} y si y si no el dado {1,1,2,2,3,3}. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 1? ¿Cuándo sale uno con que probabilidad salió también dos caras?

27. Diez amigos organizan un viaje y elige el destino uno de ellos por sorteo. Seis quieren ir a la costa y cuatro al interior. De los primeros, dos quieren ir al norte y cuatro al sur. De los de interior, la mitad prefieren el norte y la otra mitad el sur.

a) Halla la probabilidad de ir a la costa del norte.

b) ¿Cuál es la probabilidad de ir al norte?

c) Si van al norte, ¿cuál es la probabilidad de que sea en la costa?