

4

Polinomios

Contidos

1. Expresións alxébricas
De expresións a ecuacións
Valor numérico
Expresión en coeficientes
2. División de polinomios
División
División con coeficientes
Regra de Ruffini
Teorema do resto
3. Descomposición factorial
Factor común x^n
Polinomios de segundo grao
Regra de Ruffini reiterada
Identidades notables

Obxectivos

- Traballar con expresións literais para a obtención de valores concretos en fórmulas e ecuacións en diferentes contextos.
- Regra de Ruffini.
- Teorema do resto.
- Recoñecer os polinomios con coeficientes reais irreducibles.
- Factorizar polinomios con raíces enteiras.

Antes de empezar

Unha forma de dividir graficamente un polinomio entre un binomio, consiste en debuxar cadrados de lado x (área x^2 u^2), rectángulos de lados x e 1 (área x u^2) e cadrados de lado 1 (área 1 u^2) en función do polinomio.

Observa na escena como se pode facer unha división de polinomios.

Con que coincide a cantidade de cadrados ou rectángulos que aparecen debuxados?

_____.

Á dereita aparece un segmento que corresponde ao divisor (neste caso $2x+2$).

Sobre ela trata de construír un rectángulo o máis alto posible utilizando as pezas que aparecen á esquerda, que corresponden ao polinomio (neste caso $2x^2+4x+4 = 2$ de tamaño x^2 , 4 de tamaño x e outras 4 de tamaño unidade)

Dividir $2x^2 + 4x + 4$ entre $2x + 2$

Leva as pezas sobre a base sinalada, $2x + 2$ e forma un rectángulo con esa base, o máis alto posible.

1 1 1 1 1 1

X	X
X	X
X	X
X	X

x^2 x^2

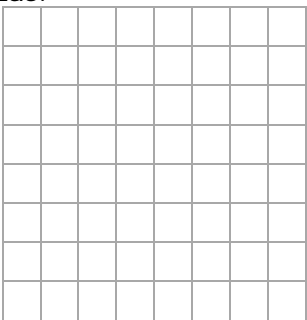
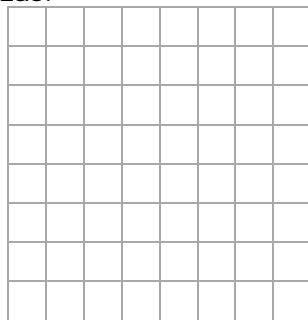
Base = $2x + 2$ → divisor


Cando o consigas aparecerá o resultado da división e á dereita a comprobación de que efectivamente está correctamente resolta.


Con que coincide a altura do rectángulo obtido? _____.

E os elementos que sobran? _____.

EXERCICIO: Repite o proceso con cada novo caso que se propón na escena e representa dous dos que resolveras:

Dividir _____ entre _____ Coloca as pezas:  Base _____	Dividir _____ entre _____ Coloca as pezas:  Base _____
Dividendo: Divisor: Cociente: Resto:	Dividendo: Divisor: Cociente: Resto:

Podes pulsar o botón  para repasar conceptos que che van ser útiles no tema.

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

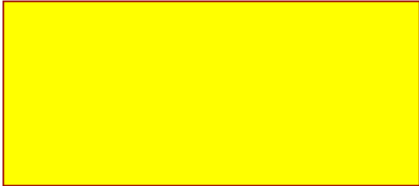
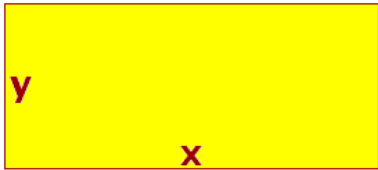



1. Expresións alxébricas

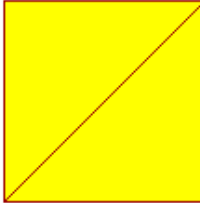
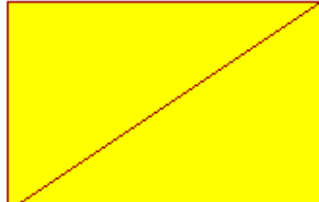
1.a. De enunciados a expresións

Le o texto de pantalla.


CONTESTA A ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Que característica teñen os monomios?	
Que aparece se sumamos ou restamos varios monomios?	

Na escena propóñense **dez** exercicios para expresar enunciados en expresións alxébricas. Contesta aos seguintes exercicios e comproba o resultado.

1	(Fai primeiro o debuxo) 	Calcula a expresión alxébrica que nos dá o número de cadradiños do rectángulo:		
		Expresión	Grao	Coeficientes
2		Que monomio nos dá a área do rectángulo de base x e altura y ?		
		Expresión	Grao	Coeficientes
3		Que expresión nos dá o volume dun cubo de aresta x ?		
		Expresión	Grao	Coeficientes
4		Que expresión nos dá o espazo percorrido a unha velocidade constante de x km/h durante t horas?		
		Expresión	Grao	Coeficientes
5		Que polinomio nos dá a lonxitude do segmento marrón?		
		Expresión	Grao	Coeficientes

6	$\frac{x+y}{2}$	Que polinomio nos dá a media aritmética de dous números?	Expresión	Grao	Coeficientes
7	$3x \text{ é o triplo de } x$	Que polinomio nos dá o triplo dun número menos cinco?	Expresión	Grao	Coeficientes
8	$x^2 \text{ é o cadrado de } x$	Que polinomio nos dá a suma dos cadrados de dous números?	Expresión	Grao	Coeficientes
9	<p>Aplica o teorema de Pitágoras, $x^2 + x^2 = \text{diagonal}^2$</p> 	Que expresión define a diagonal dun cadrado?	Expresión	Grao	Coeficientes
10	<p>Aplica o teorema de Pitágoras, $x^2 + y^2 = \text{diagonal}^2$</p> 	Que expresión define a diagonal dun rectángulo de base x e altura y?	Expresión	Grao	Coeficientes

Pulsa  para realizar un cuestionario. Escribe no recadro a nota obtida: →

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

1.b. Valor numérico

Le en pantalla a definición de valor numérico e as normas que tes que ter en conta para calculalo.


A continuación completa o seguinte parágrafo:


O resultado de _____ as variables por números nunha expresión _____ dá lugar a un número, que chamaremos valor _____.


Debemos aplicar a prioridade _____ realizando primeiro as _____, seguido de produtos e _____, e, por último, de _____ e restas.


Na escena propóñense cinco exercicios para achar o valor numérico dunha expresión alxébrica. Resolve cada un dos exercicios arrastrando a etiqueta laranxa que contén ao número para substituíla pola variable da expresión e seguindo paso a paso o desenvolvemento para achar o valor numérico. Efectúa as operacións na táboa seguinte:

Valor numérico..		
<i>Enunciado</i>	<i>Desenvolvemento</i>	<i>Resultado</i>
1. A expresión _____ ten como valor numérico en $x = \underline{\quad}$		
2. A expresión _____ ten como valor numérico en $x = \underline{\quad} / \underline{\quad}$		
3. A expresión _____ ten como valor numérico en $x = \underline{\quad}$		
4. A expresión _____ ten como valor numérico en $x = \underline{\quad}$ e $y = \underline{\quad}$		
5. A expresión _____ ten como valor numérico en $x = \underline{\quad}$ e $y = \underline{\quad}$		

Pulsa no botón  para facer os exercicios.

Ábrese unha escena na que en primeiro lugar se calcula o valor numérico dun polinomio para $x=10$ ou incluso para calquera outro número que ti introduzas no control correspondente: 

Pulsando na frecha: > á dereita da liña verde podes acceder a outros tres exemplos no que ao igual que no anterior podes cambiar o valor de x. 

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

1.c. Polinomios. Expresión en coeficientes

Le o texto de pantalla.

EXERCICIO 1:

CONTESTA A ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
En que partes podemos subdividir un polinomio?	
Onde podemos atopar fraccións, números negativos ou raíces?	

É moi conveniente que recordes o xeito de expresar un polinomio polos seus coeficientes, para iso axúdate da escena da dereita e explica a continuación un exemplo.

EXERCICIO 2. Completa un dos exemplos da escena:

Neste polinomio _____ hai algúns coeficientes e expoñentes ocultos.
1º Completamos o polinomio
2º Ver a expresión en coeficientes do polinomio

Pulsa no botón



para facer os exercicios.

Aparece un polinomio.

Escribe o seu grao no recadro correspondente e pulsa Intro.

Aparecen outro recadros nos que has de escribir os coeficientes do polinomio.

Fai varios exercicios ata que teñas polo menos dous seguidos correctamente resoltos.

EXERCICIO 3.

CONTESTA A ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Que é o grao dun polinomio?	
Cantos coeficientes debemos poñer se o grao dun polinomio é n ?	

EXERCÍCIOS

1. Determina a expresión dos seguintes enunciados:

Enunciado	Expresión
Que monomio nos da a área dun rectángulo de base $3 \cdot x$ e altura $2 \cdot y$?	
Que monomio nos da o volume dun cubo de aresta x ?	
Que polinomio nos da o espazo recorrido por una estrada a unha velocidade constante de x km/h durante $(t+1)$ horas?	
Que polinomio nos da o triplo da suma dun número menos cinco, e o dobre dese número?	
Que expresión nos define a diagonal dun rectángulo de base x e altura $2 \cdot y$?	

2. Escolle a expresión alxébrica en cada caso:

Enunciado	Expresión			
	A	B	C	D
1. O triple dun número máis seis.	$6 \cdot x + 3$	$3 \cdot x + 6$	$3 \cdot (x + 6)$	$\frac{x}{3} + 6$
2. A quinta parte dun número máis dez.	$\frac{x}{5} + 10$	$\frac{x+10}{5}$	$10x + 5$	$5x + 10$
3. Un cuarto da suma dun número máis sete.	$\frac{x+7}{4}$	$\frac{x}{4} + 7$	$\frac{14+7}{4}$	$\frac{7}{4} + x$
4. A semisuma de dous números.	$\frac{x \cdot y}{2}$	$\frac{x+y}{2}$	$\frac{x}{2} + y$	$\frac{x-y}{2}$
5. A metade do produto de dous números.	$\frac{x}{2} \cdot y$	$\frac{x}{2} \cdot \frac{y}{2}$	$\frac{x-y}{2}$	$\frac{x \cdot 7}{2}$
6. A raíz cadrada da suma de dous cadrados.	$x + y$	$x^2 + y^2$	$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$	$\sqrt{x^2 + y^2}$
7. O 40 % dun número.	$0,4 \cdot x$	$\frac{40 \cdot x}{100}$	$\frac{40}{10} x$	$\frac{100 \cdot x}{40}$
8. O cadrado da suma de dous números.	$(z + y)^2$	$x^2 + y^2$	$x + y^2$	$(12 + y)^2$
9. O cadrado da semisuma de dous números.	$\frac{x^2 + y^2}{4}$	$\frac{x + y^2}{2}$	$\frac{(x + y)^2}{4}$	$\frac{(x + y)^2}{2}$
10. A media aritmética de tres números.	$0,5x + 0,5y + 0,5z$	$\left(\frac{x+y}{2} + z\right) / 2$	$\frac{x + y + z}{3}$	$\frac{x + y + z}{2}$

EXERCICIOS

3. Acha os valores numéricos indicados en cada caso:

Enunciado	Desenrolo	Resultado
$2 - 7 \cdot x^5$ en (-2)		
$3 + 5 \cdot x^3$ en $\left(\frac{2}{3}\right)$		
$3\sqrt{x} - 3 \cdot x^3$ en 9		
$\frac{x^5}{y^3} + 4$ en $x = -2; y = 3$		
$\frac{x^5}{y^4} + 1$ en $x = 4; y = 4$		

4. Valor numérico en -3 de $P(x) = 2x^2 + 5x + 6$.

5. Valor numérico en $0,1$ de $P(x) = 3x^2 + 7x + 2$.

6. Dados os polinomios, contesta as preguntas.

$X^3 + 4x - 2$	$X^4 - 2x^3 - x^2 - 2x$																
Grao do polinomio? <input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>	Grao do polinomio? <input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>																
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> </tr> </table>									<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> <td style="width: 15px; height: 20px;"></td> </tr> </table>								
Escribe os coeficientes nos recadros	Escribe os coeficientes nos recadros																

Pulsa para ir á páxina seguinte.

2. División de polinomios

2.a. División

Le en pantalla a explicación sobre a división de polinomios, observa varios exercicios propostos na escena e realiza as actividades propostas.

CONTESTA A ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Cal é a fórmula que relaciona os termos dunha división?	
Cando se cumpre a fórmula anterior?	

Na escena propóñense exemplos de división de polinomios. Completa un dos exemplos **paso a paso**.

_____ : _____ <i>(Efectúa aquí a división paso a paso)</i>	
Dividimos os monomios de maior grao.	
Multiplicamos o último monomio escrito no cociente polo divisor e cambiámolo de signo.	
Sumamos.	
Repetimos o proceso ata chegar ao termo independente do cociente.	
Determinamos o cociente e resto.	

Pulsa no botón  para facer exercicios.

Realiza dous exercicios propostos. Divide no espazo reservado $P(x)$ entre $Q(x)$ e introduce os coeficientes do cociente e de resto nos cadrados da escena, pulsa intro para comprobar o resultado.

Exercicio 1.	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
Realiza a división:		Cociente =
		Resto =

<i>Exercicio 2.</i>	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
Realiza a división:	Cociente =	
	Resto=	

Pulsa para ir á páxina seguinte.


2.b. División por coeficientes.

Le en pantalla a explicación sobre outro método para realizar a división de polinomios, neste caso utilizando coeficientes.

Na escena propóñense exemplos de división de polinomios utilizando o método de coeficientes. Desenvolve un exemplo de cada unha das tres opcións e pulsa o botón para ver paso a paso a división.

1	$P(x) =$		
	$Q(x) =$		
Escríbense os coeficientes do dividendo e divisor.			
Obtemos o primeiro valor da división dividendo as primeiras cifras. Multiplicamos polo divisor e réstase ao dividendo.			
Repetimos o proceso tanta veces como sexa necesaria.			
Determinamos o cociente e resto.			
2	$P(x) =$		
	$Q(x) =$		
Escríbense os coeficientes do dividendo e divisor.			
Obtemos o primeiro valor da división dividendo as primeiras cifras. Multiplicamos polo divisor e réstase ao dividendo.			
Repetimos o proceso tanta veces como sexa necesaria.			
Determinamos o cociente e resto.			

3	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
Escríbense os coeficientes do dividendo e divisor.		
Obtemos o primeiro valor da división dividendo as primeiras cifras. Multiplicamos polo divisor e réstase ao dividendo.		
Repetimos o proceso tanta veces como sexa necesaria.		
Determinamos o cociente e resto.		

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

2.c. Regra de Ruffini. División entre $x - a$.

Le a explicación do método, determinado polo médico e matemático italiano Ruffini, para resolver divisións cando o divisor é un binomio de grao 1, $x - a$.

Na escena observa detidamente unha animación na que se explica o proceso a seguir. Na parte de arriba verás a división resolta a partires dos coeficientes, tal e como aprendiches no apartado anterior, e debaixo podes ver a forma de facelo utilizando o método de Ruffini.


Pulsa no botón  para facer exercicios.

Realiza polo menos dous exercicios propostos.

Para facelo has de escribir paso a paso os coeficientes e os resultados das operacións nos recadros correspondente. Ao finalizar pulsa *intro* para comprobar o resultado.

Resolve aquí dous exemplos:

1	$P(x) =$	2	$P(x) =$
	$Q(x) =$		$Q(x) =$
Cociente:		Cociente:	
Resto:		Resto:	

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

2.d. Teorema do Resto.

Le o texto de pantalla.

EXERCICIO 1. Contesta a estas cuestións:

	RESPOSTAS
Ao dividir un polinomio $P(x)$ por $(x-a)$... Cal é o grao do resto?	
Se chamamos $C(x)$ ao cociente... Cal é a fórmula que relaciona os termos que interveñen na división?	

EXERCICIO 2. Completa:

Na fórmula: $P(x) = (x-a) \cdot C(x) + \text{resto}$
 Se substituímos agora a x por a , temos: $P(a) = \underline{\hspace{2cm}}$

Así chegamos a: **Valor numérico de P en a =** $\underline{\hspace{2cm}}$

Este resultado coñécese como $\underline{\hspace{2cm}}$

Observa a escena da dereita.

Está dividida en dúas partes. Na de arriba aparece un polinomio $P(x)$ e un valor numérico a a calcular: $P(a) = \dots$

Na parte de abaixo aparece a división polo método de Ruffini dese mesmo polinomio $P(x)$ entre $(x-a)$.

Resolve paso a paso dous exemplos calculando $P(a)$ e resolvendo a división

Podes facelo ti mesmo se pulsas Ou indicar o modo automático en

Completa dous exemplos nos seguintes recadros:

$P(x) =$
Achar $P(\quad) =$

O valor numérico de $P(x)$ en \quad é o resto da división de $P(x)$ entre (\quad) $P(\quad) =$

$P(x) =$
Achar $P(\quad) =$

O valor numérico de $P(x)$ en \quad é o resto da división de $P(x)$ entre (\quad) $P(\quad) =$

EXERCICIO 3. Contesta a estas cuestións:

Se o valor numérico de $P(x)$ en a é: $P(a) = 0$

	RESPOSTAS
Canto vale o resto da división de $P(x)$ entre $(x-a)$	
Que relación hai entre $P(x)$ e $(x-a)$?	
Que é " a " do polinomio $P(x)$?	

EXERCICIO 4. Completa a fórmula que aparece no recadro amarelo:



Pulsa no botón  para facer os exercicios.

Aparece unha escena cun polinomio $P(x)$ e un binomio da forma $(x-a)$. Calcula o resto da división de $P(x)$ entre $(x-a)$ e introduce o resultado obtido no recadro para comprobar se o fixeches ben.

Copia aquí tres de eses exercicios:

Exercicio 1	Exercicio 2	Exercicio 3

EXERCICIOS

7. Acha o cociente e o resto da división de $P(x)$ entre $Q(x)$ en cada caso
 - a) $P(x)=3x^2-11x-13$ $Q(x)=x^2-3x-4$
 - b) $P(x)=-9x^3-15x^2+8x+16$ $Q(x)=3x+4$

8. Aplica a regra de Ruffini para dividir

$$P(x)=x^3+5x^2-2x+1$$

$$Q(x)=2x^4-5$$
 entre $x-3$

$$R(x)=x^3-4x+3x^2$$


9. Aplica a regra de Ruffini para dividir

$$P(x)=x^3+3x^2-2x+1$$

$$Q(x)=x^4-2$$
 entre $x+1$

$$R(x)=x^3-4x^2-x$$

10. Se o valor numérico dun polinomio en 2 é igual a 3 e o cociente da súa división entre $x-2$ é x ¿Sabes de que polinomio se trata?
11. Acha m para que mx^2+2x-3 sexa divisible entre $x+1$
12. Aplica o Teorema do resto e a regra de Ruffini para achar o valor numérico de $P(x)=x^3-15x^2+24x-3$ en $x=13$
13. ¿Existe algún valor de m para que o polinomio $x^3+mx^2-2mx+5$ sexa divisible por $x-2$?

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

3. Descomposición factorial

3.a. Sacar factor común unha potencia de x

EXERCICIO 1:

CONTESTA A ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Como podemos determinar onde empeza e onde remata un sumando dunha expresión alxébrica?	
Cantos sumandos ten a expresión: $4x^3 + 2x^2 - 6x \cdot 2x^2 - 9$?	

EXERCICIO 2:

CONTESTA A ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Que é o primeiro que debemos observar para descompoñer un polinomio en factores?	
Cando será isto posible?	

Observa a animación e a continuación enche a seguinte táboa con dous exemplos dos que aparecen na escena da dereita.

Introduce primeiro o factor común, escribindo o coeficiente e o expoñente de x, e se está ben, ao pulsar Intro, aparecerache debaixo a mensaxe:

Pulsa para extraer o factor

Exemplo 1:	Exemplo 2:
$P(x) =$ Factor común → <input type="text"/> x^{\square} $P(x) =$	$P(x) =$ Factor común → <input type="text"/> x^{\square} $P(x) =$

Pulsa no botón para facer exercicios.

Realiza catro exercicios propostos anotando os resultados na táboa seguinte:

Polinomio	Factorización
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$

Pulsa para ir á páxina seguinte.

3.b. Polinomios de 2º grao

Recordamos a resolución de ecuacións de segundo grao:

EXERCICIO 1:

CONTESTA A ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
A que chamamos discriminante?	
Para que serve o discriminante?	

Para cada unha das tres seguintes ecuacións de 2º grao, observa o valor do discriminante (fíxate no seu signo) e o valor das raíces da ecuación. Escribe despois a descomposición factorial do polinomio de 2º grao do primeiro membro.

EXERCICIO 2. Completa a seguinte táboa:

Ecuación	Discriminante	Signo	Raíces	Factorización
$2x^2 - 8x + 6 = 0$	$\Delta = b^2 - 4ac = 16$	Positivo	$x = 1 ; x = 3$	$2x^2 - 8x + 6 = 2 \cdot (x-1) \cdot (x-3)$
$3x^2 + 6x + 3 = 0$				
$2x^2 + 6 = 0$				

Observa a escena da dereita e completa a seguinte táboa con tres dos exemplos que nela aparecen, procurando que haxa un de cada tipo (Discriminante positivo, negativo e nulo):

Pasos	Ecuación 1	Ecuación 2	Ecuación 3
Identificar a, b e c.			
Aplicar a fórmula.			
Estudar o número de solucións			
Descomposición			

Pulsa no botón



para coñecer as fórmulas de Cardano.

Na escena podes observar a explicación e varios exemplos destas fórmulas:

Se a ecuación de 2º grao é da forma: $x^2 + bx + c = 0$ E se x_1 e x_2 son as súas solucións, cúmprense as fórmulas de Cardano:	$\begin{cases} X_1 + X_2 = \\ X_1 \cdot X_2 = \end{cases}$
--	--

Pulsa no botón



para practicar con estas fórmulas... Cando remates...

Pulsa para ir á páxina seguinte.

3.c. Regra de Ruffini reiterada.

Le a explicación de pantalla e completa a conclusión á que se chega ao respecto da relación entre as raíces dun polinomio e o termo de menor grao no seguinte recadro:




Pulsa no botón  para copiar un exemplo.

Imos descompoñer factorialmente o polinomio		$P(x) = x^4 - 15x^2 + 10x + 24$				
Determinamos as posibles raíces enteiras (os divisores do termo independente: 24)						
Probamos con 1	Non é raíz (o resto é distinto de cero). Xa non haberá que volvelo probar despois.	1	0	-15	10	24
		1)				
Probamos con -1	Si é raíz (o resto é cero). Obtemos un polinomio de grao menor, neste caso de grao 3. →	1	0	-15	10	24
		-1)				
Seguimos probando. Agora con 2						
		2)				
E finalmente con 3						
		3)				
Obtemos a factorización:		$P(x) =$				

Na escena da dereita podes resolver cantos exemplos necesites para entender ben o procedemento. Copia dous deses exemplos nos seguintes recadros:

Exemplo 1:	Exemplo 2:
$P(x) =$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100px;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> <hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100px;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> <hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100px;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> $P(x) =$	$P(x) =$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100px;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> <hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100px;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> <hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100px;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> $P(x) =$

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

3.d. Identidades notables.

Observa a animación para ver como se obteñen as identidades notables pulsando en

Efectúa as operacións alxébricas nos seguintes recadros para obter cada unha das identidades notables:

Cadrado dunha suma	Cadrado dunha diferenza	Suma por diferenza
$a + b$ $\times a + b$ <hr/> <hr/>	$a - b$ $\times a - b$ <hr/> <hr/>	$a + b$ $\times a - b$ <hr/> <hr/>
$(a+b)^2 =$	$(a-b)^2 =$	$(a+b)\cdot(a-b) =$

CONTESTA A ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Cantas identidades notables hai?	
A que é igual o cadrado da suma? Cantos sumandos aparecen?	
Que diferenza existe entre o cadrado dunha suma e o dunha diferenza?	
Enuncia a igualdade notable que nos falta	

Na escena da dereita podes observar como podemos deducir estas fórmulas a partir dunha serie de gráficos. Obsérvaos e desenvolve cada unha delas no seguinte espazo:

Cadrado dunha suma	Cadrado dunha diferenza	Suma por diferenza
$a^2 + b^2 + 2\cdot a\cdot b =$	$a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b =$	$a^2 - b^2 =$

Pulsa para realizar un cuestionario. Escribe no recadro a nota obtida: →

EXERCICIOS

14. Saca factor común unha potencia de x en cada un dos seguintes polinomios:

$P(x) = 2x^3 + 3x$	
$Q(x) = x^4 + 2x^6 - 3x^5$	
$R(x) = 2x^6 + 6x^5 + 8x^3$	

15. Acha a descomposición factorial de $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$.


16. Factoriza:

$2x^2 - 8x + 6$	
$-x^2 + 3x + 4$	
$x^2 + 2x + 3$	
$x^2 + 6x + 9$	

17. Acha a descomposición factorial de $x^7 - x^6 - 4x^4$

18. Acha a descomposición factorial de $x^4 - 4$.

19. Acha a descomposición factorial de $x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2$.

Pulsa  para ir á páxina seguinte.



Lembra o máis importante - RESUMO

$-4x^3 - x^2 + 3$			
-4	-1	0	3

Expresión en coeficientes

Polinomio: $6x^4 + 5x^2 - 6x + 3$,

Coeficientes: _____

Regra de Ruffini. Teorema do resto.

Relación entre raíz e divisor:

Raíz = -3 Factor ou divisor: _____

Raíz = _____ Divisor ou factor: $(x - 6)$

Igualdades notables:


- 1)
- 2)
- 3)

Descomposición factorial. Métodos:

- 1)
- 2)
- 3)

Descomposición factorial. Exemplo:

$$P(x) = 2x^4 + 10x^3 + 2x^2 - 42x - 36.$$

Pulsa  para ir á páxina seguinte.



Para practicar

Agora vas practicar resolvendo distintos exercicios no teu caderno.

Nas seguintes páxinas atoparás EXERCICIOS de:

Operacións con polinomios.
Descomposición factorial.

Nos seguintes **EXERCICIOS** de **operacións con polinomios** escribe o enunciado que aparece no teu ordenador que cumpra a condición proposta e resólveos no recadro da dereita. Despois comproba a solución no ordenador.

Fai un mínimo de dous de cada tipo.

Elixe no menú a opción: **Números**

1. Achar a expresión alxébrica dun número de ___ cifras se a cifra das unidades é _____ da cifra das decenas.

2. Achar a expresión alxébrica dun número de ___ cifras se a cifra das unidades é _____ da cifra das decenas.

Coeficientes

3. Cal é o grao do polinomio: _____?
Cal é o coeficiente de grao ___?
E o de grao ___?
Calcula o valor numérico en $x =$ _____

4. Cal é o grao do polinomio: _____?
Cal é o coeficiente de grao ___?
E o de grao ___?
Calcula o valor numérico en $x =$ _____

Suma e resta

5. Acha os coeficientes de _____
 $P(x) =$ _____
 $Q(x) =$ _____

6. Acha os coeficientes de _____
 $P(x) =$ _____
 $Q(x) =$ _____

Multiplica.

7. Acha os coeficientes de _____

$$P(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

8. Acha os coeficientes de _____

$$P(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

Operacións con fraccións9. Acha o cociente e o resto da división de $P(x)$ entre $Q(x)$

$$P(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

10. Acha o cociente e o resto da división de $P(x)$ entre $Q(x)$

$$P(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

Regra de Ruffini.11. Fai a división de $P(x)$ entre _____ aplicando a regra de Ruffini

$$P(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

12. Fai a división de $P(x)$ entre _____ aplicando a regra de Ruffini

$$P(x) = \underline{\hspace{4cm}}$$

Divisor x -a resto?.

13. Acha, aplicando o teorema do resto, o resto da división de $P(x)$ entre _____

$P(x) =$ _____

14. Acha, aplicando o teorema do resto, o resto da división de $P(x)$ entre _____

$P(x) =$ _____


Acha m.

15. Acha m, aplicando o teorema do resto, para que $P(x)$ sexa divisible entre _____

$P(x) =$ _____

16. Acha m, aplicando o teorema do resto, para que $P(x)$ sexa divisible entre _____

$P(x) =$ _____

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

Nos seguintes EXERCICIOS de **descomposición factorial** escribe o enunciado que aparece no teu ordenador que cumpra a condición proposta e resólveos no recadro da dereita. Despois comproba a solución no ordenador.

Sacar factor común

17. Saca factor común no Polinomio $P(x)$ [Fai un mínimo de catro exercicios]

- a)
- b)
- c)
- d)

- a)
- b)
- c)
- d)

Raíces enteiras

18. Descompoñer o seguinte polinomio en factores primos

Onde ____ é factor común en todos os monomios.

19. Descompoñer o seguinte polinomio en factores primos

Onde _____ é factor común en todos os monomios

Aplicar identidades (Hai dous tipos de exercicios. Fai un mínimo de dous de cada tipo)

20. Descompoñer, aplicando as identidades notables, o seguinte polinomio

21. Descompoñer, aplicando as identidades notables, o seguinte polinomio

22. Descompoñer, aplicando as identidades notables, o seguinte polinomio

23. Descompoñer, aplicando as identidades notables, o seguinte polinomio

Coñecidas as raíces

24. Acha a descomposición dun polinomio de grao 3 que ten por raíces _____ e o seu valor numérico en _____ é igual a _____

25. Acha a descomposición dun polinomio de grao 3 que ten por raíces _____ e o seu valor numérico en _____ é igual a _____

Efectúa a potencia (Hai dous tipos de exercicios. Fai un mínimo de dous de cada tipo)

26. Efectúa a potencia _____

27. Efectúa a potencia _____

28. Efectúa a potencia _____

29. Efectúa a potencia _____

Cálculo mental

30. Calcula mentalmente _____


31. Calcula mentalmente _____

Simplificar fracciones (Hai tres tipos de exercicios. Fai polo menos un de cada tipo)

32. Aplicando as identidades notables, simplifica a fracción:

33. Aplicando as identidades notables, simplifica a fracción:

34. Aplicando as identidades notables, simplifica a fracción:

Pulsa  para ir á páxina seguinte.

Autoavaliación



Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo, despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

1 Calcula $P(x) \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$ e escribe os coeficientes do resultado

$P(x) =$

$Q(x) =$

$R(x) =$

2 Escribe os coeficientes do cociente e do resto na división de $P(x)$ entre $Q(x)$.

$P(x) =$

$Q(x) =$

3 Calcula o valor numérico de _____ en $x =$ _____.

4 É certa a igualdade?

5 Calcula m para que o resto da división de _____ entre _____ sexa _____.

6 Se $P(x) = ax^2 + bx + \underline{\hspace{1cm}}$ e $a \cdot 6^2 + b \cdot 6 = \underline{\hspace{1cm}}$, cal é o resto da división de $P(x)$ entre $x - 6$?

7 Acha unha raíz enteira do polinomio

8 Acha a descomposición factorial de

9 O polinomio _____ ten por raíces ____ e _____. Cal é a outra raíz?

10 As raíces dun polinomio de grao 3 son __, __ e __; o seu coeficiente de grao 3 é _____. Calcula o valor numérico do polinomio en _____.



Para practicar máis

1. Acha a expresión alxébrica dun número de tres cifras se a cifra das unidades é 4 veces a cifra das decenas.
2. Cal é o grao de $2x^5 - x^3 + 3x^2$? O seu coeficiente de grao 3? e o de grao 2? Calcula o seu valor numérico en $x=2$
3. Acha $P(x) - 3 \cdot Q(x)$ sendo $P(x) = 4x^2 + 4x$ e $Q(x) = 6x^2 + 2x$.
4. Multiplica os polinomios $P(x) = -3x^3 + 4x^2 - x - 2$ e $Q(x) = -x^2 + 7$.
5. Acha o cociente e o resto da división de $x^3 + 2x^2 + 5x - 7$ entre $-x^2 + x - 1$.
6. Fai a división de $x^3 + 4x^2 + 2x - 3$ entre $x - 2$ coa regra de Ruffini.
7. Aplica o teorema do resto para calcular o resto da división de $2x^3 - 2x^2 + x - 7$ entre $x - 5$.
8.
 - a) Acha m para que $x^3 + mx^2 - 2mx + 6$ sexa divisible por $x + 2$
 - b) Acha m para que $x^3 + mx^2 - 8mx + 4$ sexa divisible por $x - 1$.
9. Efectúa as potencias
 - a) $(3x + 2)^2$
 - b) $(2x - 4)^2$
 - c) $(x - 5)^2$
10. Descompoñer, aplicando as identidades notables, os polinomios:
 - a) $x^4 - 72x^{2+362}$
 - b) $x^4 - 16$
11. Descompoñer os seguintes polinomios, se é posible, aplicando a ecuación de segundo grao.
 - a) $3x^2 - 10x + 3$
 - b) $x^2 - 4x + 5$
12. Simplifica as seguintes fraccións alxébricas
 - a) $\frac{x^2 + 8x + 16}{3x + 12}$
 - b) $\frac{3x^2 - 12}{x^2 - 4x + 4}$
 - c) $\frac{4x^2 + 4x + 1}{12x^2 - 3}$
13. Saca factor común en $12x^{12} + 24x^{10}$
14. Acha a descomposición en factores primos dos seguintes polinomios
 - a) $3x^8 - 39x^7 + 162x^6 - 216x^5$
 - b) $3x^9 + 12x^8 + 15x^7 + 6x^6$
15. Un polinomio de grao 3 ten por raíces -5, 7 e 1. Acha a súa descomposición factorial sabendo que o seu valor en 2 é 128.
16. Como realizas mentalmente o cálculo de $23^2 - 22^2$?