

MATEMÁTICAS

Orientadas ás Ensinanzas Académicas





Os números reais

Contidos

1. Números racionais e irracionais
 - Decimais periódicos
 - Fracción xeratriz
 - Números racionais
 - Números irracionais
 - Números reais
2. Calculando con números reais
 - Aproximacións
 - Medida de erros
 - Notación científica
3. A recta real
 - Ordenación dos números reais
 - Valor absoluto
 - Intervalos

Obxectivos

- Clasificar os números reais en racionais e irracionais.
- Aproximar números con decimais ata unha orde dada.
- Calcular a cota de erro dunha aproximación.
- Representar na recta números reais.
- Expresar e representar intervalos de números reais.
- Utilizar a calculadora para facilitar os cálculos.



Antes de empezar

Observa a animación que hai nesta páxina e responde as seguintes preguntas:

a) Que é o que se está a representar na animación?

b) Están representadas na imaxe da esquerda todas as cifras decimais que ten o número pi?

c) Cal é ou cal podería ser a última cifra do número pi? _____

d) Cantas cifras ten o número pi? _____

Se tes dificultades coas operacións con fraccións, podes repasar pulsando o botón.



Pulsa para ir á páxina seguinte.

1. Números racionais e irracionais

1.a. Decimais periódicos

- Le o texto de pantalla.

a) Cando achamos a expresión decimal dunha fracción, cantos tipos obtemos? _____

b) Cales son eses tipos de decimais? _____, _____ e _____

c) Por que ao dividir dous números sempre chega o momento en que se repiten as cifras do cociente? _____

- Con axuda da escena, obtén a expresión decimal das seguintes fraccións:

a) $\frac{12}{7} =$

b) $\frac{31}{15} =$

c) $\frac{17}{8} =$

b) Escribe diferentes exemplos de fraccións a expresión decimal das cales sexa:

Exacta					
Periódica pura					
Periódica mixta					

- Pulsa no botón para facer uns exercicios.

Pulsa para ir á páxina seguinte.


1.b. Fracción xeratriz


- Vexamos agora como obter, a partir dunha expresión decimal exacta ou periódica, a súa fracción xeratriz. Mira a escena da esquerda e apoiándote nela, determina a fracción xeratriz de tres expresións decimais de cada tipo:

Exacta			
Periódica pura			
Periódica mixta			

- Pódense obter tres regras para construír mecanicamente unha fracción xeratriz para cada tipo de expresión decimal. Esas regras son as seguintes:

Exacta		Exemplo:
Periódica pura		Exemplo:
Periódica mixta		Exemplo:

- Pulsa no botón  para facer uns exercicios. Insiste ata que non cometas ningún erro.


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

1.c. Números racionais e a súa representación gráfica

- Toma regra e compás que imos representar fraccións (números racionais) nunha recta. A cada fracción valle corresponder un punto da recta. Fai polo menos os exemplos que se indican a continuación:

Representación dun decimal periódico o valor da cal está entre 0 e 1.	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$
---	---------------	---------------

Representación dun decimal periódico o valor da cal é maior que 1.	$\frac{19}{4}$	$\frac{22}{3}$
Representación dun decimal periódico negativo.	$-\frac{23}{5}$	$-\frac{7}{3}$


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

1.d. Números irracionais. Representación gráfica dalgúns deles

- Toma regra e compás e, seguindo o exemplo da escena, representa:

Representación gráfica de $\sqrt{2}$.

- Por que $\sqrt{2}$ non é un número racional? _____
- Aos números que non son racionais denomínaselles: _____
- Le e comprende a demostración de por que $\sqrt{2}$ non é un número racional.

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

1.e. Números reais.

- Toma regra e compás e, seguindo o exemplo da escena, representa:

Representación gráfica de $\sqrt{3}$.

Representación gráfica de $\sqrt{7}$.

Representación gráfica de $\sqrt{17}$.

EXERCICIOS

1. Calcula a fracción xeratriz:

a) 2,3751000

b) 43,666...

c) 4,3666...

2. Representa na recta:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{19}{4} = 4 + \frac{3}{4}$

c) $-\frac{23}{5} = -5 + \frac{2}{5}$

3. Determina qué tipo de decimais son os seguintes:

a) $\frac{92}{73}$

b) $\frac{57}{22}$

c) $\frac{27}{36}$

4. Representa $\sqrt{17}$:

5. Decide se os seguintes números son racionais ou irracionais:

-5,

0,

$\pi/2$,

$\sqrt{16}$,

$7/3$,


2,313131....,

$\sqrt{15}$,

1,01001000100001... ,


-4/5,

4,65


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

2. Calculando con números reais

2.a. Aproximacións

- Le o texto da páxina e despois fíxate na descrición que se fai na escena do que é unha aproximación por defecto e por exceso, e despois a diferenza entre truncar e redondear.
 - a) Na aproximación por defecto dun número, a aproximación é sempre _____ que o devandito número. Por exemplo:
 - a. Ao aproximar por defecto 1,66666666... ata as dezmilésimas, temos o número: _____
 - b. Ao aproximar por defecto 3,1415926535... ata as milésimas, temos o número: _____
 - b) Na aproximación por exceso dun número a aproximación é sempre _____ que o devandito número. Por exemplo:
 - a. Ao aproximar por exceso 1,66666666... ata as dezmilésimas, temos o número: _____
 - b. Ao aproximar por exceso 3,1415926535... ata as milésimas, temos o número: _____
 - c) Ao truncar un número, sempre temos unha aproximación por _____.
 - d) Ao redondear un número, obtemos unha aproximación por defecto se a cifra seguinte á que se aproxima é _____ e unha aproximación por exceso se a cifra seguinte á que se aproxima é _____.
- Pulsa no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

<p>O radio dunha circunferencia é de 3,96 metros. Utilizando o valor de n que che dá a calculadora, descubre:</p>
<p>1. A lonxitude da circunferencia, truncando o resultado aos centímetros.</p>
<p>2. A lonxitude da circunferencia, redondeando o resultado aos centímetros.</p>
<p>3. A área do círculo, truncando o resultado aos centímetros cadrados.</p>
<p>4. A área do círculo, redondeando o resultado aos centímetros cadrados.</p>

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

2.b. Medida de erros

- Le o texto que se inclúe na parte dereita da páxina e
 - a) Define que é o erro absoluto que se comete nunha aproximación:

 - b) Define o erro relativo que se comete nunha aproximación:


 - c) Que é a porcentaxe de erro?

- Fixándote na escena completa a seguinte táboa para o número $\frac{266}{974}$

	Aproximación por defecto	Erro absoluto	Erro relativo	Aproximación por exceso	Erro absoluto	Erro relativo
1 cifra decimal						
2 cifras decimais						
3 cifras decimais						
4 cifras decimais						

- Fai o mesmo para o número $\frac{5}{270}$


	Aproximación por defecto	Erro absoluto	Erro relativo	Aproximación por exceso	Erro absoluto	Erro relativo
1 cifra decimal						
2 cifras decimais						
3 cifras decimais						
4 cifras decimais						

- Pulsa no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Copia o enunciado e os datos para cada exercicio:

Exercicio 1:

Exercicio 2


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

2.c. Notación científica

- Le detidamente a explicación da escena interactiva e vai enchendo o seguinte cadro:

	Notación usual	Notación científica
Diámetro da galaxia de Andrómeda en anos-luz		
Distancia á Terra de Andrómeda en anos-luz		
Velocidade da luz en km/s		
Diámetro de Andrómeda en km		
Distancia á Terra de Andrómeda en km		
Tamaño dunha pulga en mm		
Tamaño da aresta dun cristal de silicio en mm		
Tamaño da escama da á dunha bolboreta en mm		
Tamaño dunha bacteria do cólera en mm		
Tamaño dun virus en mm		
Tamaño dun átomo de osíxeno en mm		

- Por que é conveniente utilizar a notación científica cando traballamos con números moi pequenos ou moi grandes?

- Pulsa no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Copia o enunciado e os datos para cada exercicio:

Exercicio 1:

Exercicio 2. Pasar de forma científica a decimal. Realiza cinco exercicios deste tipo:

Científica	Decimal

Exercicio 3. Pasar de forma decimal a científica. Realiza cinco exercicios deste tipo:

Decimal	Científica


Exercicio 4.

Exercicio 5.

EXERCICIOS

6. radio dunha circunferencia é 3,96 m. Utilizando a calculadora e o valor de π que da, calcula:
- a) A lonxitude da circunferencia truncando o resultado a cm.
 - b) A lonxitude da circunferencia redondeando o resultado a cm.
 - c) A área do círculo truncando a cm^2
 - d) A área do círculo redondeando a cm^2

7. Os radares de tráfico miden a velocidade dos coches en rúas e estradas. A lexislación vixente ten en conta que en toda medición se cometen erros, por iso concede unha marxe de erro do 10% (ou un erro relativo de 0,10). Tendo isto en conta, calcula a velocidade máxima á que pode ir un coche sen infrinxir a lei nos casos:
- a) Autoestrada con límite de velocidade de 120 km/h
 - b) Estrada con límite de velocidade de 90 km/h
 - c) Vía urbana con límite de velocidade de 50 km/h
8. Escribe en notación científica ou en notación decimal respectivamente:
- a) $0,000000002145 =$
 - b) $3,589 \cdot 10^9 =$
 - b) $1523000000000 =$
 - d) $5,267 \cdot 10^{-5} =$


Pulsa  para ir á páxina seguinte.

3. A recta real

3.a. Ordenación de números reais

Le o texto da páxina e da escena e dende ela accede ao vídeo que nos relata a carreira na determinación das cifras do número pi.

- . Que sentido ten esa carreira?
- . Ten algunha aplicación práctica coñecer cen millóns de cifras de pi?
- . E un googol de cifras de pi?
- . Cada punto na recta real correspóndese cun _____
- . Cada número real é representable como un punto na _____
- Dados dous números reais, **a** e **b**, diremos que **a é menor que b**, **a < b**, se ao representalos **a** está á _____ de **b**.
- **a é menor que b** se a diferenza _____ é _____.
- Os números á dereita do cero son os _____ e os da esquerda son os _____.

Preme no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Le en primeiro lugar as indicacións, que che facilitarán a resolución dos exercicios

Exercicio 1: Comparar números racionais. Fai cinco exercicios deste tipo.

Exercicio 2: Comparar radicais. Fai cinco exercicios deste tipo.
Exercicio 3: Comparar números en notación científica. Fai cinco exercicios deste tipo.
Exercicio 4: Ordenar de menor a maior. Fai cinco exercicios deste tipo.

Preme para ir á páxina seguinte.

3.b. Distancias entre números. Valor absoluto.

- Le o texto desta páxina e as diferentes pantallas na escena. Responde as seguintes preguntas:
 - a) A que denominamos valor absoluto dun número?
 - b) Como se representa o valor absoluto do número a?
 - c) A distancia do punto na recta real que representa ao número a é:
 - d) Dados dous números a e b, a distancia entre os puntos que os representan é:
 - e) Cal é a desigualdade triangular no valor absoluto?
 - f) Cando $|a + b| = |a| + |b|$?
 - g) A que é igual o valor absoluto do produto de dous números? E o valor absoluto do cociente?

- Preme no botón para facer os exercicios que aí se propoñen.

Exercicio 1. Para tres exemplos que che propoña a escena, escribe e calcula:					
a	b	$ a $	$ b $	$d(a, b)$	

Exercicio 2. Para tres exemplos que che propoña a escena, escribe e calcula:					
a	b	$ a+b $	$ a-b $	$ a \cdot b $	$ \frac{a}{b} $

Pulsa para ir á páxina seguinte.

3.c. Intervalos

- Le o texto desta páxina e as diferentes pantallas na escena. Responde as seguintes preguntas:


a) A que denominamos intervalo de extremos a e b? _____

b) Escribe matematicamente a definición dos diferentes tipos de intervalos:

Intervalo	Exemplo	Representación gráfica
$[a, b] =$		
$(a, b) =$		
$[a, b) =$		
$(a, b] =$		
$(-\infty, b] =$		
$[a, +\infty) =$		

c) Que é un contorno simétrico de centro c e radio r. Escríbeo matematicamente, pon un exemplo e represéntao.

d) Que é a lonxitude dun intervalo? Pon varios exemplos.

- Pulsa no botón  para facer os exercicios que aí se propoñen.

Repíteos tantas veces como sexa necesario ata que non te equivoques.

EXERCICIOS

9. Ordenar de menor a maior:

a) $5,97509 \cdot 10^8$ b) $6,10314 \cdot 10^{-6}$ c) $\frac{-8243924}{5560}$ d) $\frac{5952091}{4605}$ e) $\sqrt{30694}$ f) $-\sqrt{6320}$

10. O radio dunha circunferencia é de 4 m. Calcula a súa lonxitude

a) Truncando o resultado primeiro a cm. e logo a m.

b) Redondeando o resultado primeiro a cm. e logo a m.


11. Calcula o valor absoluto dos números $a=-3$ e $b=5$, e a distancia entre eles.

12. Calcula $|a+b|$ $|a-b|$ $|a \cdot b|$ e $|a/b|$

13. Indica qué puntos pertencen ao intervalo en cada caso:

a) Intervalo $(-74, -52]$. Puntos: a) -53 b) -74 c) 11

b) Intervalo $(-\infty, 75]$. Puntos: a) 32 b) 75 c) 76

Pulsa  para ir á páxina seguinte.



Lembra o máis importante - RESUMO

Os números reais están compostos polos _____ e polos _____.

Os números racionais poden escribirse sempre como unha _____ e a súa expresión decimal é _____.

A expresión decimal dun número irracional é _____. Un número irracional non pode escribirse como unha _____.

Que diferenza hai nunha aproximación por defecto e unha por exceso?

Que é redondear? _____.

Que é truncar? _____.

O erro absoluto cometido nunha aproximación é: _____.

O erro relativo é: _____.

A notación científica utilízase para representar números _____ e _____.
Con esta notación obsérvase rapidamente a orde de _____ do número representado.
Para que un número estea en notación científica ha _____.


O valor absoluto dun número dános a distancia do punto que representa ese número na recta real ao _____.

A distancia entre dous números a e b vén dada polo valor absoluto de _____.

Un intervalo aberto de extremos a e b é _____.
Denótase como _____ e graficamente represéntase:

Un intervalo pechado de extremos a e b é _____.
Denótase como _____ e graficamente represéntase:

Un intervalo semiaberto á esquerda de extremos a e b é _____
_____. Denótase como _____ e graficamente represéntase:

Pulsa  para ir á páxina seguinte.



Para practicar


Agora vas practicar resolvendo distintos EXERCICIOS. Nas seguintes páxinas atoparás EXERCICIOS de

Operacións con números racionais
Tipos de aproximacións
Cálculos aproximados
Intervalos

Procura facer polo menos un de cada clase e, unha vez resolto, comproba a solución.


Completa o enunciado cos datos cos que che aparece cada EXERCICIO na pantalla e despois resólveo.

É importante que primeiro o resolvas ti e despois comprobos no ordenador se o fixeches ben.

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

Operacións con números racionais

<p>1. Calcula os valores exactos de $A+B$ e de $B+C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>2. Calcula os valores exactos de $A-B$, $C-A$ e $B-C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>3. Calcula os valores exactos de $A \cdot B$, $A \cdot C$ e $B \cdot C$.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	
<p>4. Calcula os valores exactos de A/B, de C/A e de B/C.</p> <p>$A=$ _____</p> <p>$B=$ _____</p> <p>$C=$ _____</p>	

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

Tipos de aproximacións

<p>5. Aproximar radicais. Considerando como exacto o valor de $\sqrt{\quad} = \quad$. Escribir as aproximacións por defecto, por exceso e redondeos de orde primeira, segunda, terceira, cuarta e quinta.</p>	
<p>6. Medidas aproximadas. A fita métrica que aparece ten divisións ata o medio centímetro. Utilizámola para medir unha vara e obtemos o valor: \quad. Entre qué valores exactos se atopa a lonxitude real, supoñendo que ese valor é: a) por defecto, b) por exceso, c) redondeo a cm?</p>	
<p>7. Poboacións aproximadas. Dinnos que a poboación desta cidade é \quad habitantes e que as 4 primeiras cifras desta cantidade son significativas. Entre qué valores se acha realmente a poboación da cidade?</p>	

Cálculos aproximados

<p>8. Suma e produto. Os valores $X = \quad$ e $Y = \quad$ son senllas aproximacións por defecto de dous números reais descoñecidos A e B. Descubre entre qué valores exactos se achán $A+B$ e $A \cdot B$ e con qué precisión poden darse os resultados.</p>	
<p>9. Calcular lonxitude. Debido a unhas obras quérese rodear a fonte da imaxe cunha tea metálica protectora. Utilizando un flexómetro graduado en milímetros, obtense a lonxitude do diámetro da fonte que é: \quad. Calcula a lonxitude da tea metálica usando o número pi coa cantidade de cifras decimais axeitada.</p>	
<p>10. Calcular superficie. Copia o enunciado e resolve.</p>	

Intervalos

Copia os intervalos e realiza cinco exercicios de cada tipo

11. Do tipo: Intersección

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

12. Do tipo: unión


- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

13. Do tipo: diferenza

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

14. Do tipo: -A

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

Autoavaliación



Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo; despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

<p>1 Escribe a fracción xeratriz do número _____.</p>	
<p>2 A milla inglesa mide 1609,34 m, redondea a km _____ millas</p>	
<p>3 _____ _____</p>	
<p>4 Calcula o erro absoluto e o relativo (en %) que comentemos cando aproximamos _____ por _____.</p>	
<p>5 Coa calculadora escribe un redondeo e un truncamento ás milésimas de _____.</p>	
<p>6 O número _____ é unha aproximación de x cunha cota de erro absoluto de _____ entre qué valores está o número exacto x?</p>	
<p>7 Calcula con tres cifras significativas o número de moléculas dun gas que, en condicións normais, cabe nunha pelota de _____ de radio.</p>	
<p>8 Escribe o intervalo da figura debuxándoo previamente.</p>	
<p>9 Escribe o intervalo formado polos números x que cumpren _____</p>	
<p>10 _____ _____</p>	

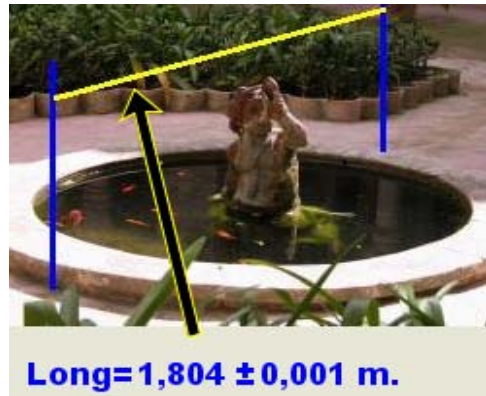


Para practicar máis

- Dados os números:
 $A=2,7$ $B=3,292929\dots$ $C=0,01030303\dots$
 Calcula os valores exactos de $A+B$, $C-A$ e $A \cdot C$. (Debes calcular as fraccións xeratrices de A , B e C e restar).
- Considerando $7,4833147735\dots$ como o valor exacto de $\sqrt{56}$, escribe as aproximacións por defecto, por exceso e redondeos de orde primeira e segunda (décimas e centésimas, respectivamente).
- A fita métrica que aparece abaixo ten unhas divisións ata o medio cm. Utilizámola para medir unha vara e obtemos o valor que se mostra nela. Entre qué valores exactos se atopa a lonxitude real, supoñendo que ese valor é: a) por defecto; b) por exceso; c) redondeo a cm.?



- Os valores $X=6,235$ e $Y=92,88$ son as aproximacións por defecto de dous números reais descoñecidos A e B . Descubre entre qué valores exactos se achan $A+B$ e $A \cdot B$ e con qué precisión poden darse os resultados.
- Debido a unhas obras quérese rodear a fonte da imaxe cunha tea metálica protectora. Utilizando un flexómetro graduado en mm, obtense a lonxitude do diámetro que se indica. Calcula a lonxitude da tea metálica usando o número pi coa cantidade de decimais axeitada.



As aproximacións poden utilizarse tamén con números enteiros. Para xeneralizar esta idea, usaremos o concepto de cifras significativas: "Se un número N é un valor aproximado doutro número P , diremos que N ten n cifras significativas se as primeiras n cifras de N coinciden coas n primeiras cifras de P . (Non se consideran cifras significativas os ceros, a súa única finalidade é situar a coma decimal)". A definición anterior é bastante intuitiva pero non sempre é totalmente correcta; por iso precisamos un pouco máis: "Diremos que N ten n cifras significativas se o número formado coas n primeiras cifras de N difire do número formado coas n primeiras cifras de P (eliminando as comas decimais se as houbese) en menos de $0,5$ ".

- A distancia media de Xúpiter ao Sol é de $7,7833 \cdot 10^8$ km. Todas as cifras son significativas e supoñemos que a órbita do planeta arredor do Sol é circular. Calcula: a) A cota de erro en km; b) A área do círculo que describe o planeta.

Dados dous subconxuntos, A e B , de certo conxunto de referencia, E , a súa intersección, $A \cap B$, é o conxunto de elementos comúns a ambos os dous; a súa unión, $A \cup B$, é o conxunto formado por todos os elementos de A e todos os de B ; a súa diferenza, $A - B$, é o conxunto formado por todos os elementos de A que non pertencen a B . O complementario de A , $-A$, é o conxunto formado por todos os elementos do conxunto de referencia que non pertencen a A .

- Dinnos que a poboación dunha cidade é de 1579000 habitantes e que as 4 primeiras cifras desta cantidade son significativas. Entre qué valores se acha realmente a súa poboación?

- Determina os conxuntos $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ e $-A$ nos casos seguintes:
 - $A = [-11, -9]$ $B = (-1, 6)$
 - $A = [-5, 5]$ $B = (3, 4)$
 - $A = [-2, 7]$ $B = (-2, 6)$