

## Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Recoñecer e debuxar figuras semellantes.
- Aplicar os criterios de semellanza de triángulos.
- Demostrar e utilizar os teoremas do cateto e da altura.
- Aplicar o teorema de Pitágoras xeneralizado.
- Calcular áreas e volumes dunha figura a partir doutra semellante a ela.
- Calcular distancias en planos e mapas.
- Utilizar o teorema de Tales e a semellanza para resolver problemas de medidas.

Antes de empezar.

1. Semellanza ..... páx. 4  
Figuras semellantes  
Teorema de Tales  
Triángulos semellantes
2. Triángulos rectángulos. Teoremas ... páx. 8  
Teorema do Cateto  
Teorema da altura  
Teorema de Pitágoras xeneralizado
3. Razón de semellanza ..... páx. 11  
Razón de semellanza en lonxitudes  
Razón de semellanza en áreas  
Razón de semellanza en volumes
4. Aplicacións ..... páx. 14  
Escalas  
Medir distancias inaccesibles

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

Auto-avaliación

Actividades para enviarlle ao titor

ANEXO



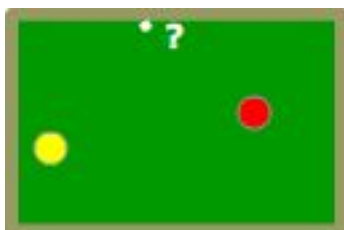
## Antes de empezar



## Investiga xogando

Como facer carambola a unha banda?

Se xogaches ao billar, saberás que facer carambola a unha banda significa que a bóla lanzada debe dar unha vez no marco da mesa antes de facer carambola. É suficiente aplicar a semellanza para conseguilo, como?



Cara a onde debemos dirixir a bóla amarela para que despois de rebotar na banda vaia á bóla vermella?

## Lembra

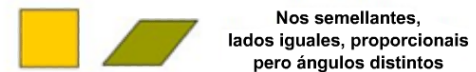
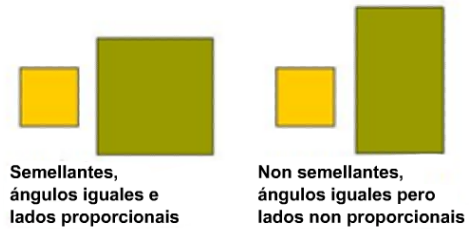
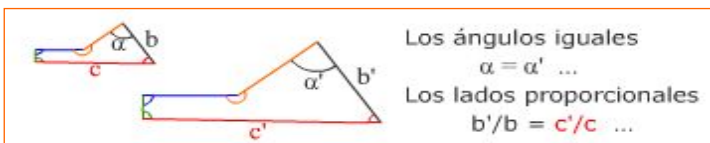
Antes de seguir adiante convenche comprobar que lembrás algo a proporcionalidade directa e algunhas propiedades básicas dos triángulos.

# Semellanza

## 1. Figuras semellantes

As figuras semellantes son as que mediante o zoom (homotecias) e movementos (xiros, translacións e simetrías) poden coincidir.

Un polígono está determinado polos seus lados e ángulos, polo tanto para que dous polígonos sexan semellantes abonda con que os **lados homólogos sexan proporcionais** (co zoom multiplícanse todos os lados polo mesmo número) e **os seus ángulos iguais** (as homotecias, os xiros, as translacións e simetrías non modifican os ángulos das figuras).



## Teorema de Tales

Para que dous polígonos sexan semellantes hanse de cumprir dúas condicións

1. Ángulos iguais
2. Lados proporcionais

Pero nos triángulos abonda con que se dea unha condición.

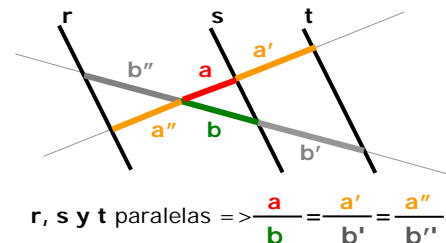
O Teorema de Tales, demostra que en **triángulos**

Ángulos iguais  $\Rightarrow$  Lados proporcionais

O Teorema afirma que se dúas rectas se cortan por paralelas, os segmentos que estas paralelas definen nas rectas gardan a mesma proporción.

Tambén se cumpre o recíproco do Teorema de Tales,

Segmentos proporcionais  $\Rightarrow$  paralelas.



## Triángulos semellantes. Criterios

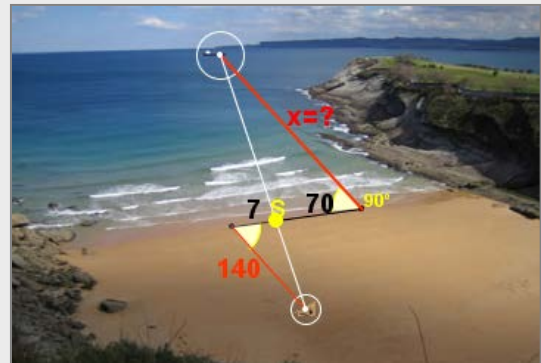
Dous triángulos son semellantes se cumpren algún dos criterios da dereita, chamados criterios de semellanza

1. Ángulos iguais (con dous abonda)  
 $\hat{A} = \hat{A}' \text{ e } \hat{B} = \hat{B}'$
2. Un ángulo igual e os lados que o forman proporcionais  
 $\hat{A} = \hat{A}' \text{ e } \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
3. Lados proporcionais  
 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

**EXERCICIOS resoltos**

1. Para calcular a distancia dende a praia a un barco tomáronse as medidas da figura. Calcula a distancia ao barco.

$$\frac{x}{140} = \frac{70}{7} \Rightarrow x = \frac{70 \cdot 140}{7} = 1400\text{m}$$



2. Aplica o Teorema de Tales para calcular as medidas de x, y, z.

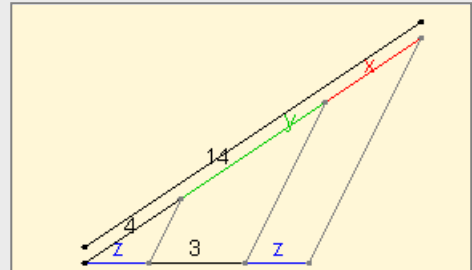
Calculamos x:  $\frac{x}{z} = \frac{4}{z} \Rightarrow x=4$

Achamos y:  $4 + y + x = 14$

Como  $x=4$  resulta  $y=6$

E aplicando de novo o Teorema de Tales:

$$\frac{z}{4} = \frac{3}{y} \Rightarrow z = 2$$



3. Observa as proporcións que se deducen do T. de Tales na seguinte figura:

Certas

$$y \cdot c = x \cdot a$$

$$\frac{a-y}{c-x} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{b}{d} = \frac{a}{c}$$

$$\frac{b}{d} = \frac{y}{x}$$

Non teñen por qué ser certas

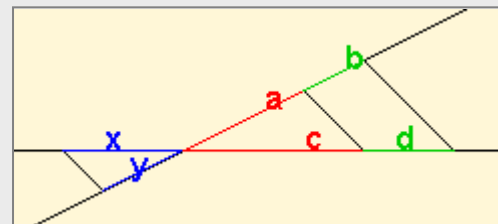
$$y \cdot a = x \cdot c$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{d}$$

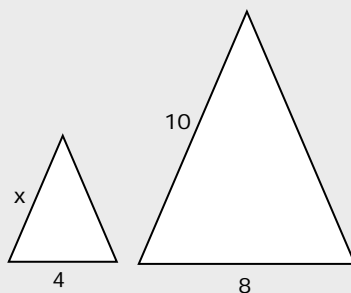
$$a = \frac{b}{d}$$

$$\frac{b}{d} = \frac{c}{a}$$

$$\frac{b}{d} = \frac{x}{y}$$



4. Os triángulos da figura son semellantes, acha a medida do lado x

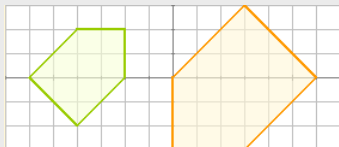


$$\frac{x}{4} = \frac{10}{8} \Rightarrow x = 5$$

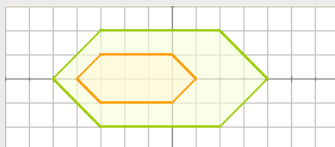
## EXERCICIOS resoltos (continuación)

5. Contesta razoadamente:

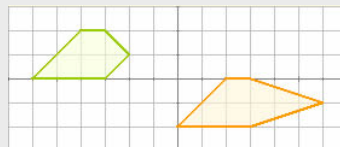
a) Son semellantes?



Si, posto que os lados están en proporción 2/3 e os ángulos son iguais.



Non, os ángulos son iguais pero os lados non son proporcionais.



Non, os ángulos non son iguais.

b) Un triángulo cun ángulo de  $30^\circ$  e outro de  $40^\circ$ , é forzosamente semellante a un triángulo cun ángulo de  $30^\circ$  e outro de  $110^\circ$ ?

Si, se os ángulos dun triángulo suman  $180^\circ$ , conclúese que os ángulos dos dous triángulos son iguais e polo criterio 1, son semellantes.

c) Un triángulo de lados 3, 6 e 7 cm, é semellante a outro cuxos lados miden 9, 36 e 49 cm?

Non, xa que os lados non son proporcionais.

d) Un cuadrilátero de lados 3, 4, 5 e 6 cm é necesariamente semellante a outro de lados 6, 8, 10 e 12 cm?

Non, pois aínda que os lados son proporcionais, en polígonos de máis de tres lados isto non abonda para que aconteza a semellanza, han de ser ademais os ángulos iguais.

e) Dous triángulos que teñen un ángulo de  $20^\circ$  e os lados que os forman nun miden 6 e 15 cm, noutro, 4 e 10 cm Son semellantes?

Si, polo segundo criterio, xa que a proporción entre os lados que forman o ángulo igual é en ambos casos 2/5.

f) Dous polígonos regulares co mesmo número de lados, son semellantes?

Si, os ángulos son iguais,  $(n^\circ \text{ de lados} - 2)180^\circ / n^\circ \text{ de lados}$ , e os lados, proporcionais.

g) Os lados de dous triángulos miden 3, 6 e 7cm, nun, e  $\sqrt{18}$ ,  $\frac{12}{\sqrt{2}}$  e  $7\sqrt{2}$  noutro.

Son semellantes?

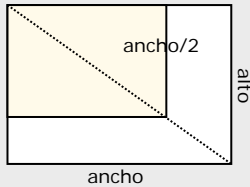
Si, pois os lados son proporcionais:

$$\sqrt{18} = 3 \cdot \sqrt{2}; \quad \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

e en triángulos abonda con esta condición (criterio 3)

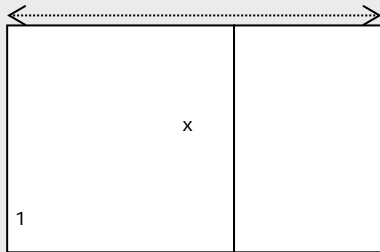
## EXERCICIOS resoltos (continuación)

6. Ao cortar á metade unha folla DIN-A, obtense unha semellante. Deduce a partir disto a proporción entre o ancho e o alto nestas follas.



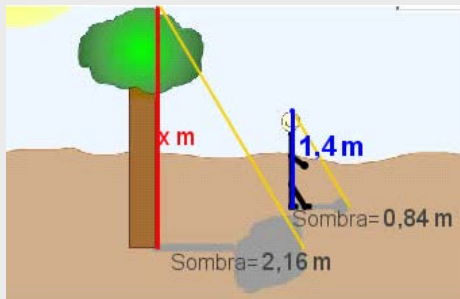
$$\frac{\frac{\text{alto}}{2}}{\frac{\text{ancho}}{2}} = \frac{\text{ancho}}{\text{alto}} \Rightarrow 2 = \left(\frac{\text{ancho}}{\text{alto}}\right)^2 \Rightarrow \frac{\text{ancho}}{\text{alto}} = \sqrt{2}$$

7. O rectángulo áureo que aparece no Partenón e na Gioconda, caracterízase, porque ao cortarlle o cadrado de lado o seu lado menor, obtense outro rectángulo semellante. Calcula a proporción entre as súas lonxitudes.



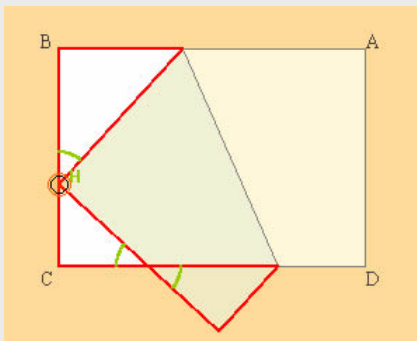
$$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{razón áurea: } \Phi \approx 1,62$$

8. Acha a altura da árbore



$$\frac{x}{2,16} = \frac{1,4}{0,84} \Rightarrow x = 2,16 \cdot \frac{1,4}{0,84} = 3,6$$

9. Ao dobrar un rectángulo, como indica a figura, obtéñense tres triángulos semellantes, por que son semellantes?



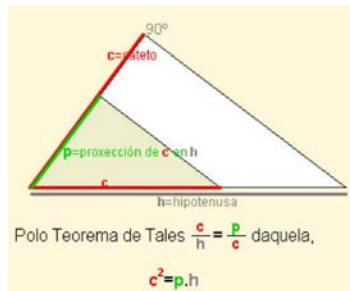
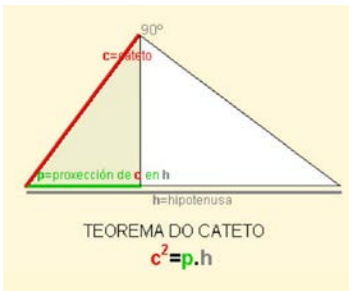
Son semellantes porque os ángulos son iguais, xa que os tres son triángulos rectángulos, dous dos triángulos teñen outro ángulo igual porque son opostos polo vértice. E H é igual porque ao engadirlle  $90^\circ$  coa esquina que se dobra, dános o complementario do ángulo marcado nos outros triángulos.

# Semellanza

## 2. Triángulos rectángulos. Teoremas

### Teorema do cateto

Nun triángulo rectángulo, o cadrado do cateto é igual ao produto da hipotenusa pola proxección do cateto sobre ela. Isto séguese da semellanza entre o triángulo total e o que definen o cateto e a súa proxección na hipotenusa.



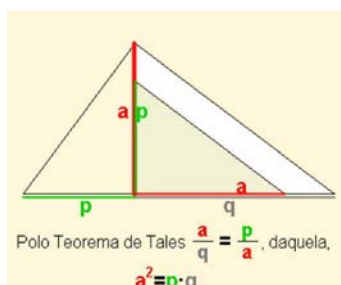
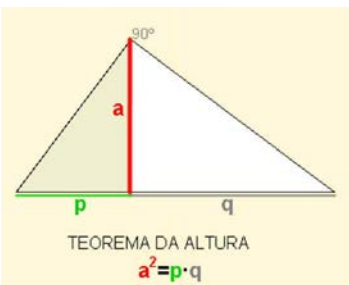
✓ Voltéase o triángulo e xírase para poñelos en posición do Teorema de Tales.

$$\frac{c}{h} = \frac{p}{c} \Rightarrow \boxed{c^2 = p \cdot h}$$

O Teorema pódese xeneralizar a triángulos acutángulos e obtusángulos, comparando os triángulos correspondentes.

### Teorema da altura

Nun triángulo rectángulo o cadrado da altura que descansa sobre a hipotenusa é igual ao produto das proxeccións dos catetos sobre a hipotenusa.

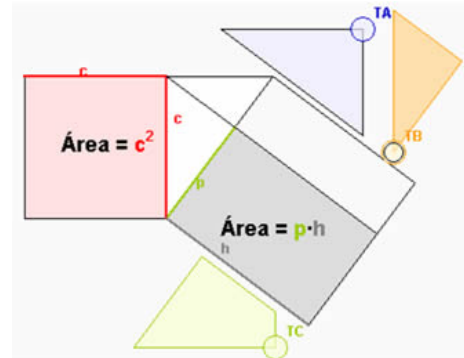


✓ Xírase o triángulo para poñelos en posición de Tales. Entón polo citado Teorema:

$$\frac{a}{q} = \frac{p}{a} \text{ e polo tanto } a^2 = p \cdot q$$

### Crebacabezas do teorema do cateto

Recortando as tres pezas "T\_" pódese completar con elas o cadrado ou o rectángulo, comprobando que as dúas áreas son iguais e polo tanto o teorema.



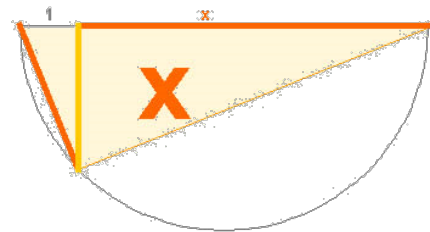
Si  $a$  é o lado maior dun triángulo,

$A = 90^\circ \Leftrightarrow p \cdot a = c^2$

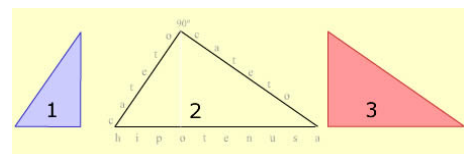
$A > 90^\circ \Leftrightarrow p \cdot a > c^2$

$A < 90^\circ \Leftrightarrow p \cdot a < c^2$

A altura do triángulo é  $\sqrt{x}$



### Lembra



### Tres triángulos semellantes.

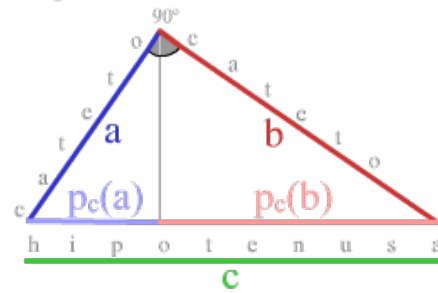
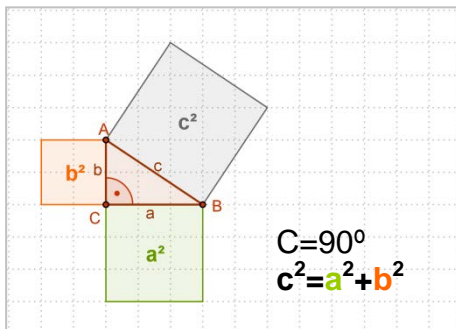
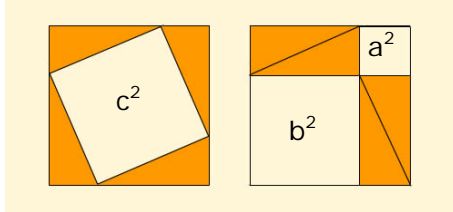
Comparando 1 e 2 => T. do cateto

Comparando 1 e 3 => T. da altura



## Teorema de Pitágoras xeneralizado

Teorema de Pitágoras.  $\hat{C} = 90^\circ \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$



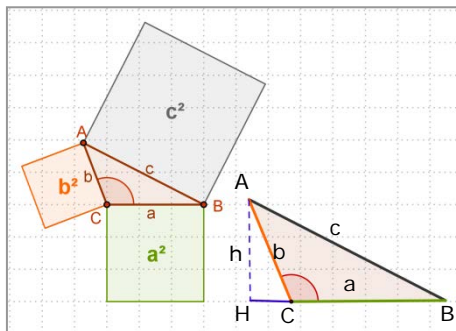
Polo Teorema do cateto

$$a^2 = c \cdot p_c(a)$$

$$b^2 = c \cdot p_c(b)$$

E sumando  $a^2 + b^2 = c(p_c(a) + p_c(b)) = c^2$

O Teorema xeneralízase a triángulos obtusángulos e acutángulos:



✓ Se  $C > 90^\circ$  entón  $c^2 > a^2 + b^2$

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot p_a$$

### Demostración

Trazando a altura fórmanse dous triángulos rectángulos, AHB e AHC, nos que aplicar o Teorema de Pitágoras.

No triángulo rectángulo maior:

$$c^2 = (a + p_a)^2 + h^2$$

No triángulo rectángulo menor:

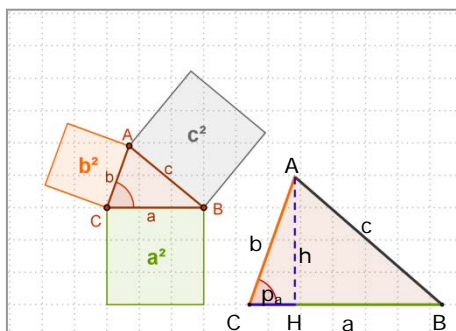
$$b^2 = p_a^2 + h^2$$

Restando as dúas igualdades:

$$c^2 - b^2 = a^2 + 2p_a \cdot a$$

E despxando:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot p_a$$



✓ Se  $C < 90^\circ$  entón  $c^2 < a^2 + b^2$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot p_a$$

### Demostración

Trazando a altura fórmanse dous triángulos rectángulos, AHB e AHC, nos que aplicar o Teorema de Pitágoras.

No triángulo rectángulo maior:

$$c^2 = (a - p_a)^2 + h^2$$

No triángulo rectángulo menor:

$$b^2 = p_a^2 + h^2$$

Restando as dúas igualdades:

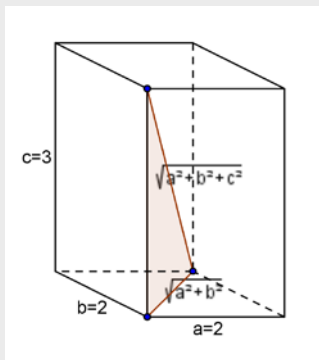
$$c^2 - b^2 = a^2 - 2p_a \cdot a$$

E despxando:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot p_a$$

## EXERCICIOS resoltos

10. Calcula a diagonal dun ortoedro con oito arestas de 2 dm e o resto de 3 dm.



A diagonal do ortoedro, a diagonal da base e a altura forman un triángulo rectángulo.

A diagonal da base calcúlase polo Teorema de Pitágoras:

$$\sqrt{2^2 + 2^2}$$

e volvendo aplicar o teorema ao triángulo mencionado,

conclúese que a diagonal é  $\sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{17} \approx 4,12$

11. Decide se é rectángulo, obtusángulo o acutángulo o triángulo de lados 3 cm, 6 cm e 8 cm.

Hai que decidir se o ángulo maior do triángulo é obtuso, recto o agudo. Aplícase o teorema xeneralizado de Pitágoras e compárase  $8^2=64$  co  $3^2+6^2=9+36=45$ .

Como 64 é maior que 45, conclúese que o triángulo é obtusángulo.

12. No triángulo da figura calcula a hipotenusa, as proxeccións dos catetos e a altura.

Aplícase o Teorema de Pitágoras:

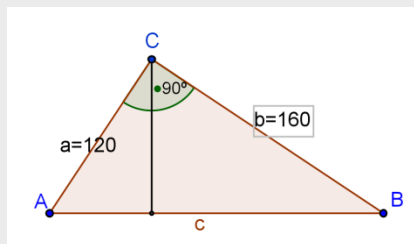
$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{120^2 + 160^2} = 200$$

Aplícase o Teorema do Cateto:

$$p_c(a) = 120^2/200 = 72 \quad \text{e} \quad p_c(b) = 200 - 72 = 128$$

Co Teorema da Altura:

$$\text{alt} = \sqrt{72 \cdot 128} = 96$$



13. Comproba que se  $M, N$  ( $M > N$ ) son dous valores enteiros ( $M^2 - N^2, 2MN, M^2 + N^2$ ) é unha terna pitagórica.

Tomamos p.e.  $M=3, N=2$  e substituímos  $M^2 - N^2 = 5, 2MN = 12, M^2 + N^2 = 13$

Agora comprobamos que é pitagórica:  $5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$

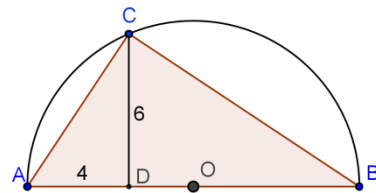
Outras ternas pitagóricas que podes comprobar: 3, 4, 5 ; 7, 24, 25 ; 8, 15, 17 ; etc

14. Calcula o radio da semicircunferencia da figura.

Aplícase o Teorema da altura,  $6^2 = 4 \cdot p \Rightarrow p = 9$

Logo o diámetro =  $9 + 4 = 13$

e o radio = 6,5

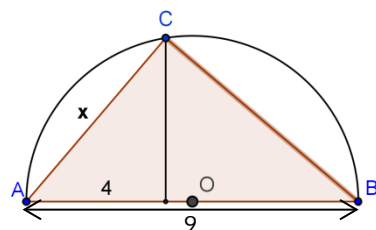


15. Calcula a medida do cateto  $x$  na figura.

Polo Teorema do cateto,

$$x^2 = \text{diámetro} \cdot 4 = 9 \cdot 4 = 36$$

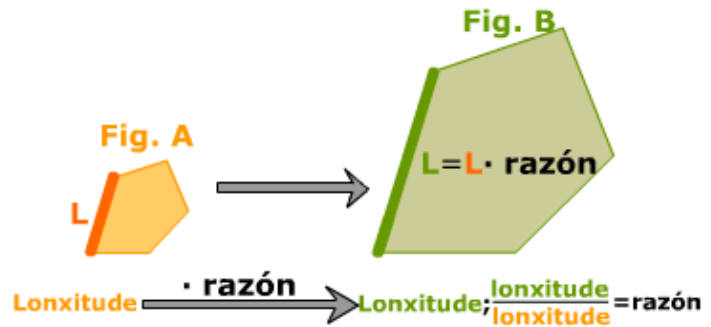
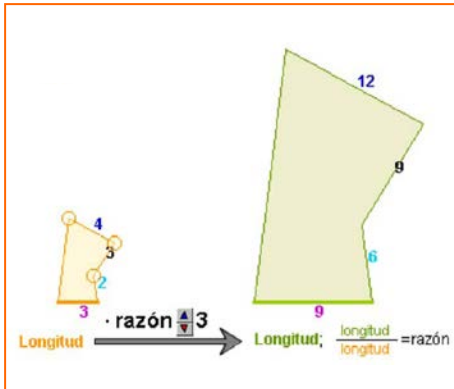
Polo tanto  $x = 6$



## 3. Razón de semellanza

### Lonxitudes

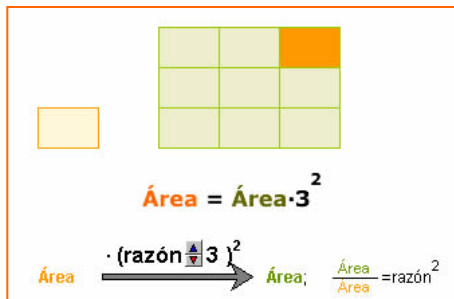
Se dúas figuras A e B son semellantes, chámase razón de semellanza da figura B sobre A ao cociente entre a lonxitude dun segmento da figura B e a do seu homólogo na figura A.



A razón de semellanza define a homotecia que transforma a figura A na B.

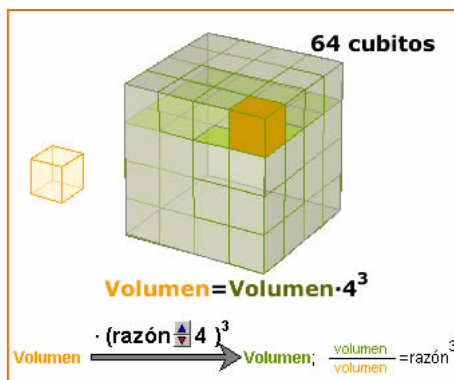
### Áreas

Se dúas figuras A e B son semellantes, o cociente entre a área de B e a área de A é o cadrado da razón de semellanza da figura B sobre a A.



### Volumes

Se dúas figuras A e B son semellantes, o cociente entre o volume de B e o de A é o cubo da razón de semellanza da figura B sobre a A.

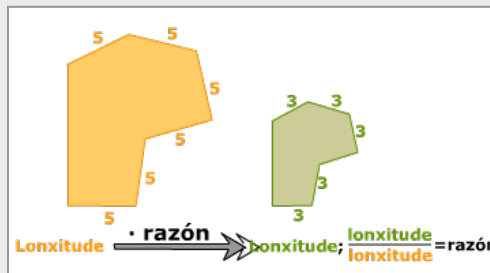


## EXERCICIOS resoltos

16. Cal é a razón dunha semellanza que converte un segmento de lonxitude 5 m noutro de lonxitude 3 m?

A razón de semellanza é o cociente entre lonxitudes homólogas.

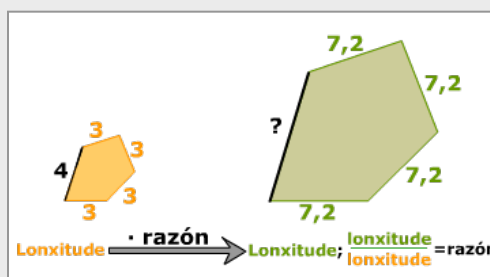
$$\text{Razón} = 3/5=0,6$$



17. Calcula a lonxitude do segmento homólogo ao de 4 m, sabendo que ao aplicar a semellanza desa mesma razón, un segmento de 3 m transfórmase nun de 7,2 m.

$$\text{Razón} = 7,2/3=2,4$$

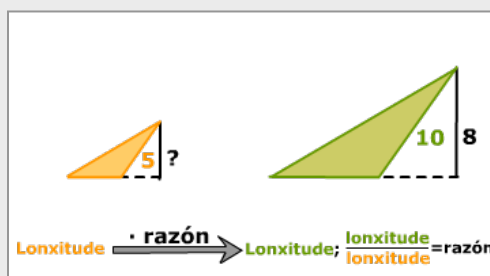
$$x=4 \cdot \text{razón}=4 \cdot 2,4=9,6 \text{ m}$$



18. Nunha semellanza un segmento de 5m transfórmase noutro de 10m. Na figura transformada hai un segmento de lonxitude 8m. Cal é a lonxitude do segmento do que provén?

$$\text{Razón} = 10/5=2$$

$$x \cdot \text{razón}=8 \Rightarrow x \cdot 2=8; \quad x=4$$

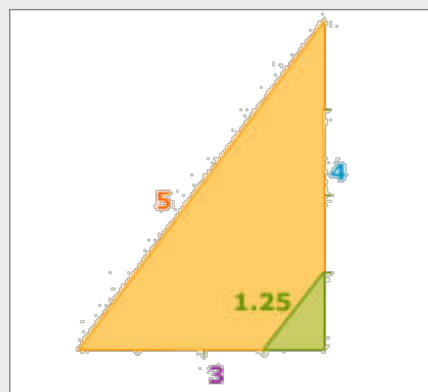


19. Debuxa no teu caderno un triángulo rectángulo de catetos 3 e 4 cm e aplícalle unha semellanza de razón  $\frac{1}{4}$  para obter outro semellante. Calcula a lonxitude da hipotenusa en cada triángulo.

Polo T. de Pitágoras:

$$\text{hipotenusa} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

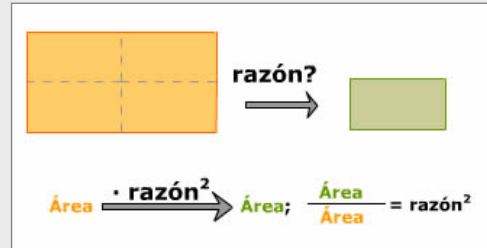
Se aplicamos a semellanza de razón  $\frac{1}{4}$ ,  
hipotenusa =  $5 \cdot \frac{1}{4} = 1,25$



**EXERCICIOS resoltos**

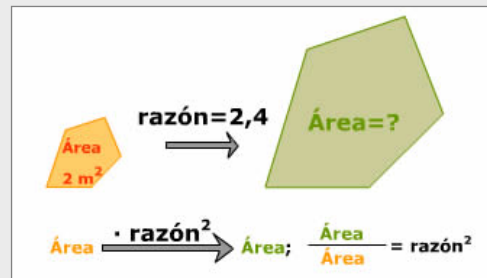
20. Cal é a razón dunha semellanza que converte unha figura noutra de área a cuarta parte?

$$\text{razón}^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{razón} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$



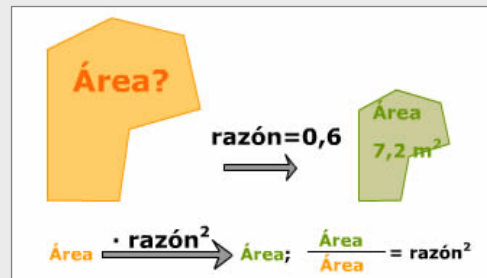
21. Cal é a área dunha figura que se obtén ao aplicar a outra de área  $2 \text{ m}^2$ , unha semellanza de razón 2,4?

$$\text{Área} = 2 \text{ m}^2 \cdot \text{razón}^2 = 2 \cdot 2,4^2 = 11,52 \text{ m}^2$$



22. Nunha semellanza de razón 0,6 obtense unha figura de área  $7,2 \text{ m}^2$ , cal é a área da figura inicial?

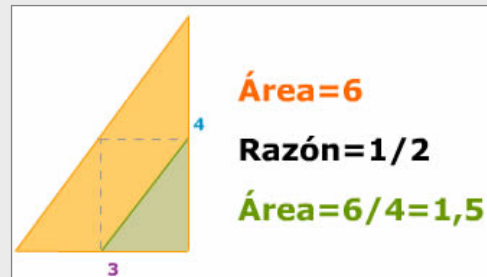
$$\text{Área} = \frac{7,2 \text{ m}^2}{0,6^2} = 20 \text{ m}^2$$



23. Debuxa no teu caderno un triángulo rectángulo de catetos 3 e 4 cm e outro semellante pero de área a cuarta parte.

Se a área é a cuarta parte, a razón de semellanza que aplicaremos será:

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$



24. O volume dunha casa é de  $1200 \text{ m}^3$  e nunha maqueta devandita casa ocupa  $150 \text{ dm}^3$ . Cal é a escala da maqueta?

O cociente dos volumes é o cubo da razón,  $r^3 = \frac{150 \text{ dm}^3}{1200 \text{ m}^3}$

Pasando o denominador a  $\text{dm}^3$  e simplificando queda:  $r = \sqrt[3]{\frac{1}{8000}} = \frac{1}{20}$

# Semellanza

## 4. Aplicacións

### Escalas

Os mapas ou planos de vivendas adoitan indicar a escala deste xeito:

- 1:2500000 nalgún mapa de estradas
- o 1:250 no plano dunha vivenda.

Para saber aplicar as escalas a lonxitudes áreas e volumes só hai que recordar las seguintes fórmulas:

Escala= 1: I  
 I = Distancia real /Distancia en plano  
 $I^2$  = Área real /Área no plano  
 $I^3$  = Volume real/Volume en maqueta

1) Calcular a escala do plano da figura 1

$$\frac{\text{Distancia real}}{\text{Distancia plano}} = \frac{6844 \text{ cm}}{3,2 \text{ cm}} = 2139$$

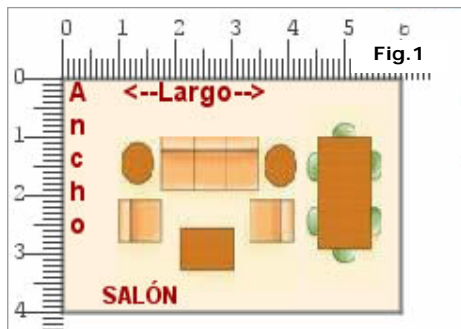
Escala= 1:2139

2) a escala é 1:120, cal é a superficie real do salón da casa?

$$6 \cdot 4 \cdot 120^2 = 345600 \text{ cm}^2 = 34,56 \text{ m}^2$$

3) o volume real dunha das torres é 139650 m<sup>3</sup> se a escala é 1:700, cal é o volume da maqueta?

$$\text{Volume da maqueta: } \frac{139650}{700^3} = 407,14 \text{ cm}^3$$



### Distancias inaccesibles

Como xa fixo Tales ao calcular a altura da pirámide medindo a súa sombra, podemos aplicar a semellanza ao cálculo de distancias inaccesibles.

Anteriormente xa vimos como calcular a distancia a un barco ou a un punto inaccesible.

4) Deséxase calcular a distancia entre os puntos A e B, para iso tomaronse as medidas da figura: QM=1 m, XM=0,69 m e QB=5,67 m

Aplicando o teorema de Tales:  $\frac{x}{QB} = \frac{XM}{QM}$

Co que  $x = 5,67 \cdot 0,69 = 3,91 \text{ m}$

5) Cal é a lonxitude do fio de pescar?

Co Teorema de Pitágoras calculamos a lonxitude da cana ata o punto de apoio:

$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

e aplicando a semellanza:  $\frac{x - 4,3}{3} = \frac{7}{5}$

obtemos:  $x = 8,5 \text{ m}$

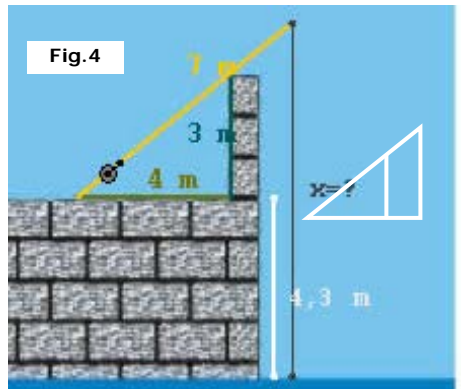
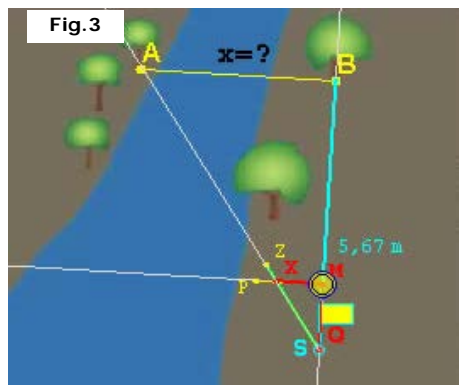
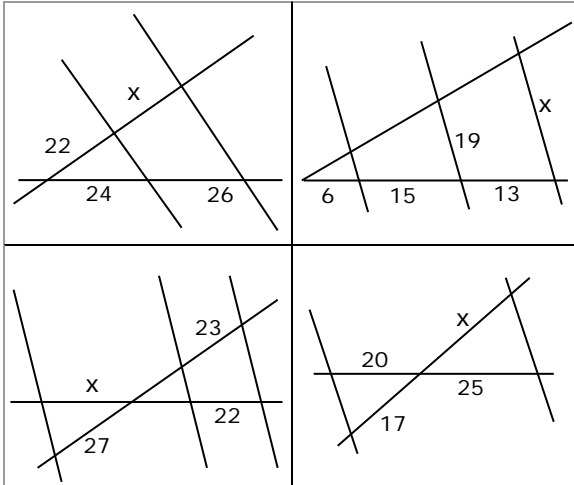


Fig.5



## Para practicar

1. Acha  $x$  en cada caso

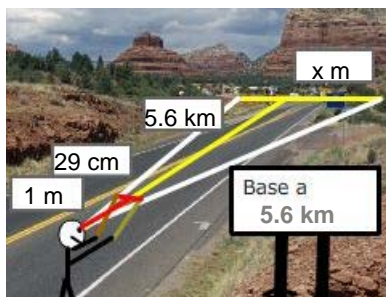


2. As medidas de tres lados homólogos de dous cuadriláteros semellantes son:

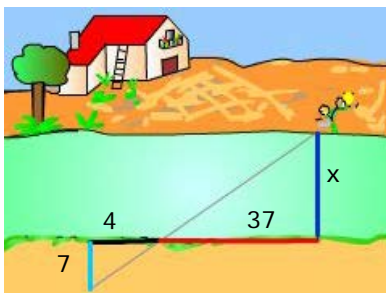
4 cm	$x$ cm	7 cm
20 cm	10 cm	$y$ cm

Acha  $x$  e  $y$

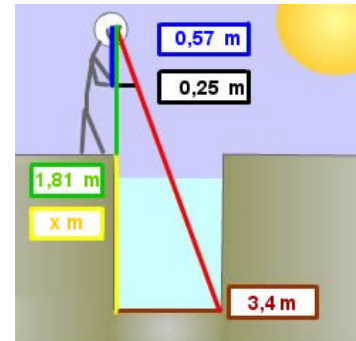
3. A base dun monte obsérvase a unha distancia de 5,6 km. Móvese unha regra de 29 cm ata cubrir con ela visualmente a base e nese momento a distancia da regra ao ollo do observador é de 1 m. Calcula a anchura da base do monte.



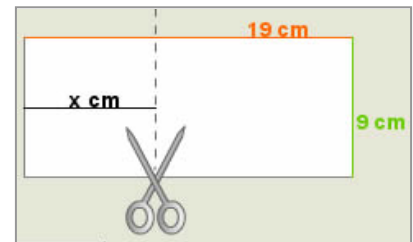
4. Calcula a anchura do río.



5. Calcula a profundidade do pozo.



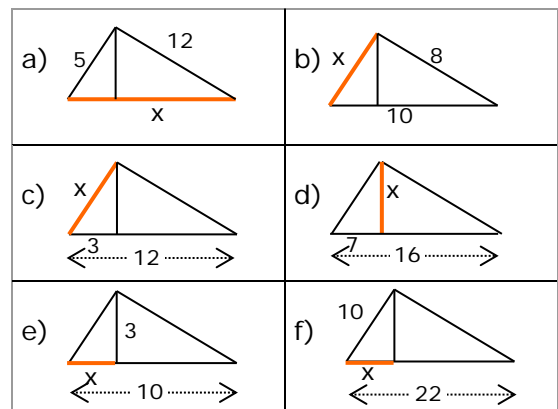
6. Por onde tes que cortar a folla para que o anaco da esquerda sexa semellante á folla enteira?



7. Debuxa no teu caderno un triángulo cun ángulo de  $69^\circ$  e un dos lados que o forman de 9 cm. Son semellantes todos os triángulos que cumpren estas condicións?

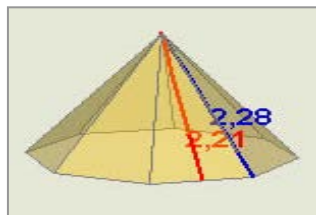
8. Debuxa no teu caderno un triángulo cun ángulo de  $56^\circ$  e o cociente dos lados que o forman igual a 3. Son semellantes todos os triángulos que cumpren estas condicións?

9. Calcula o valor de  $x$  en cada triángulo:

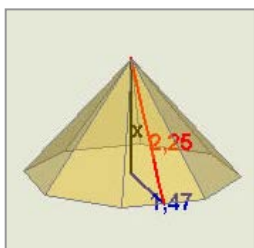
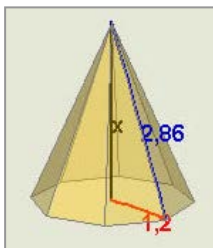


# Semellanza

10. Calcula o lado da base da pirámide



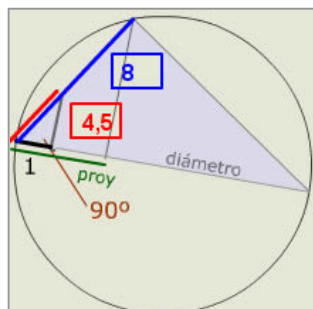
11. Calcula a altura da pirámide en cada caso.



12. Nunha praza de touros pódese calcular o seu diámetro medindo tan só uns metros. En dirección dun diámetro (defíneo a visual cos espectadores de en fronte) mídense 9m e xirando  $90^\circ$  avázanse nesa dirección ata a caella, resultando a medida deste percorrido igual a 28,3 m. Calcula o diámetro da area da praza de touros

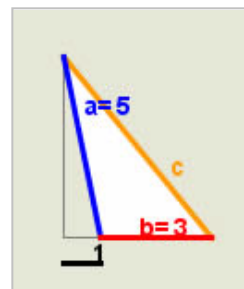


13. Calcula o diámetro da circunferencia da figura



14. Acha a distancia entre os puntos de coordenadas (-1,-1) e (-4,3).

15. Aplica o teorema xeneralizado de Pitágoras para achar a medida do lado c no triángulo da figura.



16. Na figura vese unha copia do debuxo orixinal. Cal é a escala da copia?



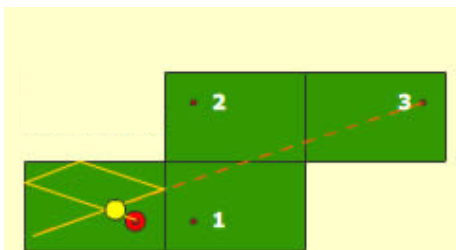
17. Ao medir sobre o mapa co curvímetro a distancia por estrada entre dúas poboacións obtemos 9,5 cm, a escala do mapa é 1:470000. Cantos km. terá a estrada que une eses dous lugares?
18. Ao observar un mapa de escala 1:210000 descubrimos que falta unha poboación, B, nunha estrada. Se sabemos que B dista 73,3 km doutra poboación A que vemos no mapa, a cantos cm de A pola estrada do mapa colcaremos o punto que represente a B?
19. O volume dunha torre é de  $2925 \text{ m}^3$  Calcula o volumen da súa representación nunha maqueta de escala 1:500.
20. A área da base dunha torre é de  $275 \text{ m}^2$  Calcula a área da mesma nunha maqueta de escala 1:350.
21. A área dunha torre é de  $125 \text{ m}^2$  e nunha maqueta ocupa unha superficie de  $55 \text{ cm}^2$ . Acha a escala da maqueta.
22. A área da base dunha torre é de  $25 \text{ cm}^2$  nunha maqueta de escala 1:350. Calcula a área real da base.
23. O volume dunha torre é de  $3300 \text{ m}^3$  e nunha maqueta ocupa un volume de  $412 \text{ cm}^3$ . Acha a escala da maqueta.
24. O volume dunha torre é de  $27 \text{ cm}^3$  nunha maqueta de escala 1:450. Calcula o volume real da torre.



## Para saber máis



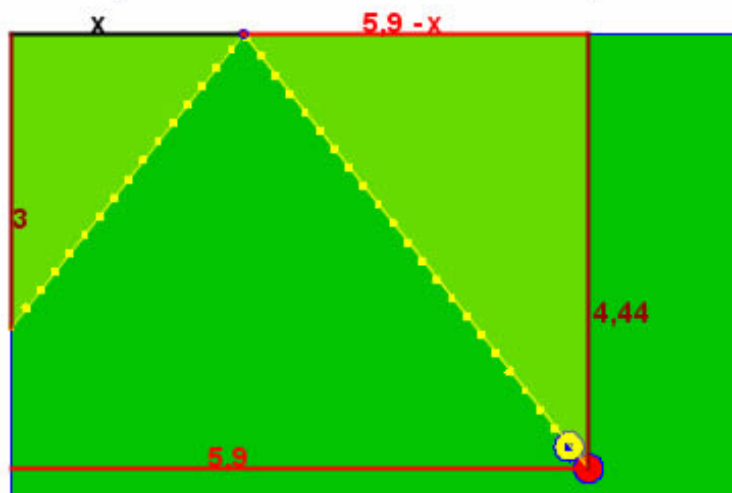
Construímos os rectángulos iguais ao billar, despois os puntos simétricos á bóla vermella, o camiño máis curto entre dous puntos é a liña recta que ao pregala no billar danos o percorrido desexado



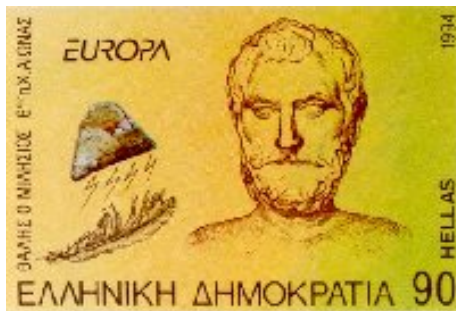
### Como asegurar a carambola a unha banda?

Como a bóla incide na banda co mesmo ángulo que rebota, haberá que conseguir que os triángulos sexan semellantes, e isto pódese lograr a ollo! ou con precisión resolvendo a ecuación de proporcionalidade asociada á semellanza.

$$\frac{x}{3} = \frac{5,9 - x}{4,44} \Rightarrow 4,44 \cdot x = 3 \cdot (5,9 - x); \quad x = \frac{3 \cdot 5,9}{3 + 4,44} = 2,37$$



## Geometría grega



A tradición atribúe a Thales (600 anos antes da nosa era) a introducción en Grecia da xeometría exipcia. Thales foi un precursor sobre todo preocupado de problemas prácticos (cálculo de alturas de monumentos con axuda dun bastón e da proporcionalidade das sombras).

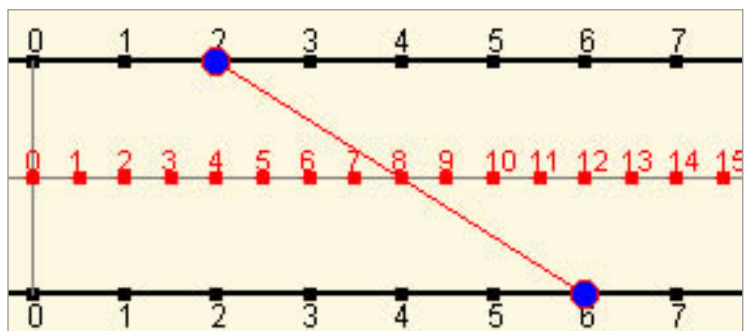
A xeometría grega que foi un éxito asombroso da ciencia humana dando probas dun enxeño excepcional, estivo marcada por dúas Escolas: a de Pitágoras e a de Euclides.

Ver máis en:

[http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/hist\\_mat/textes/h\\_geom.htm](http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/hist_mat/textes/h_geom.htm)

Co Teorema de Tales pódense realizar "xeométricamente" as operacións básicas, na imaxe vemos una calculadora xeométrica para sumar.

Baséase en que a abscisa do punto medio dun segmento é a semisuma das abscisas dos extremos.



# Semellanza



## Lembra o máis importante

### Figuras semellantes

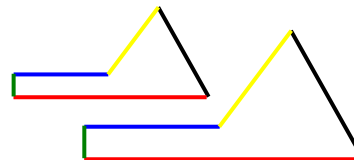
Se se pode pasar dunha a outra mediante unha homotecia e movementos.

### Polígonos semellantes

Se teñen os lados proporcionais e os ángulos iguais.

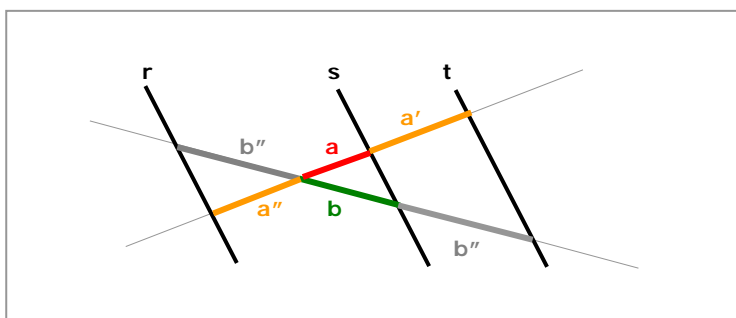
### Triángulos semellantes

No caso dos triángulos abonda que se cumpra un dos tres criterios:



	1. Ángulos iguais (con dous abonda)
	$\hat{A} = \hat{A}'$ e $\hat{B} = \hat{B}'$
	2. Un ángulo igual e os lados que o forman proporcionais
	$\hat{A} = \hat{A}'$ e $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
	3. Lados proporcionais
	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

	$\frac{\text{Lonxitude en B}}{\text{Lonxitude en A}} = \text{razón}$
	$\frac{\text{Área en B}}{\text{Área en A}} = \text{razón}^2$
	$\frac{\text{Volume en B}}{\text{Volume en A}} = \text{razón}^3$



### Teorema de Tales

Os segmentos que determinan rectas paralelas en dúas secantes son proporcionais.

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''}$$

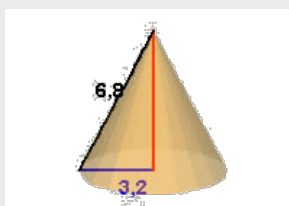
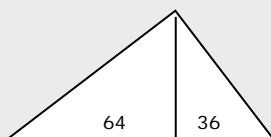
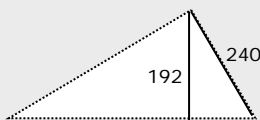
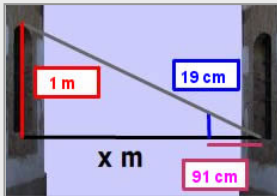
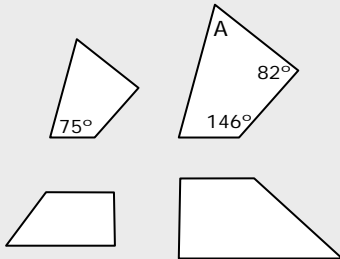
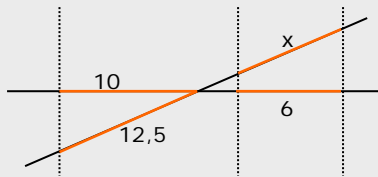
	Teoremas en triángulos rectángulos
	Teorema do CATETO $\text{cat1}^2 = \text{proy1} \cdot \text{hip}$
	Teorema da ALTURA $\text{alt}^2 = \text{proy1} \cdot \text{proy2}$
	Teorema de PITÁGORAS $\text{cat1}^2 + \text{cat2}^2 = \text{hip}^2$

### Teorema de Pitágoras xeneralizado

Se  $C > 90^\circ$   $c^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot p_a(b)$

Se  $C < 90^\circ$   $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot p_a(b)$

## Auto-avaliación



1. Aplica a semellanza para calcular o valor de  $x$ .
2. Sabendo que os ángulos dun cuadrilátero suman  $360^\circ$ , calcula o ángulo A.
3. Os polígonos da figura, son semellantes?.
4. Como a ventana da casa de en fronte é igual que a miña podó saber a súa altura, e coa visual dunha vara calcular a anchura da rúa. Calcúlaa.
5. Se os lados dun triángulo miden 6, 8 e 11 cm, que tipo de triángulo é?
6. Calcula o perímetro dun triángulo rectángulo no que as proxeccións dos catetos sobre a hipotenusa miden 16 e 9 cm.
7. Nun triángulo rectángulo un cateto mide 240 cm e a altura sobre a hipotenusa 192 cm, canto mide a hipotenusa?.
8. Calcula a área dun triángulo rectángulo no que as proxeccións dos catetos sobre a hipotenusa miden 64 e 36 cm.
9. A xeratriz dun cono recto mide 6,8 cm e o radio da base 3,2 cm. Acha a altura dun cono semellante a este realizado a escala 1:2.
10. Calcula a superficie en  $m^2$  dun piso do que temos un plano a escala 1:300, se o piso no plano ocupa  $17\text{ cm}^2$ .

## Soluciones dos exercicios para practicar

1. a) 23,83 b) 30,76  
c) 25,82 d) 21,25

2.  $x=2$   $y=35$

3. 1624 m

4. 64,75

5. 5,94 m

6. 4,26 cm

7. Non teñen por que ser semellantes

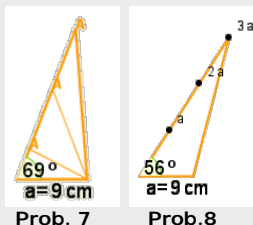
8. Son semellantes

9. a) 13 b) 6 c) 6

d)  $\sqrt{63} \approx 7,9$  e) 1 f)  $4,54$

10. 1,12

11. 2,59 1,70



12. 97,98 m

13. 36

14. 5

15.  $c^2 = a^2 + b^2 + 2b \cdot p_b(a) = 40$ ;  $c = \sqrt{40} \approx 6,32$

16. 1:2,5

17. 44,65 km

18. 34,90 cm

19.  $23,4 \text{ cm}^3$

20.  $22,44 \text{ cm}^2$

21.  $150,75 \text{ cm}^2$

22.  $306,25 \text{ cm}^2$

23. 1:200

24.  $2460,37 \text{ m}^3$

## Soluciones AUTO-AVALIACIÓN

1. 7,5

2.  $57^\circ$

3. Non son semellantes

4.  $91/19 \text{ m} = 4,78 \text{ m}$

5. Obtusángulo  $11^2 > 6^2 + 8^2$

6. 60 cm

7. 400 cm

8.  $4800 \text{ cm}^2$

9. 3 cm

10.  $153 \text{ m}^2$