7 Trigonometría

Contidos

1. Os ángulos e a súa medida
   - Percorridos na circunferencia
   - Radiáns
   - Graos sesaxesimais
   - De radiáns a graos
   - Medindo ángulos
2. Razóns trigonométricas
   - Razóns trigonométricas
   - Sen e cos na circunferencia
   - Tanxente na circunferencia
   - Razóns de 30º, 45º e 60º
3. Relacións trigonométricas
   - Relacións fundamentais
4. Resolver triángulos rectángulos
   - Cun ángulo e a hipotenusa
   - Dados un ángulo e un cateto
   - Coñecidos dous lados
5. Razóns de ángulos calquera
   - Seno
   - Coseno
   - Tanxente
6. Aplicacións da trigonometría
   - Resolver problemas métricos

Obxectivos

- Calcular as razóns trigonométricas dun ángulo.
- Achar todas as razóns trigonométricas dun ángulo a partir dunha delas.
- Resolver triángulos rectángulos cando se coñecen dous lados ou un lado e un ángulo.
- Resolver situacións relacionadas coa xeometría nas que se precise calcular ángulos e distancias entre dous puntos.
- Utilizar a calculadora para obter razóns ou ángulos.

Autora: Mª Isabel Hermida Rodríguez

Antes de empezar

Na escena da dereita tes unha presentación na que podes ler a historia da trigonometría; Premendo as frechas e podes ir pasando as distintas diapositivas.

CONTESTA	RESPOSTA
Cal é o primeiro monumento que se coñece que serve para cálculos astronómicos?	
Cita varias civilizacións antigas que utilizasen a trigonometría	
Cita varias utilidades da trigonometría na antigüidade	
Cita varias utilidades da trigonometría na actualidade	

Investiga

Seguramente verías este sinal nas estradas e coñeces o que indica: pendente prolongada. Tamén lembrarás o concepto de pendente dunha recta.
Segundo este, o 10% significa que cada 100 m percorridos en horizontal, subimos (ou baixamos) 10 en vertical. Pero algúns interpretan os 100 m como o camiño real recorrido.
Ti que opinas?, inflúe moito consideralo dunha ou outra forma? Explica

brevemente a túa opinión

____

____

Preme o botón para repasar semellanza e o Teorema de Pitágoras.

Preme para ir á páxina seguinte.

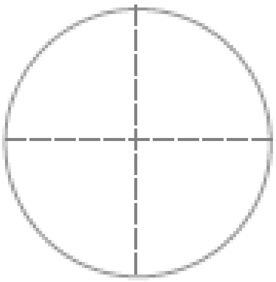
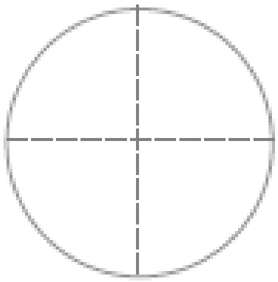
1. Os ángulos e a súa medida

1.a. Percorridos na circunferencia

Trigonometría é unha palabra que deriva do grego Τριγωνομετρíά, Tri (Τρι) tres, gono (γωνο) ángulo, metría (μετρíα) medida, e dicir, "medida de tres ángulos". Podes consultar a definición de trigonometría que dá o dicionario da R.A.E.
Neste curso tratarase unicamente a trigonometría plana.
Co obxecto de estudar os ángulos e a súa medida consideraremos que un ángulo é un percorrido na circunferencia con centro a orixe e de raio unidade ou **circunferencia goniométrica**, o punto de partida destes percorridos situarase no punto de coordenadas (1,0) e a medida dun ángulo será a medida dese percorrido. Os ángulos poden ter sentido positivo ou negativo segundo sexa o do seu percorrido; se é contrario ao das agullas do reloxo será positivo e se é igual, negativo.

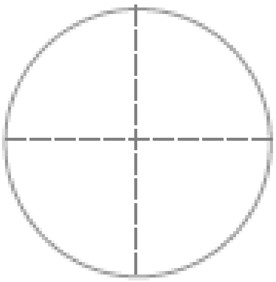
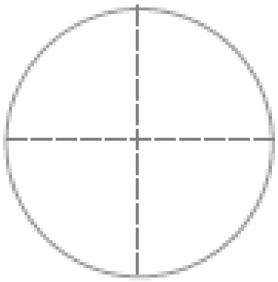
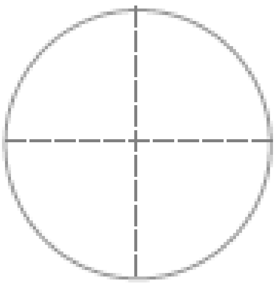
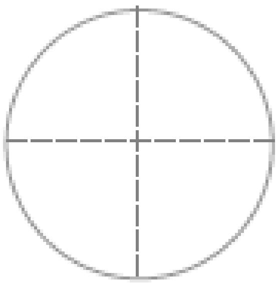
Observa e manipula a escena da dereita:

CONTESTA	RESPOSTA
Que é un ángulo?	
Que significa que un ángulo teña sentido positivo?	
Que significa que un ángulo teña sentido negativo?	
A que se lle chama circunferencia **goniométrica**?	

*Debuxa un ángulo **positivo***	*Debuxa un ángulo **negativo***
	

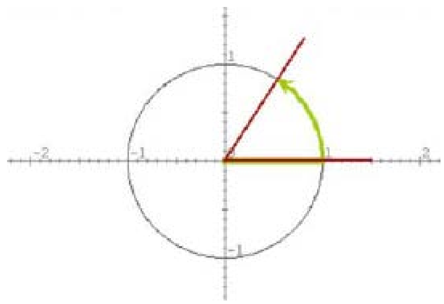
Preme no botón para resolver un exercicio.

Debuxa aquí polo menos 4 dos ángulos que se propoñen, e escribe ao lado a opción correcta que debes escoller na escena:

Preme para ir á páxina seguinte.

1.b. Radiáns



Medir un ángulo é medir o seu percorrido na circunferencia. Como a medida de toda a circunferencia é **2·π·raio**, resulta conveniente tomar como unidade de medida o raio. Na páxina anterior, os ángulos representáronse nunha circunferencia de raio 1, iso non significa que o raio mida 1 cm ou 1 pé ou 1 m, senón que o raio é a unidade de medida tomada. Por razóns evidentes a esta unidade chámaselle **radián**.

A escena comeza mostrando o ángulo de medida un radián, aquel cuxo percorrido na circunferencia é igual ao seu raio. Logo, nos exemplos, pídese unha estimación da medida dalgúns ángulos. Escribe aquí a opción correcta en cada caso:

Exemplo 1	*Exemplo 2*

Preme no botón para Visualizar algúns ángulos en radiáns.

Preme para ir á páxina seguinte.

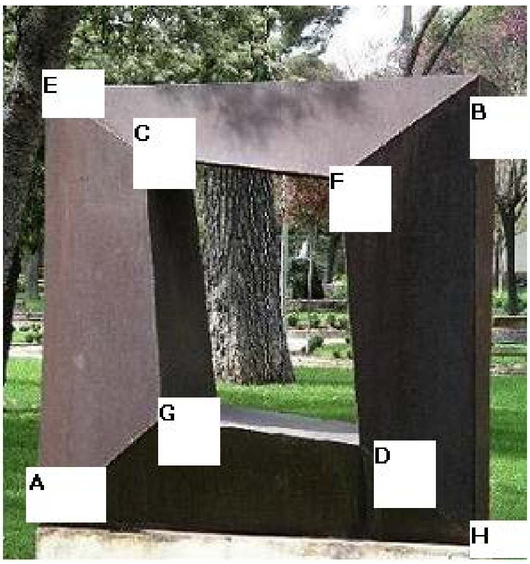
1.c. Graos sesaxesimais

Xa coñeces o sistema sesaxesimal de medida de ángulos. Ao dividir a circunferencia en 360 partes iguais, obtemos un grao, á súa vez cada grao componse de 60 minutos e cada minuto de 60 segundos. Así un ángulo mídese en:

graos º minutos ' segundos ''

> **Sistema Sesaxesimal**
> Ten base 60. Este sistema de medida herdámolo da antiga Babilonia, observa a semellanza coa forma en que medimos o tempo.
> Sabes por que?

Con axuda da escena da dereita, mide os ángulos que se indican da fotografía



A	B	C
D	**E**	**F**

Preme no botón para resolver un exercicio.

Nas calculadoras usuais adoitan aparecer catro tipos de medida de ángulos, "DEG" ou expresión en graos sesaxesimais; a tecla < º ' " > dá os graos enteiros do ángulo e a parte decimal cóntase en minutos (1/60 de grao) e segundos (1/60 de minuto). Outro tipo denótase con "RAD" é dicir, radiáns. E tamén se adoita ver a expresión do ángulo en graos centesimais "GRAD" cada grao centesimal é a centésima parte do ángulo recto, toda a circunferencia está formada por 400 graos centesimais. 1GRAD=90/100 DEG

Intenta completar a seguinte táboa, expresando cada ángulo nos catro sistemas de medida descritos.

GRAD	DEG	º ' "	RAD
-100			
	180		
			Π/6
		60º 30'	
			-Π/4
	135		

Preme para ir á páxina seguinte.

1.d. De graos a radiáns e de radiáns a graos

Le a explicación teórica e observa a escena.

Completa:

O semiperímetro da semicircunferencia é _________

___ radiáns = ____ graos

é dicir, ______________ = ___________________

______ radián = ______ grao

Se despexamos o grao resulta:

1 grao = ___________ ~ ________ radiáns

Se despexamos o radián resulta:

1 radián = _______ graos ~ _______ graos

$$1 \text{ grao} = \frac{\pi}{180} \text{ radiáns}$$

$$1 \text{ radián} = \frac{180}{\pi} \text{ graos}$$

Practica coa escena o paso dun sistema de medida ao outro.

EXERCICIOS

1. Debuxa na circunferencia goniométrica os ángulos de 120º, -50º e 315º:

2. Debuxa na circunferencia goniométrica os ángulos de 5π/6, 3π/4, e 3π/2 rad:

3. Pasa a radiáns:

   a. 150º, b. 210º c. 270º d. 60º

4. Pasa a graos:

   a. 11π/6 rad b. π/4 rad c. 5π/4 rad d. 2π/3 rad

Preme para ir á páxina seguinte.

1.e. Medindo ángulos

Na escena desta páxina pódese medir ángulos con distintas unidades e distinto signo. Practica con ela cambiando o sentido de xiro do ángulo e as unidades de medida.

Preme no botón para ver catro exercicios resoltos.

Preme para ir á páxina seguinte.

2. Razóns trigonométricas

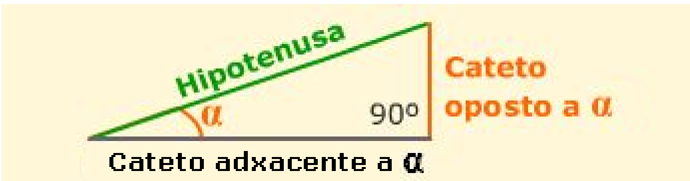
2.a. Razóns trigonométricas

Nos triángulos semellantes os ángulos son iguais e os lados homólogos son proporcionais. A razón entre os lados dun triángulo determina a súa forma.

Recorda
Chámase razón ou proporción entre dous números ao seu cociente.

Dado un triángulo rectángulo, as **razóns trigonométricas** do ángulo agudo **α** defínense:

- ✓ O seno é o cociente entre ________________________ e ____________________.
- ✓ O coseno é o cociente entre _______________________ e ____________________.
- ✓ A tanxente é o cociente entre ____________________ e ____________________.



Na escena podes variar o valor do ángulo **α** e o tamaño do triángulo e observar que estas razóns non dependen do tamaño do triángulo senón do ángulo **α**.

Tamén se utilizan as razóns inversas a estas, podes velas Premendo o enlace aquí
Completa a táboa con estas razóns para un ángulo **α**

sec α= ———————	cosec α =———————	cotg α =———————

Preme para ir á páxina seguinte.

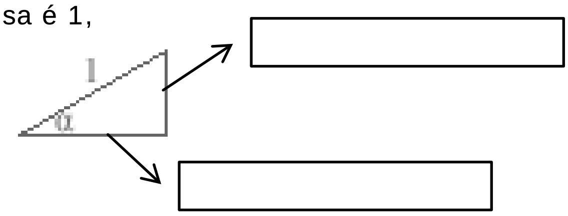
2.b. Seno e coseno na circunferencia

Seguindo as instrucións da escena vemos definidos o seno e o coseno na circunferencia goniométrica ou de raio unidade.

No triángulo rectángulo que se forma como a hipotenusa é 1,

o cateto oposto é o ___________________

o adxacente o ____________________



Observa que **(cos α, sen α)** son as coordenadas do punto final do ángulo α na circunferencia de raio unidade.

Preme para ir á páxina seguinte.

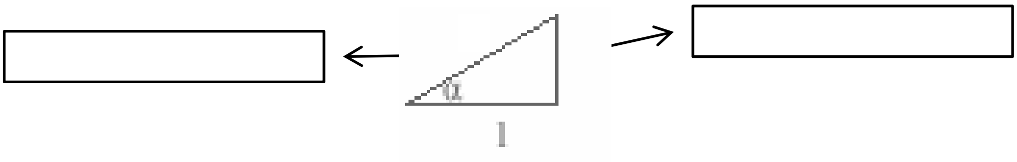
2.c. Tanxente na circunferencia

Na escena compréndese por que ao cociente entre o cateto oposto e o cateto adxacente se lle chama tanxente, o seu valor queda definido sobre unha recta tanxente á circunferencia no punto (1,0).
Observa na escena que cando o cateto adxacente vale 1, a hipotenusa é igual a inversa do cos α.

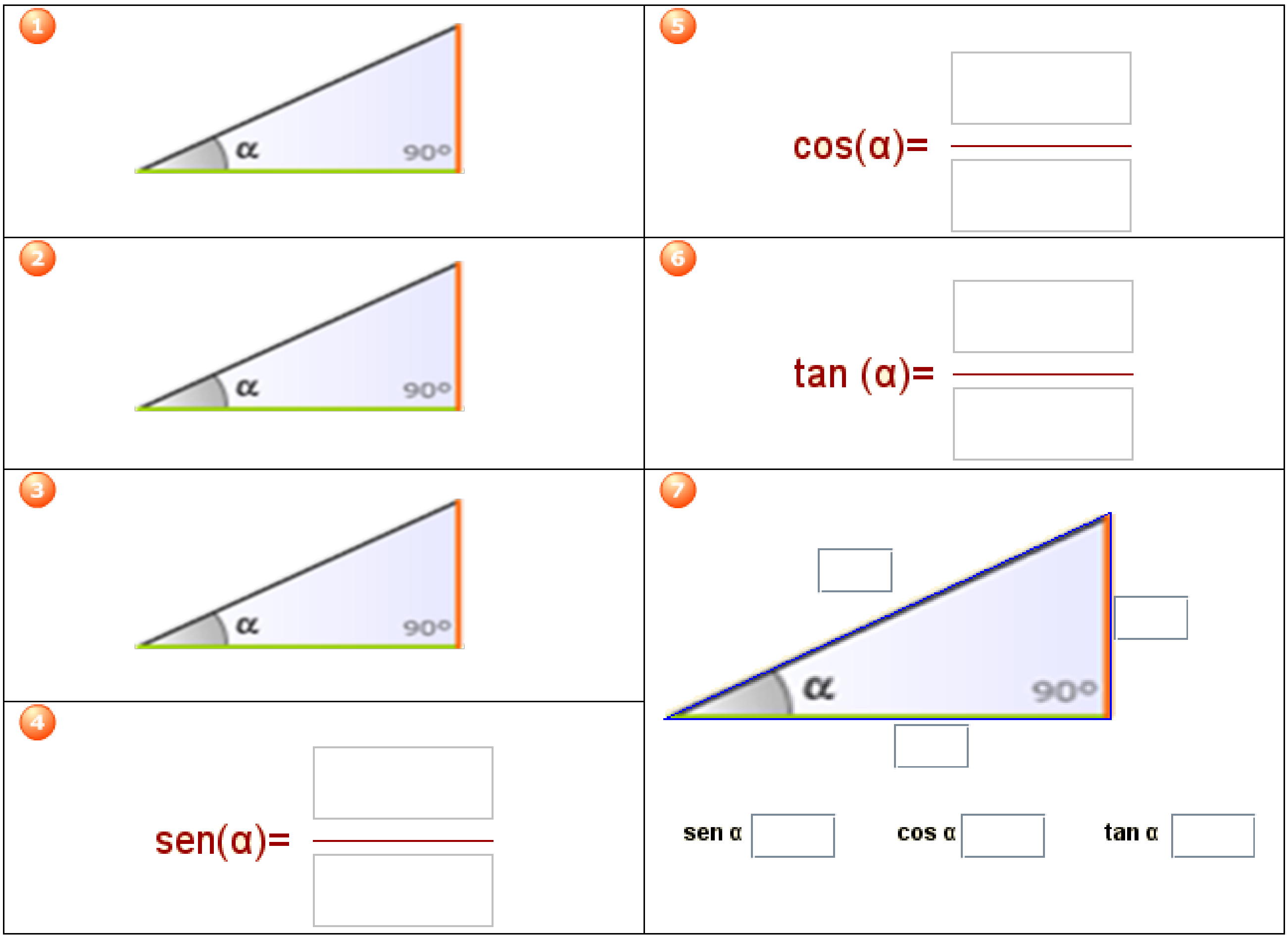
Ao cociente: $$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adxacente}}$$

chámaselle __________________________ de α e abreviase con ____________________

Completa o triángulo



Preme no botón para completar os triángulos e recoñecer as razóns trigonométricas. Aproveita a escena para comprobar se os teus resultados son correctos.



Preme para ir á páxina seguinte.

2.d. As razóns de 30º, 45º e 60º

Os ángulos de 30º, 45º e 60º aparecen con bastante frecuencia, fíxate como se calculan as súas razóns a partir da definición, se buscamos os triángulos axeitados. Con axuda da escena da dereita completa a táboa:

	seno	coseno	tanxente
30º			
45º			
60º			

Memorizar esta táboa é doado se observas a orde que gardan. Unha vez aprendidos os senos coas raíces consecutivas, os cosenos saen en orde inversa.

Preme no botón para traballar coa escena e practicar con estas razóns.

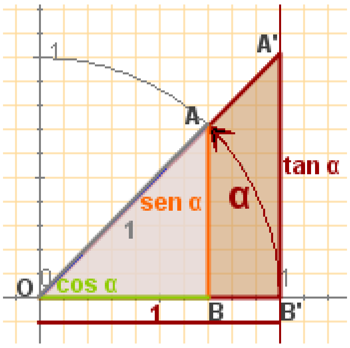
Coa calculadora	
Dado un ángulo α obter as súas razóns trigonométricas.	***Dada unha razón obter o ángulo α correspondente***
Por exemplo o sen 28º 30 ´ *Pon a calculadora en modo* **DEG** *Teclea 28* **º ' "** *30* **º ' "** **sin**. *Obtemos: 0,477158760* *Nalgunhas calculadoras hai que Premer a tecla* **sin** *antes de introducir o ángulo, comproba como funciona a túa.* *Se queremos obter o* ***cos α*** *ou a* ***tan α*** *procederemos da mesma forma pero Premendo as teclas* **cos** *e* **tan** *respectivamente.*	*Co mesmo valor que tes na pantalla:* **0.477158760** *Comproba que a calculadora segue en modo* **DEG** *Teclea* **SHIFT** **sin** *Obtemos:* **28.5** *en graos, se queremos graos, minutos e segundos, prememos* **SHIFT** **º ' "** *obtendo* **28º 30'**.

Preme para ir á páxina seguinte.

3. Relacións trigonométricas

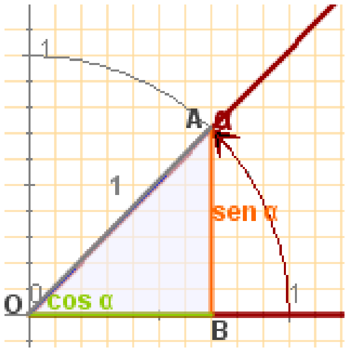
3.a. Relacións fundamentais

Se se aplican a semellanza e o teorema de Pitágoras aos triángulos rectángulos "básicos", é dicir, con hipotenusa=1 ou con cateto adxacente=1, obtéñense as relacións fundamentais da trigonometría:



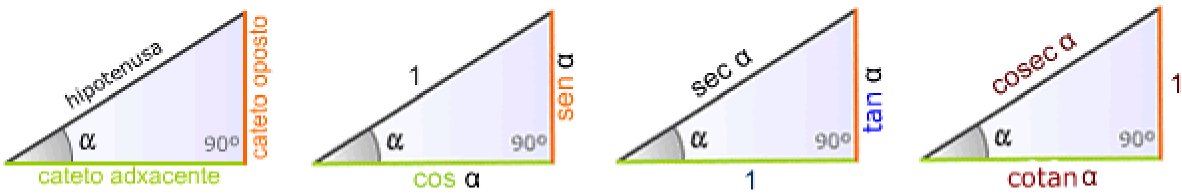
Os triángulos OBA e OB 'OB'A'' son semellantes, polo tanto:

$$\frac{\text{sen }\alpha}{\cos\alpha} = \underline{\qquad\qquad}$$



Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triángulo OBA da figura obtemos:

Ao medir os lados dun triángulo rectángulo pódese tomar como unidade a hipotenusa, ou un dos catetos; obténdose en cada caso os triángulos da figura.

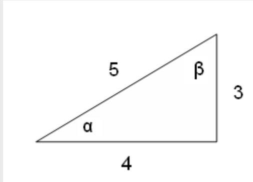


Escribe ti as relacións

Preme no botón  para comprobar se as aprendiches.

EXERCICIOS

5. No triángulo da figura calcula:



a) sen α d) sen β

b) cos α e) cos β

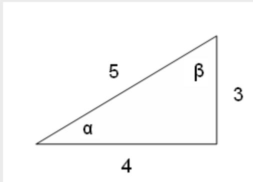
c) tan α f) tan β

6. Obtén coa calculadora:

a) sen 30º = b) cos 60º = c) tan 45º =

7. Obtén coa calculadora os ángulos α e β do exercicio 5.

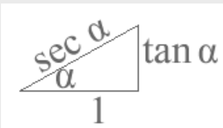
8. Comproba no ángulo α do triángulo da figura que se cumpren as relacións fundamentais



9. Calcula o coseno e a tanxente dun ángulo agudo α tal que sen α=0,3

10. Comproba que se cumpre a relación: $1+\tan^2\alpha=\sec^2\alpha$

Lembra o triángulo:



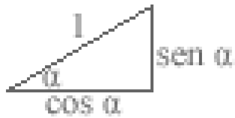
Preme para ir á páxina seguinte.

4. Resolver triángulos rectángulos

4.a. Cun ángulo e a hipotenusa

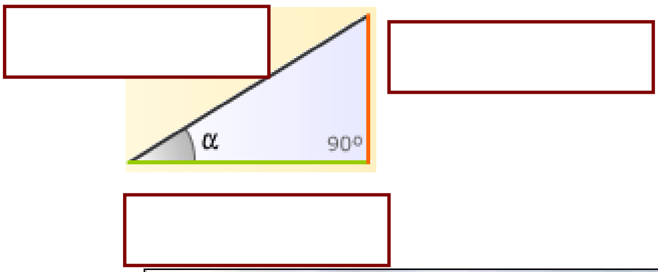
Resolver un triángulo rectángulo é calcular os datos descoñecidos, lados ou ángulos, a partir dos coñecidos..

Para achar os catetos dun triángulo rectángulo do que se coñecen as medidas da hipotenusa e dun ángulo agudo, pensaremos no triángulo que multiplicamos pola hipotenusa.



Se premes podes ver unha animación que o explica.

Completa ti como quedará o triángulo

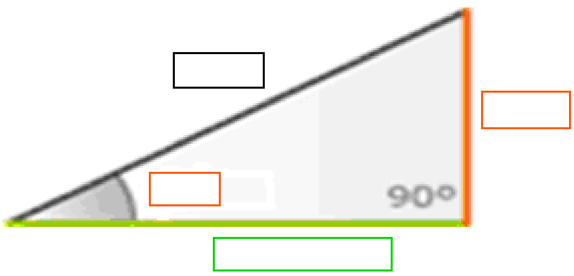


Na escena vemos un exemplo resolto sobre como calcular a altura dun monte.

Completa a resolución neste recadro

Preme no botón para facer un exercicio.

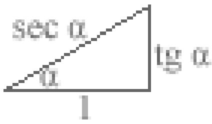
PROBLEMA 1: <u>Completa o enunciado e resólveo</u>:
Do triángulo rectángulo da figura coñécense un ángulo, _____º, e a hipotenusa _____ cm. Temos que achar os catetos en función das razóns trigonométricas do ángulo dado



Preme para ir á páxina seguinte.

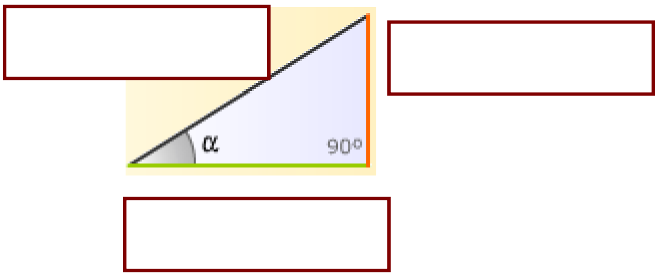
4.b. Coñecidos un cateto e un ángulo agudo

Para achar os lados dun triángulo rectángulo do que se coñecen as medidas dun cateto e dun ángulo non recto, pensaremos no triángulo que se multiplica polo cateto adxacente:



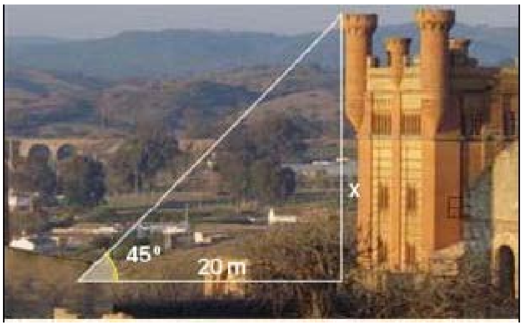
Se Premes podes ver unha animación que o explica.

Completa ti como quedará o triángulo



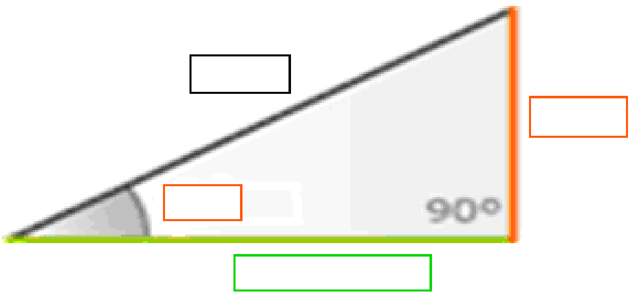
Na escena vemos un exemplo resolto sobre como calcular a altura dunha torre

Completa a resolución neste recadro



Preme no botón para facer un exercicio.

PROBLEMA 2: <u>Completa o enunciado e resólveo</u>:
Do triángulo rectángulo da figura coñécense un ángulo, ____º, e o cateto adxacente ____ cm. Temos que achar os outros lados en función das razóns trigonométricas do ángulo coñecido.



Preme para ir á páxina seguinte.

4.c. Coñecidos dous lados do triángulo

Para achar o outro lado do triángulo aplicarase o teorema de Pitágoras,
o ángulo determinarase como o arco cuxa tanxente é

$$\frac{cateto \quad oposto}{cateto \quad adxacente}$$

O seu valor obtense na calculadora ao premer a tecla **atan**, unha vez introducido en pantalla ese cociente

ou ben como o arco cuxo seno é

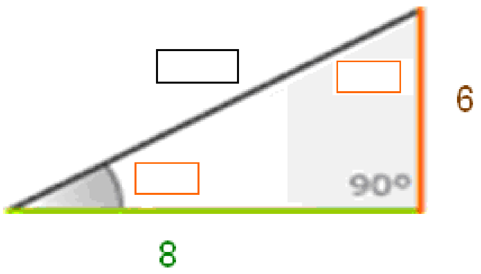
$$\frac{cateto \quad oposto}{hipotenusa}$$

dependendo dos datos iniciais.

Para calcular o outro ángulo abonda restar de 90º.

Ao utilizar a calculadora fíxate se estás a traballar en graos ou en radiáns Se usas a que aparece premendo sobre o botón, aparece iluminado RAD, quere dicir en radiáns, preme sobre DEG se queres cambiar a graos sesaxesimais	

Na escena da dereita vemos un exemplo resolto sobre isto; se moves o punto laranxa do vértice superior podes modificar o tamaño do triángulo



Coa axuda desta escena, resolve o triángulo de catetos 8 e 6.

$$hipotenusa = \sqrt{\qquad\qquad} =$$

$$atx\left(\frac{\quad}{\quad}\right) =$$

$$90º - \qquad =$$

Preme no botón para ver un caso particular do Teorema de Pitágoras

Método de cálculo:

1. Escribe o teorema de Pitágoras	
2. Despexa un dos catetos	
3. Fíxate que o segundo membro da igualdade correspóndese cunha igualdade notable, que debes escribir a continuación:	
4. Aplica esta igualdade notable ao paso 2	
5. Despexa o cateto	
6. Escribe agora o caso particular de que o cateto e a hipotenusa difiren nunha unidade	

Preme para ir á páxina seguinte.

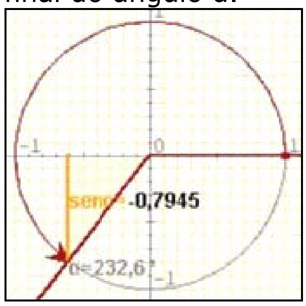
5. Razóns trigonométricas de ángulos calquera

5.a. Seno dun ángulo calquera

Lembra que a circunferencia goniométrica é unha circunferencia de raio unidade e centro a orixe de coordenadas; nela **(cosα, senα)** son as coordenadas do punto final do ángulo α.

Isto que vimos para os ángulos agudos podemos facelo extensible a ángulos calquera.

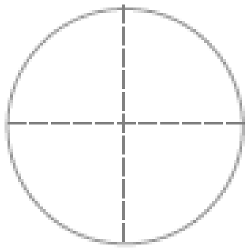
O **seno** dun ángulo é a **coordenada vertical** do punto final do percorrido do ángulo sobre a circunferencia goniométrica. Observa que o seu valor está comprendido entre -1 e 1.



Arrastra a punta da frecha para facer variar o ángulo e con iso o valor do seno. →

Fíxate na escena como varía o signo que toma o seno segundo o cuadrante en que estea o ángulo.

Anota ti os signos na circunferencia→



Observa tamén que sen(360º-α)=_____________
e que sen(180º-α)= ____________

¿Cantos ángulos hai entre 0º e 360º cuxo seno sexa -1/2? _____________________________

Preme no botón para ver un exercicio resolto

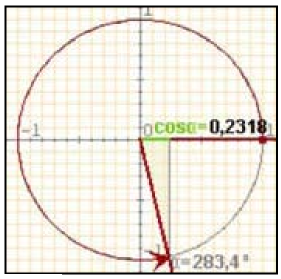
Preme para ir á páxina seguinte.

5.b. Coseno dun ángulo calquera

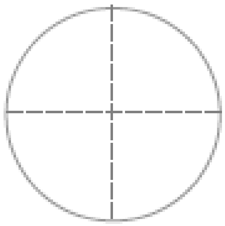
Do mesmo xeito que o seno dun ángulo é a ordenada, o **coseno** é a **abscisa** do punto final do percorrido que marca o ángulo na circunferencia.

O coseno dun ángulo pode tomar todos os valores entre -1 e 1.

Fíxate na escena como varía o signo que toma o coseno segundo o cuadrante en que estea o ángulo.



Anota ti os signos na circunferencia→



Observa que (360º-α) = ____________
e que cos(180º-α)=. __________

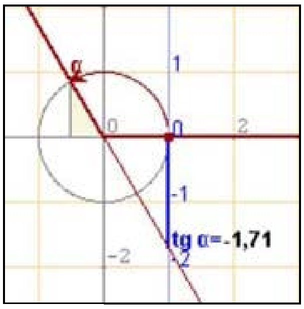
¿Cantos ángulos hai entre 0º e 360º o coseno da cal sexa -1/2?__________________________

Preme no botón para ver un exercicio resolto

Preme para ir á páxina seguinte.

5.c. Tanxente dun ángulo calquera

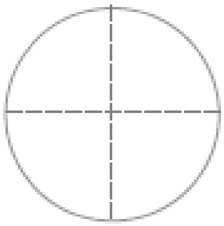
Coa relación fundamental **tan α=senα/cosα** amplíase a definición de tanxente en ángulos agudos a un ángulo calquera.
Observa que a tanxente se representa na recta tanxente á circunferencia goniométrica no punto onde se inicia o ángulo.



Que acontece co valor do coseno para os ángulos de 90º e 270º?
____
Que acontece entón coa tanxente para eses ángulos?
____
Por que? ____

Fíxate na escena como varía o signo que toma a tanxente segundo o cuadrante en que estea o ángulo.

Anota ti os signos na circunferencia→



Cantos ángulos hai entre 0º e 360º cuxa tanxente sexa 2? ______________________

Preme no botón para ver un exercicio resolto.

Preme para ir á páxina seguinte.

EXERCICIOS

11. Debuxa un ángulo do terceiro cuadrante cuxo **cos** sexa **-0,6** e calcula o seno e a tanxente

12. Calcula cosα sendo **tan α=-2** y **α** do **cuarto** cuadrante.

6. Aplicacións da trigonometría

6.a. Resolver problemas métricos

A trigonometría é útil para resolver problemas xeométricos e calcular lonxitudes na realidade.
Cun teodolito como o da fotografía, pódense medir ángulos, tanto no plano vertical coma no horizontal, que nos permiten, aplicando as razóns trigonométricas, achar distancias ou calcular alturas de puntos inaccesibles.

Nestes casos aínda que o triángulo de partida non sexa rectángulo, trazando a súa altura podemos obter dous triángulos rectángulos a resolver cos datos que temos.

Na escena podes ver algúns exemplos.

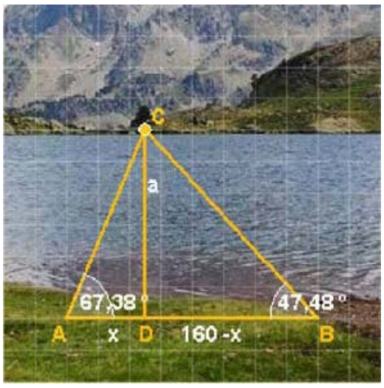
Calcular áreas de polígonos regulares

A escena permítenos calcular paso a paso a área de polígonos regulares, de 5 a 10 lados, completa a táboa seguinte cos exemplos da escena

Lonxitude do lado	Número de lados	Ángulo central	Tanxente do ángulo	Apotema	Perímetro	Área

Calcular medidas topográficas

Para medir a anchura dun río medíronse os ángulos da figura dende dous puntos dunha beira distantes 160 m. ¿Que anchura ten o río?



A anchura do río é a altura do triángulo **ACB** que non é rectángulo, pero se o son os triángulos **ADC** e **BDC**

No triángulo **ADC** tg 67,38º = ——— ⇒ a =

No triángulo **BDC** tg 47,48º = ——— ⇒ a =

Temos un sistema de dúas ecuacións que resolvemos por igualación.

$$\begin{cases} a = \\ a = \end{cases}$$

Preme para ir á páxina seguinte.

Lembra o máis importante - RESUMO

Os ángulos e a súa medida

Para medir ángulos empregamos _____________ ou ____________.

Un **radián** é ____

De graos a radiáns

1 grao = **radiáns**

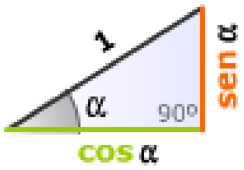
De radiáns a graos

1 radián = **graos**

Razóns trigonométricas

sen α = ______   cos α = ______   tan α = ______

Relacións fundamentais

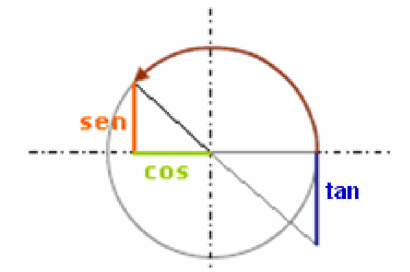


Entre o seno e o coseno

Entre o seno, o coseno e a tanxente

Razóns de ángulos calquera

(cos α, sen α) son as **coordenadas** do punto final do ángulo α na circunferencia goniométrica ou de raio unidade



Signos das razóns trigonométricas

Seno	Coseno	Tanxente

Resolver un triángulo rectángulo

Consiste en ____

____.

Preme ▶ para ir á páxina seguinte.

Para practicar

Agora vas practicar resolvendo distintos EXERCICIOS. Nas seguintes páxinas atoparás EXERCICIOS de:

Medida de ángulos
Relacións fundamentais
Resolución de triángulos

Completa o enunciado cos datos cos que che aparece cada EXERCICIO na pantalla e despois resólveo.

É importante que primeiro resólvalo ti e despois comprobes no ordenador se o fixeches ben.

Medida de ángulos.

Pasar de graos a radiáns (fai polo menos catro exercicios)

1. Expresa en radiáns o ángulo de: a. ______ graos b. ______ graos c. ______ graos d. ______ graos	a. b. c. d.

Pasar de radiáns a graos (fai polo menos catro exercicios)

2. Expresa en graos o ángulo de: a. ______ radiáns b. ______ radiáns c. ______ radiáns d. ______ radiáns	a. b. c. d.

Relacións fundamentais.

Razón coñecida: SENO Calcular: COSENO

3. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **sen α** =_______, calcula **cos α**	
4. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **sen α**=_______, calcula **cos α**	

Razón coñecida: SENO Calcular: TANXENTE

5. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **sen α** =_______, calcula **tan α**	
6. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **sen α**=_______, calcula **tan α**	

Razón coñecida: COSENO Calcular: SENO

7. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **cos α** =_______, calcula **sen α**	
8. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **cos α**=_______, calcula **sen α**	

Razón coñecida: COSENO Calcular: TANXENTE

9. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **cos α** =_______, calcula **tan α**	
10. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **cos α**=_______, calcula **tan α**	

Razón coñecida: TANXENTE Calcular: SENO

11. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **tan α** =_______, calcula **sen α**	
12. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **tan α**=_______, calcula **sen α**	

Razón coñecida: TANXENTE Calcular: COSENO

13. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **tan α =**_______, calcula **cos α**	
14. Se **α** é un ángulo do cuadrante_________ e **tan α**=_______, calcula **cos α**	

Resolución de triángulos.

O lado dun polígono

15. A lonxitude do **raio** dun polígono regular de ____ lados é de _______. Calcula o lado.	
16. A lonxitude da **apotema** dun polígono regular de ____ lados é de _______. Calcula o lado.	

A apotema dun polígono

17. A lonxitude do **raio** dun polígono regular de ____ lados é de _____. Calcula a apotema.	
18. A lonxitude do **lado** dun polígono regular de ____ lados é de _____. Calcula a apotema.	

A área dun polígono

19. A lonxitude do **lado** dun polígono regular de ____ lados é de _____. Calcula a área.	
20. A lonxitude da **apotema** dun polígono regular de ____ lados é de _____. Calcula a superficie.	

O raio dun polígono

21. A lonxitude da **apotema** dun polígono regular de ____ lados é de _____. Calcula o raio.	
22. A lonxitude do **lado** dun polígono regular de ____ lados é de _____. Calcula o raio	

A altura dun avión

23. Dúas persoas ven un avión, que voa sobre eles a unha altura de _____m, con ángulos de elevación de ____º e ____º. A que distancia se atopan as dúas persoas?	

A altura dunha árbore

24. Determina a altura dunha árbore se dende un punto situado a ___:_ da súa base se observa a súa copa cun ángulo de _____grados	

A altura dun papaventos

25. A lonxitude do fío que suxeita a un papaventos é de ______m. Se o ángulo de elevación do papaventos é de _____º, que altura alcanza o papaventos?	

A altura dun edificio

26. Para medir a altura dun edificio mídense os ángulos de elevación dende dous puntos distantes _______m. Cal é a altura se os ángulos son ______º e _______º?	

A altura dunha montaña

27. Para medir a altura dunha montaña mídense os ángulos de elevación dende dous puntos distantes ________m e situados a ______m sobre o nivel do mar. Cal é a altura se os ángulos son _____º e _______º?	

Autoavaliación

Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo, despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

1 Expresa en radiáns o ángulo da figura __________	
2 Calcula o valor de tan A no triángulo ABC da figura:	
3 Calcula a área do triángulo da figura.	
4 Cun compás de _______ de lonxitude trazamos unha circunferencia de _____cm de raio, ¿que ángulo, en radiáns, forman as ramas do compás?	
5 Se senα = ______, e α é un ángulo _________, calcula a tan α.	
6 Se tan α=______ e α está no _____ cuadrante, calcula o cos α.	
7 A partir das razóns do ángulo de ____, calcula ______ do ángulo de ____________	
8 Se cos α = ________, e α éun ángulo _____, calcula o _______________.	
9 A altura de Torre España é de 231 m, canto mide a súa sombra cando a inclinación dos raios do sol é de _____?	
10 Calcula a área do polígono regular da figura	

Para practicar máis

1. Expresa en radiáns:

a) 15º b) 120º
c) 240º d) 345º

2. Expresa en graos:

a) $\frac{\pi}{15}$ b) $\frac{3\pi}{10}$

c) $\frac{7\pi}{12}$ d) $\frac{11\pi}{6}$

3. Acha coa calculadora as seguintes razóns trigonométricas redondeando ás centésimas:

a) sen 25º b) cos 67º
c) tan 225º d) tan 150º

4. Un ángulo dun triángulo rectángulo mide 47º e o cateto oposto 8 cm, acha a hipotenusa.

5. A hipotenusa dun triángulo rectángulo mide 26 cm e un ángulo 66º. Calcula os catetos.

6. Un ángulo dun triángulo rectángulo mide 44º e o cateto adxacente 16 cm, calcula o outro cateto.

7. Nun triángulo rectángulo os catetos miden 15 e 8 cm, acha os ángulos agudos.

8. A hipotenusa dun triángulo rectángulo mide 45 cm e un cateto 27 cm, calcula os ángulos agudos.

9. Nun triángulo isóscele os ángulos iguais miden 78º e a altura 28 cm, acha o lado desigual

10. Os lados iguais dun triángulo isóscele miden 41 cm e os ángulos iguais 72º, calcula o outro lado.

11. O cos dun ángulo agudo é 3/4, calcula o seno do ángulo.

12. A tanxente dun ángulo agudo é 12/5 calcula o seno.

13. O sen α =3/5 e α é un ángulo do segundo cuadrante, calcula a tan α.

14. O cos α =3/5 e α é un ángulo do cuarto cuadrante, calcula a tan α.

15. A tan α =3 e α é un ángulo do terceiro cuadrante, calcula o cos a.

16. A apotema dun polígono regular de 9 lados mide 15 cm, calcula o lado.

17. O lado dun exágono regular mide 30 cm, calcula a apotema.

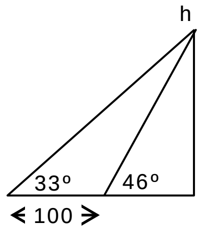
18. A apotema dun octógono regular mide 30 cm, calcula a área do polígono.

19. A lonxitude do raio dun pentágono regular é 15 cm. Calcula a área.

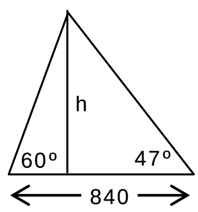
20. A sombra dunha árbore cando os raios do sol forman coa horizontal un ángulo de 36º, mide 11 m. Cal é a altura da árbore?.

21. O fío dun papaventos mide 50 m de longo e forma coa horizontal un ángulo de 37º, a que altura voa o papaventos?

22. Para medir a altura dun edificio mídense os ángulos de elevación dende dous puntos distantes 100 m. Cal é a altura se os ángulos son 33º e 46º?



23. Dúas persoas distantes entre si 840 m, ven simultaneamente un avión con ángulos de elevación respectivos de 60º e 47º, a que altura voa o avión?



24. Para medir a altura dunha montaña mídense ángulos de elevación dende dous puntos distantes 480 m e situados a 1200 m sobre o nivel do mar. Cal é a altura se os ángulos son de 45º e 76º?