8 Xeometría Analítica do plano

Contidos

1. Vectores
   Vectores fixos e vectores libres
   Operacións con vectores
   Combinación lineal de vectores
   Punto medio dun segmento
   Produto escalar
   Aplicacións do produto escalar

2. Rectas
   Ecuacións dunha recta
   Outras ecuacións da recta
   Posicións relativas de dúas rectas
   Rectas paralelas e perpendiculares

3. Circunferencias
   Ecuación da circunferencia

Obxectivos

- Recoñecer os elementos dun vector identificando cando dous vectores son equipolentes.
- Facer operacións con vectores libres tanto analítica como graficamente.
- Calcular o punto medio dun segmento e a distancia entre dous puntos dados.
- Coñecer e calcular as distintas formas da ecuación dunha recta.
- Pescudar a posición relativa de dúas rectas.
- Calcular rectas paralelas e perpendiculares a unha dada.

Autor: Xosé Eixo Branco
Versión en galego: Cibrán M. Arxibai Queiruga

Antes de empezar

Investiga

Pulsa no botón e intenta resolver o problema da busca do tesouro

Na escena da dereita podes ver unha explicación sobre "A recta de Euler"
Empeza situando os vértices do triángulo onde che pareza oportuno.
Pulsa en Na parte inferior da escena para acceder ás distintas explicacións:

Contesta:
Como se chama o punto no que se cortan as alturas dun triángulo? ________________________
Como se chama o punto no que se cortan as medianas dun triángulo? ______________________
Como se chama o punto no que se cortan as mediatrices dun triángulo? ___________________
A que recta se coñece co nome de "Recta de Euler"? ______________________________________
____
Cal é a relación entre as distancias entre os tres puntos anteriores? ___________________
____

Pulsa para ir á páxina seguinte.

1. Vectores

1.a. Vectores fixos e vectores libres

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado e utiliza a escena da dereita para comprender mellor os conceptos que se explican.
Contesta:
Cantos puntos se necesitan para determinar un vector? _______
Que nome reciben eses puntos? ___________________________
Cales son os elementos que caracterizan a un vector?

Elemento	Definición

Como se calculan as compoñentes dun vector a partir das coordenadas da súa orixe e do seu extremo? ____

$$\left.\begin{array}{l} A(x_1, y_1) \\ B(x_2, y_2) \end{array}\right\} \to \overrightarrow{AB}(\qquad , \qquad)$$

Cando se di que dous vectores fixos son equipolentes? __________________________________
____
A que se denomina vector libre? ____
____
Cal é o vector de posición dun punto P? ____
Cales son as coordenadas do vector de posición dun punto $P(x_0,y_0)$? ________________

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

1. Dados os puntos A(1,−2) y B(−4,1), calcula as compoñentes do vector $\overrightarrow{AB}$.
2. Calcula o punto extremo dun vector equipolente a $\vec{v}(-7,4)$ e con orixe en A(−2,−2).
3. Dados os puntos A(−1,−1) e B(−6,3), calcula o módulo do vector $\overrightarrow{AB}$.

Pulsa para ir á páxina seguinte.

1.b. Operacións con vectores

Suma de vectores

Como se obteñen as compoñentes do vector suma de dous vectores $\vec{u} = (u_x,u_y)$ e $\vec{v} = (v_x,v_y)$?

____

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(u_x,u_y)\\ \vec{v}(v_x,v_y)\end{array}\right\} \to \vec{u}+\vec{v} = (\qquad , \qquad)$$

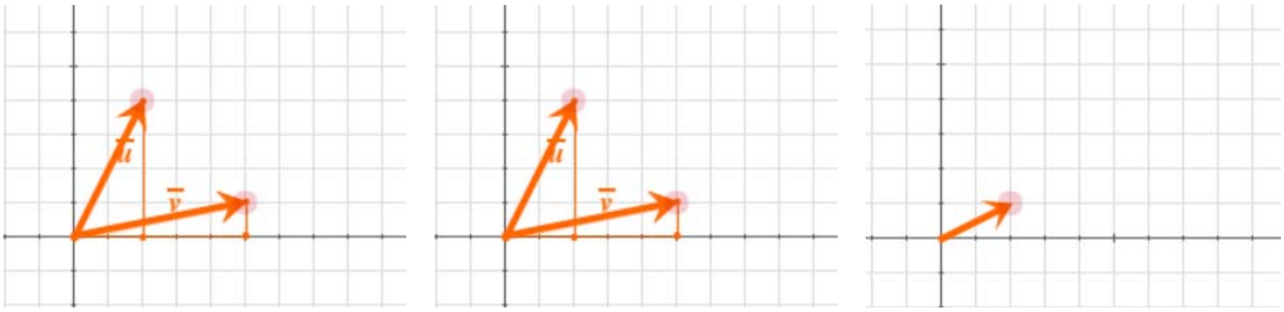
Produto dun vector por un escalar

Como se multiplica un vector por un escalar?

____

$$\vec{u}(u_x,u_y) \to t\cdot\vec{u} = (\qquad , \qquad)$$

Na escena podes ver as dúas formas de obter graficamente a suma de dous vectores (para pasar dunha a outra has de pulsar na parte inferior esquerda en "doutra forma") e a interpretación xeométrica do produto por un escalar.
Completa a suma gráfica, nas súas dúas formas e no produto (para t = 3)



Pulsando en **propiedades** ábrese unha ventá na que se traballan estas dúas operacións con vectores. Completa a seguinte táboa coas que faltan:

Propiedades da suma de vectores

• Propiedade CONMUTATIVA	$\vec{u}+\vec{v} = \vec{v}+\vec{u}$
•	
•	
•	
	O elemento oposto é o que ten: ______________________________

Propiedades do produto por un escalar

•	E coas dúas operacións, a PROPIEDADE DISTRIBUTUVA:
•	
•	•

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

4. Dados os vectores $\vec{u}(2,4)$ e $\vec{v}(-3,3)$, efectúa graficamente a operación: $2\vec{u}+\vec{v}$.

5. Dados os vectores $\vec{u}(-1,2)$ e $\vec{v}(2,-3)$, efectúa graficamente a operación: $3\vec{u}-2\vec{v}$.

6. Dados os vectores $\vec{u}(1,-2)$, $\vec{v}(-3,1)$ e $\vec{w}(3,5)$, efectúa a operación: $4\vec{u}+\vec{v}-3\vec{w}$.

7. Dados os vectores $\vec{u}(0,-3)$, $\vec{v}(3,-2)$ e $\vec{w}(-4,1)$, efectúa a operación: $3\vec{u}-2\vec{v}-5\vec{w}$.

Pulsa para ir á páxina seguinte.

1.c. Combinación lineal de vectores

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado fixándote nos exemplos que se mostran na escena para comprender mellor os conceptos que se explican e contesta:

Cando se di que dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linealmente dependentes?

Fórmula:

____

En caso contrario dise que son: ____________________

Cando se di que un vector $\vec{w}$ é combinación lineal doutros dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$?

Fórmula:

____

Cando se di que dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ forman unha base?

____

A base máis utilizada é a formada polos vectores: ______________________________

Denomínase: ____________________

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

8. Os vectores $\vec{u}(3,1)$ e $\vec{v}(1,-2)$ teñen distinta dirección. Expresa o vector $\vec{w}(4,-1)$ como combinación lineal deles.

9. Os vectores $\vec{u}(1,-3)$ e $\vec{v}(-1,1)$ teñen distinta dirección. Expresa o vector $\vec{w}(-6,12)$ como combinación lineal deles.

Pulsa para ir á páxina seguinte.

1.d. Punto medio dun segmento

Le na pantalla a explicación e observa na escena da dereita como se obtén a fórmula para calcular o punto medio dun segmento.

Completa:

As coordenadas do **punto medio** dun segmento son ____

____.

$$\left.\begin{matrix} A(x_1, y_1) \\ B(x_2, y_2) \end{matrix}\right\} \rightarrow M = \left(\_\_\_\_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_\_\_\_ \right)$$

O punto medio divide ao segmento en dúas partes iguais, do mesmo xeito pódense calcular os puntos que dividen o segmento en tres, catro ou máis partes iguais.

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

10. Calcula o punto medio dos segmentos de extremos:

a) A (7,–6) y B(5,2)
b) A (–5,4) y B(7,8)
c) A (3,–5) y B(4,7)
d) A (–2,0) y B(7,3)

11. Se A (–7,–4) y B(5,8), calcula os puntos que dividen ao segmento AB en tres partes iguais.

12. Se A (5,3) e B(–7,–5), calcula os puntos que dividen ao segmento AB en catro partes iguais.

13. Se A (7,4) e B(–8,–6), calcula os puntos que dividen ao segmento AB en cinco partes iguais.

Pulsa para ir á páxina seguinte.

1.e. Produto escalar

Le na pantalla a explicación e observa na escena exemplos e propiedades do produto escalar. Completa a fórmula para calcular o produto escalar de dous vectores no siguiente recadro:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(u_x, u_y)\\ \vec{v}(v_x, v_y)\end{array}\right\} \rightarrow \vec{u}\circ\vec{v} =$$

Se coñecemos o módulo de ambos vectores e o ángulo que forman, o seu produto escalar tamén pode obterse mediante a fórmula:

$$\vec{u}\circ\vec{v} =$$

Pulsando en "explicación" podes ver que ambas definicións son equivalentes.

Na escena podes ver como se calcula o produto escalar de dous vectores utilizando ambas fórmulas.
Elixe ti os vectores que queiras, movendo os extremos dos dous que aparecen, utilizando o rato. Copia un exemplo de cada un dos métodos:

1 **Exemplo de produto de vectores coñecidas as súas compoñentes:**

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(\quad,\quad)\\ \vec{v}(\quad,\quad)\end{array}\right\} \rightarrow \vec{u}\circ\vec{v} =$$

Propiedades do produto escalar

- $\vec{u}\circ\vec{v}$ ___
- Conmutativa: ______________________
- Homoxénea: _______________________
- Distributiva respecto da suma: __________________________________

2 **Exemplo de produto de vectores a partir dos módulos e o ángulo que forman:**

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(\quad,\quad)\\ \vec{v}(\quad,\quad)\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}|\vec{u}| =\\ |\vec{v}| =\end{array}\right\} \rightarrow \vec{u}\circ\vec{v} =$$

➔ Comproba que cos dous procedementos o resultado obtido é o mesmo.

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

14. Dados os vectores $\vec{u}(-1,2)$ e $\vec{v}(2,-3)$, calcula $\vec{u}\circ\vec{v}$.

15. Dados os vectores $\vec{u}(3,-2)$ e $\vec{v}(-2,2)$, comproba que se verifica propiedade conmutativa.

16. Os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ forman un ángulo de 60º e os seus módulos son $|\vec{u}| = 7$ e $|\vec{v}| = 8$.
Calcula o seu produto escalar.

17. Os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ forman un ángulo de 30º e os seus módulos son $|\vec{u}| = \sqrt{75}$ e $|\vec{v}| = 10$.
Calcula o seu produto escalar

18. Dados os vectores $\vec{u}(4,-4)$, $\vec{v}(-3,4)$ e $\vec{w}(2,-4)$, comproba que se verifica a propiedade distributiva do produto escalar respecto da suma.

Pulsa para ir á páxina seguinte.

1.f. Aplicación do produto escalar

Distancia entre dous puntos

Dados os puntos A(x_1,x_2) e B(y_1, y_2), a distancia entre eles é ________________
____.

$$\left.\begin{matrix} A(x_1,y_1) \\ B(x_2,y_2) \end{matrix}\right\} \rightarrow d(A,B) = |\overrightarrow{AB}| =$$

Ángulo entre dous vectores

Dados dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, podemos calcular o coseno do ángulo que forman e, polo tanto, o ángulo:

$$\cos(\vec{u},\vec{v}) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Na escena podes ver exemplos de distancias entre puntos e ángulos entre vectores.

1 **Exemplo de cálculo da distancia entre dous puntos:**

Elixe ti os puntos que queiras, movéndoos co rato e copia aquí un exemplo:

$$\left.\begin{matrix} A(\quad , \quad) \\ B(\quad , \quad) \end{matrix}\right\} \rightarrow d(A,B) = |\overrightarrow{AB}| =$$

2 **Exemplo de cálculo do ángulo formado por dous vectores:**

Elixe ti os vectores que queiras, movendo os extremos co rato e copia un exemplo:

$$\left.\begin{matrix} \vec{u}(\quad , \quad) \\ \vec{v}(\quad , \quad) \end{matrix}\right\} \rightarrow \cos(\vec{u},\vec{v}) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Vectores ortogonais

Que son vectores **ortogonais**? ____

Pulsa en "practicar" para ver algún exemplo de vectores ortogonais.

Le a explicación que aparece nesa ventá e contesta:

Cal é a condición que han de verificar dous vectores para seren **ortogonais**?

____

Copia aquí dous exemplos dos que aparecen nesa escena:

1.- Calcula o valor de m para que os vectores ________________ sexan ortogonais	
2.- Calcula un vector ortogonal a _______ e que teña ol mesmo módulo.	

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

19. Resolve o problema proposto no inicio do tema "a busca do tesouro".

20. Calcula a distancia entre os seguintes pares de puntos:

a) A (2,–1) e B(3,4) c) A (3,–2) e B(7,–5)

b) A (–3,2) e B(7,–5) d) A (–2,0) e B(7,8)

21. Calcula o ángulo que forman os seguintes pares de vectores:

a) $\vec{u}(3,-2)$ e $\vec{v}(-2,3)$ c) $\vec{u}(1,-2)$ e $\vec{v}(2,1)$

b) $\vec{u}(5,2)$ e $\vec{v}(-2,3)$ d) $\vec{u}(3,4)$ e $\vec{v}(-3,0)$

22. Calcula "m" para que os seguintes pares de vectores sexan ortogonais

a) $\vec{u}(m,-2)$ e $\vec{v}(-2,3)$ c) $\vec{u}(8,-6)$ e $\vec{v}(3,m)$

b) $\vec{u}(m,2)$ e $\vec{v}(4,-6)$ d) $\vec{u}(5,-2)$ e $\vec{v}(m,6)$

23. Calcula un vector ortogonal a cada un dos seguintes e que teña o mesmo módulo.

a) $\vec{u}(m,-2)$ e $\vec{v}(-2,3)$ c) $\vec{u}(8,-6)$ e $\vec{v}(3,m)$

b) $\vec{u}(m,2)$ e $\vec{v}(4,-6)$ d) $\vec{u}(5,-2)$ e $\vec{v}(m,6)$

Pulsa para ir á páxina seguinte.

2. Rectas

2.a. Ecuacións dunha recta

Le na pantalla a explicación e observa na escena exemplos das distintas formas das ecuacións dunha recta.
Contesta e completa:
Que se necesita para determinar a ecuación dunha recta?

Cal é a fórmula pola que se obtén o vector de posición dun punto calquera dunha recta?

Ecuacións dunha recta que pasa por un punto **P(x_1,y_1)** e ten de vector director: **$\vec{v}$ (v_x,v_y)**

• Ecuación vectorial	
• Ecuacións paramétricas	
• Ecuación continua	
• Ecuación xeral	
• Ecuación explícita	

Na escena da dereita podes escoller ti o punto e o vector que queiras e con eles ver as distintas ecuacións da recta, así como o procedemento para pasar dunhas formas a outras. Copia un exemplo aquí, escribindo en cada caso a operación que se realiza para facer o paso correspondente:

Ecuacións dunha recta que pasa por un punto **P(,)** e de vector director: **$\vec{v}$ (,)**

• Ecuación vectorial	
• Ecuacións paramétricas	
• Ecuación continua	
• Ecuación xeral	
• Ecuación explícita	

Pulsa no botón para facer uns exercicios. Repíteo varias veces.

EXERCICIOS

24. Calcula as ecuacións da recta que pasa por P(−1,2) e ten de vector director $\vec{v}$ (2,−3).

25. Calcula as ecuacións da recta que pasa por P(0,−2) e ten de vector director $\vec{v}$ (3,-1).

26. Calcula as ecuacións da recta que pasa por P(1,−3) e ten de vector director $\vec{v}$ (2,0).

Pulsa para ir á páxina seguinte.

2.b. Outras ecuacións da recta

Le na pantalla a explicación e observa na escena exemplos destas dúas novas formas de ecuacións dunha recta.
Contesta e completa:

Cal é o valor da pendente dunha recta?	
Con que ángulo se relaciona a pendente?	
Como se denomina ao punto de corte da recta co eixo OY?	

Ecuacións dunha recta que pasa por un punto **P(x_1,y_1)** e ten de pendente "**m**":

- Ecuación punto-pendente

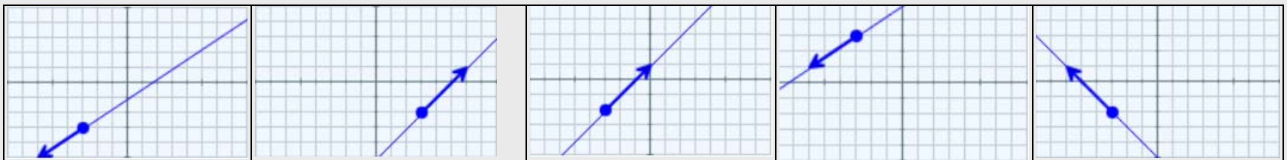
Se se coñecen dous puntos da recta:____

- Ecuación por dous puntos

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

27. Asocia cada recta coa súa ecuación



$\begin{cases} x = -3 - 3t \\ y = -3 - 2t \end{cases}$	$(x,y) = (-3, 3) + t(-3, -2)$	$\dfrac{x+3}{-3} = \dfrac{y+2}{3}$	$3x - 3y + 3 = 0$	$y = x - 5$

28. Calcula as ecuacións da recta que pasa por P(2,−1) e ten de vector director $\vec{v}$ (0,1).

29. Calcula as ecuacións da recta que pasa por P(−1,−4) e ten de vector director $\vec{v}$ (−2,3).

30. Acha a pendente da recta que pasa polos puntos P(−5,2) e Q(3,2). Escribe tamén a súa ecuación en forma explícita.

31. Acha a pendente da recta que pasa polos puntos P(2,1) e Q(−3,1). Escribe tamén a súa ecuación en forma explícita.

32. Escribe a ecuación xeral da recta que pasa polos puntos P(−5,−4) e Q(−9,−1).

33. Escribe a ecuación xeral da recta que pasa polos puntos P(3,−1) e Q(−2,5).

34. Dada a ecuación da recta en forma continua: $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-1}{-2}$, escribe as demais formas de expresar esta ecuación (Vectorial, Paramétricas, Xeral, Punto-pendente e Explícita)

35. Dada a ecuación da recta en forma paramétrica: $\left.\begin{matrix} x = -3 + t \\ y = -2t \end{matrix}\right\}$, escribe as demais formas de expresar esta ecuación (Vectorial, Continua, Xeral, Punto-pendente e Explícita)

36. Dada a ecuación da recta en forma xeral: $2x + 5y - 7 = 0$, escribe as demais formas de expresar esta ecuación (Vectorial, Paramétricas, Xeral, Punto-pendente e Explícita)

Pulsa para ir á páxina seguinte.

2.c. Posicións relativas de dúas rectas

Le na pantalla a explicación sobre as distintas posicións relativas que poden ter dúas rectas no plano e observa na escena exemplos de cada unha desas posicións, fixándote ben na relación entre os coeficientes das rectas en cada caso.

Contesta e completa:

Cando dúas rectas son **secantes**?

Cando dúas rectas son **paralelas**?

Cando dúas rectas son **coincidentes**?

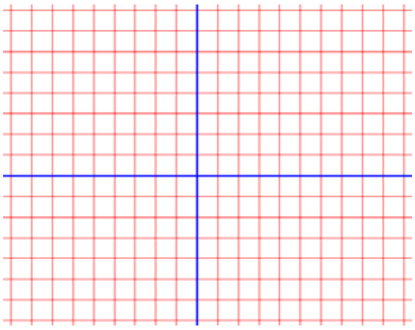
Atendendo aos coeficientes das respectivas ecuacións xerais, en cada caso verifícase:

Secantes	Paralelas	Coincidentes
$\underline{\quad} \neq \underline{\quad}$	$\underline{\quad} = \underline{\quad} \neq \underline{\quad}$	$\underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$

Na escena repite varias veces pulsando en "Outras rectas" e en cada caso elixe a posición relativa correcta na que aparecen as rectas mostradas.

Debuxa un exemplo de cada tipo nos seguintes sistemas de coordenadas.

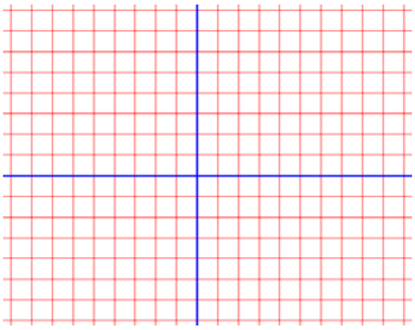
Secantes



Recta 1:
Recta 2:
Relación entre coeficientes:

$\underline{\quad} \neq \underline{\quad}$

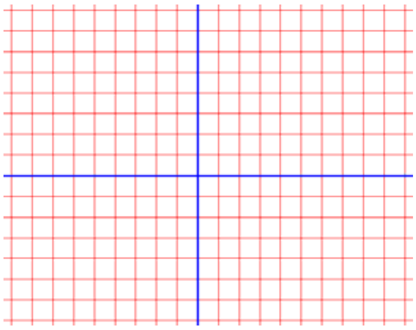
Paralelas



Recta 1:
Recta 2:
Relación entre coeficientes:

$\underline{\quad} = \underline{\quad} \neq \underline{\quad}$

Coincidentes



Recta 1:
Recta 2:
Relación entre coeficientes:

$\underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

37. Unha recta ten como vector director $\vec{v}\,(2,3)$ e pasa polo punto P(−1,2); outra recta ten de pendente $m = \frac{3}{2}$ e pasa polo punto Q(1,−2). Como son estas rectas?

38. Unha recta ten como vector director $\vec{v}\,(2,1)$ e pasa polo punto P(3,2); outra recta ten de pendente $m = -\frac{1}{2}$ e pasa polo punto Q(1,0). Como son estas rectas?

Pulsa para ir á páxina seguinte.

2.d. Rectas paralelas e perpendiculares

Le na pantalla as explicacións sobre os procedementos a seguir para obter unha paralela ou unha perpendicular a unha recta dada.
Contesta e completa:

Cando son **paralelas** dúas rectas?	
Para escribir a ecuación dunha recta **paralela** a outra por un punto P...	
Cando son **perpendiculares** dúas rectas?	
Para escribir a ecuación dunha recta **perpendicular** a outra por un punto P...	

Na escena podes ver exemplos de cálculo de paralelas e perpendiculares.

1 **Exemplo de cálculo dunha paralela**

Ecuación en forma continua:	Punto polo que pasa:	Recta paralela en forma continua:
Ecuación en forma xeral:	Punto polo que pasa:	Recta paralela en forma xeral:
Ecuación en forma explícita:	Punto polo que pasa:	Recta paralela en forma explícita:

2 **Exemplo de cálculo dunha perpendicular**

Ecuación en forma continua:	Punto polo que pasa:	Recta perpendicular en forma continua:
Ecuación en forma xeral:	Punto polo que pasa:	Recta perpendicular en forma xeral:
Ecuación en forma explícita:	Punto polo que pasa:	Recta perpendicular en forma explícita:

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

39. Calcula o valor de "a" para que as rectas r e s sexan paralelas, en cada un dos seguintes apartados:

a) r) $\frac{x+5}{-3}=\frac{y+4}{2}$; s) $\frac{x+8}{9}=\frac{y+8}{a}$

b) r) $\frac{x+2}{-2}=\frac{y+4}{4}$; s) $\frac{x+5}{a}=\frac{y-1}{-6}$

c) r) $-2x + 4y + 12 = 0$; s) $x + ay + 4 = 0$

d) r) $4x + 6y - 18 = 0$; s) $ax - 9y + 8 = 0$

40. Calcula o valor de "a" para que as rectas r e s sexan perpendiculares, en cada un dos seguintes apartados:

a) r) $\frac{x-5}{3}=\frac{y+3}{2}$; s) $\frac{x-8}{a}=\frac{y+5}{-9}$

b) r) $\frac{x+4}{3}=\frac{y-4}{-4}$; s) $\frac{x+7}{12}=\frac{y-2}{a}$

c) r) $2x + 3y - 18 = 0$; s) $ax + 2y - 12 = 0$

d) r) $3x + 3y - 25 = 0$; s) $ax + 9y + 50 = 0$

41. Dada a recta de ecuación $\frac{x+5}{-3}=\frac{y+4}{2}$, calcula unha paralela que pase polo punto P(1,–2)

42. Dada a recta de ecuación $\frac{x+5}{-3}=\frac{y+4}{2}$, calcula unha perpendicular que pase polo punto P(1,–2)

43. Dada a recta de ecuación $2x + 3y - 8 = 0$, calcula unha paralela que pase polo punto P(3,2)

44. Dada a recta de ecuación $2x + 3y - 8 = 0$, calcula unha perpendicular que pase polo punto P(3,2)

45. Dada a recta de ecuación $y = 3x - 2$, calcula unha paralela que pase polo punto P(0,1)

46. Dada a recta de ecuación $y = 3x - 2$, calcula unha perpendicular que pase polo punto P(0,1)

47. Dada a recta de ecuación $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$, calcula unha paralela que pase polo punto P(2,1)

48. Dada a recta de ecuación $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$, calcula unha perpendicular que pase polo punto P(2,1)

Pulsa para ir á páxina seguinte.

3. Circunferencias

3.a. Ecuación dunha circunferencia

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado e observa na escena da dereita como se obtén a ecuación dunha circunferencia (podes cambiar o centro de posición co rato, e variar o raio co pulsador que se encontra na esquina superior dereita).

Contesta e completa:

Cal é a definición de circunferencia?

A definición de circunferencia lévanos á ecuación:

Desenvolvendo esta expresión, obtemos:

Que podemos escribir:

____

Onde **A =** ______, **B =** ______ e **C =** _________________

Así podemos calcular as coordenadas do centro ou o valor do raio a partir da ecuación.

Exemplos

Ecuación da circunferencia de centro C(−2,3) e raio 5:	**A** = − 2 · (−2) = **+4** **B** = − 2 · 3 = **− 6** **C** = $(-2)^2 + 3^2 - 5^2$ = **−12**	$\mathbf{x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0}$
Centro e raio da circunferencia: $\mathbf{x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0}$	**A** = − 2 · a = −2 → **a = 1** **B** = − 2 · b = **4** → **b = −2** **C** = $1^2 + (-2)^2 - r^2$ = **−4** → **r = 3**	**Centro: C (1,−2)** **Raio: r = 3**

Pulsa no botón para facer uns exercicios.

EXERCICIOS

49. Acha a ecuación da circunferencia de centro C(3,4) e raio 4

50. Acha a ecuación da circunferencia que ten o seu centro no punto C(−1,−1) e que pasa polo punto (2,3)

51. Calcula o centro e o raio das seguintes circunferencias:

a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$

b) $x^2 + y^2\ 4y - 21 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 26 = 0$

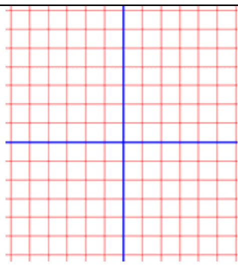
d) $x^2 + y^2 + 6y = 0$

Pulsa para ir á páxina seguinte.

Recorda o máis importante – RESUMO

Vector fixo
Orixe: Extremo:
Compoñentes: $\overrightarrow{AB}$

Vector libre
____
____.

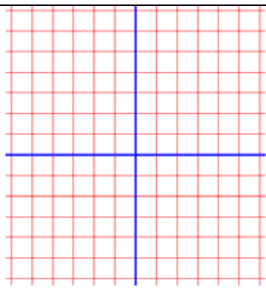


Caracterizan a un vector:
-
-
-

Operacións con vectores
$\vec{u}$(,) ; $\vec{v}$(,)

- **Suma**

- **Produto por un escalar**

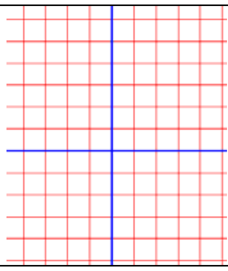


Produto escalar
Dúas formas de calculalo:
-
-

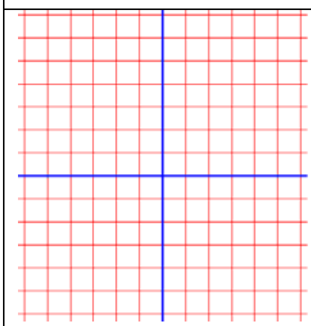
Punto medio dun segmento

A (,) ; B(,)

M:



- **Módulo dun vector**
- **Distancia entre dous puntos**
- **Ángulo entre dous vectores**

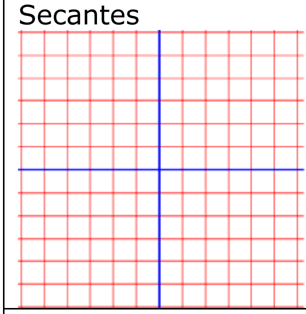


Ecuacións da recta

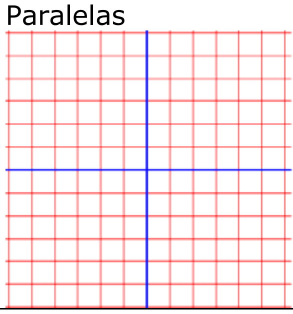
- Vectorial:
- Paramétricas
- Continua
- Xeral
- Punto- Pendente
- Explícita

Posicións relativas de dúas rectas $Ax + By + C = 0$; $A'x + B'y + C' = 0$

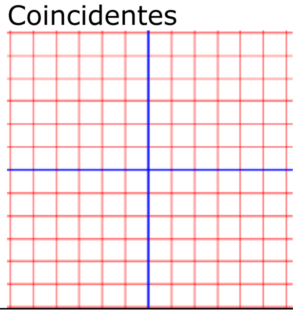
Secantes



Paralelas



Coincidentes



Ecuación da circunferencia
Centro: C(a,b)
Raio: r

Pulsa para ir á páxina seguinte.

Para practicar

Agora vas practicar resolvendo distintos EXERCICIOS. Nas siguintes páxinas encontrarás EXERCICIOS de:

Vectores
Rectas

Completa o enunciado cos datos cos que che aparece cada EXERCICIO na pantalla e despois resólveo. É importante que primeiro o resolvas ti e despois comprobes no ordenador se o fixeches ben.

Vectores

Vectores equipolentes

1. Dados os puntos A(,), B(,), C(,) e D(,); calcula os vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{DC}$. Cales son equipolentes?:

Operacións con vectores (Dous tipos de exercicios)

2. Dados os vectores $\vec{u}$(,), $\vec{v}$(,) e $\vec{w}$(,), efectúa a operación:.

3. Os puntos A(,), B(,) e C(,) son tres vértices consecutivos dun paralelogramo. Acha o cuarto vértice, D, aplicando a suma de vectores.

Punto medio e distancias (Catro tipos de exercicios)

4. Calcula o punto onde se cortan as diagonais do paralelogramo de vértices A(,), B(,), C(,) e D(,). Calcula tamén a medida das diagonais.

5. Comproba que o triángulo de vértices A(,), B(,) e C(,) e o de vértices os puntos medios dos seus lados, son semellantes.

6. Os puntos A(,), B(,), C(,) e D(,) son os vértices dun trapezoide. Comproba que os puntos medios dos seus lados forman un paralelogramo.

7. Calcula o simétrico do punto A(,) respecto de P(,). Comproba tamén que a distancia de A a P é a metade da distancia de A ao seu simétrico.

Combinacións lineais (Dous tipos de exercicios)

8. Calcula as compoñentes do vector $\vec{w} =$, sabendo que $\vec{u} =$ e $\vec{v} =$

9. Expresa o vector $\vec{w} =$ como combinación lineal de $\vec{u} =$ e $\vec{v} =$

Produto escalar (Dous tipos de exercicios)

10. Dados os vectores $\vec{u}$(,) e $\vec{v}$(,), calcula o seu produto escalar, os seus módulos e o ángulo que forman.

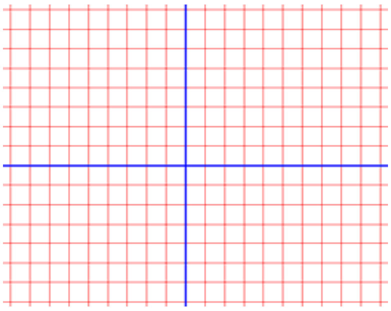
11. Comproba mediante vectores e co teorema de Pitágoras que o triángulo de vértices A(,), B(,) e C(,) é rectángulo.

Rectas

Unha recta (Catro tipos de exercicios)

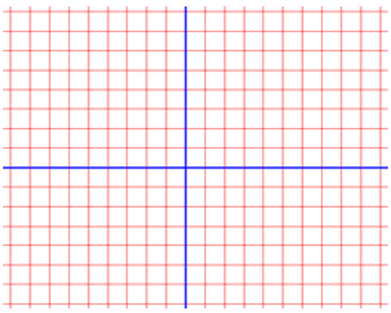
12. Dada a recta r, indica que tipo de ecuación é, represéntaa e calcula:

- Un punto da mesma
- Un vector direccional
- A pendente



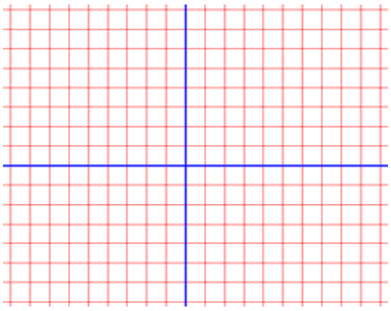
13. Dada a recta r, indica que tipo de ecuación é, represéntaa e calcula:

- Un punto da mesma
- Un vector direccional
- A pendente



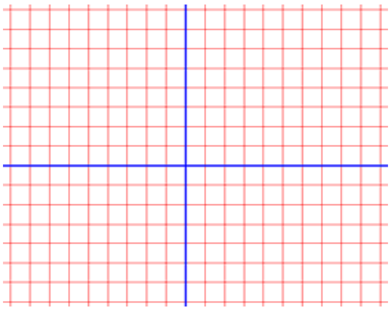
14. Dada a recta r, indica que tipo de ecuación é, represéntaa e calcula:

- Un punto da mesma
- Un vector direccional
- A pendente



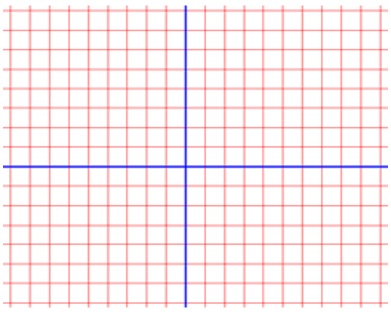
15. Dada a recta r, indica que tipo de ecuación é, represéntaa e calcula:

- Un punto da mesma
- Un vector direccional
- A pendente

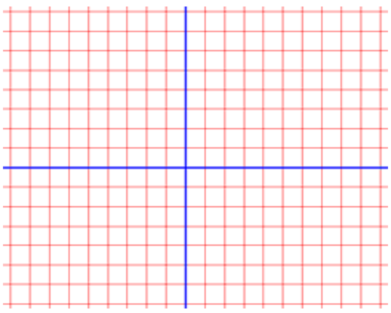


Acha a ecuación (Catro tipos de exercicios)

16. Acha a ecuación explícita da recta da gráfica

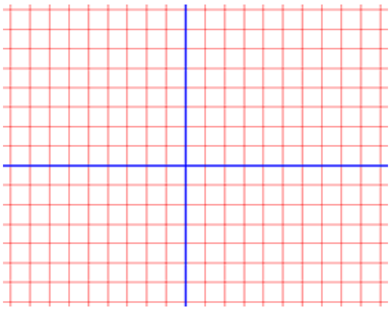


17. Acha a ecuación xeral da recta que pasa polos puntos P(,) e Q(, ,)



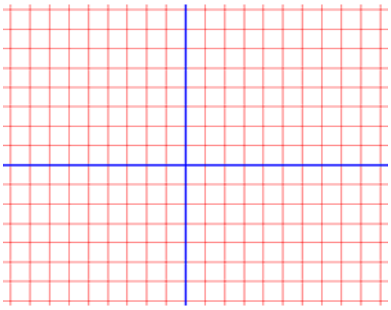
18. A recta r pasa polo punto P(,) e ten como vector director $\vec{v}$ (,). Acha a súa ecuación en forma:

a) Vectorial b) Continua c) Xeral



19. A recta r pasa polo punto P(,) e ten pendente ___. Acha a súa ecuación en forma:

a) Punto-pendente b) Explícita c) Xeral



Dúas rectas (Tres tipos de exercicios)

20. Acha a ecuación da recta paralela a r polo punto P

r) P(,)

21. Acha a posición relativa das rectas r e s

r) s)

22. Acha a ecuación da recta perpendicular a r polo punto P

r) P(,)

Nun triángulo (Catro tipos de exercicios)

23. Comproba que as rectas r_1, r_2 e r_3 forman un triángulo e calcula os seus vértices

r_1) r_2) r_3)

24. Dado o triángulo de vértices A(,), B(,) e C(,), calcula:

➔ As ecuacións das mediatrices de cada lado e e as coordenadas do circuncentro

25. Dado o triángulo de vértices A(,), B(,) e C(,), calcula:

➔ As ecuacións das medianas e as coordenadas do baricentro

26. Dado o triángulo de vértices A(,), B(,) e C(,), calcula:

➔ as ecuacións das alturas e as coordenadas do ortocentro

Autoavaliación

Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo, despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

1	Dados os puntos A(,) e B(,). Calcula o módulo do vector $\overrightarrow{AB}$	
2	Un vector equipolente a $\vec{v}$(,) ten o seu ______ no punto __(,). Calcula o seu ____________.	
3	Dados os vectores $\vec{u}$(,) e $\vec{v}$(,) Calcula _____________ .	
4	Dados os vectores $\vec{u}$(,) e $\vec{v}$(,) Calcula o seu produto escalar.	
5	Dados os puntos A(,) e B(,). Calcula a distancia da orixe de coordenadas ao punto medio do segmento AB.	
6	Acha a ecuación xeral da recta que pasa polo punto P(,) e ten como vector director $\vec{v}$(,)	
7	Cal é a posición relativa das dúas rectas seguintes? r: ____________ s: _____________	
8	Acha la ecuación xeral da recta que pasa polo punto P(,) e é paralela á recta ________________.	
9	Acha a ecuación xeral da recta que pasa polo punto P(,) e é perpendicular á recta ___________.	
10	Acha a ecuación da circunferencia de centro C(,) e que pasa polo punto P(,).	