



Funcións e gráficas

Contidos

1. Funcións reais
 - Concepto de función
 - Gráfico dunha función
 - Dominio e percorrido
 - Funcións definidas a anacos
2. Propiedades das funcións
 - Continuidade e discontinuidades
 - Periodicidade
 - Simetrías
3. Taxa de variación e crecemento
 - Taxa de variación
 - Crecemento e decrecemento
 - Máximos e mínimos
 - Concavidade e puntos de inflexión

Obxectivos

- Coñecer e interpretar as funcións e as distintas formas de presentalas.
- Recoñecer o dominio e o percorrido dunha función.
- Determinar se unha función é continua ou discontinua.
- Achar a taxa de variación e a taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- Determinar o crecemento ou decrecemento dunha función e achar os seus máximos e mínimos.
- Recoñecer os puntos de inflexión.
- Comprobar a simetría dalgunhas funcións respecto á orixe e ao eixe OY.
- Recoñecer se unha función é periódica.



Antes de empezar

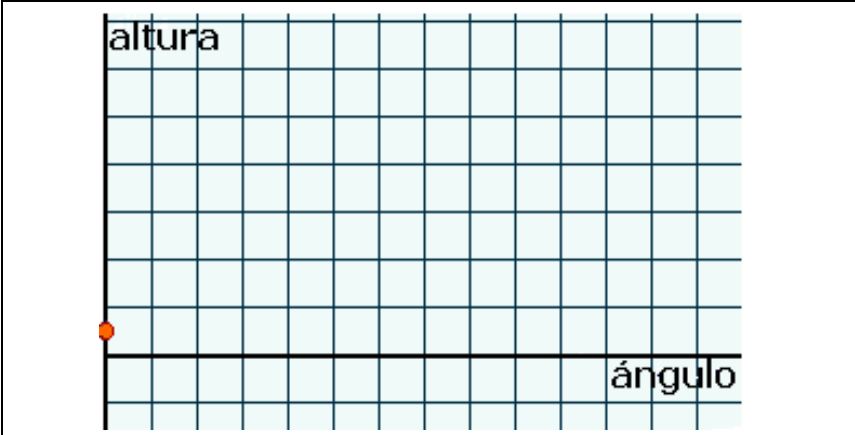
Investiga

Imaxina que montas nunha nora de raio 30 m e para subir hai que ascender 5 m dende o chan. A nora comeza a xirar,

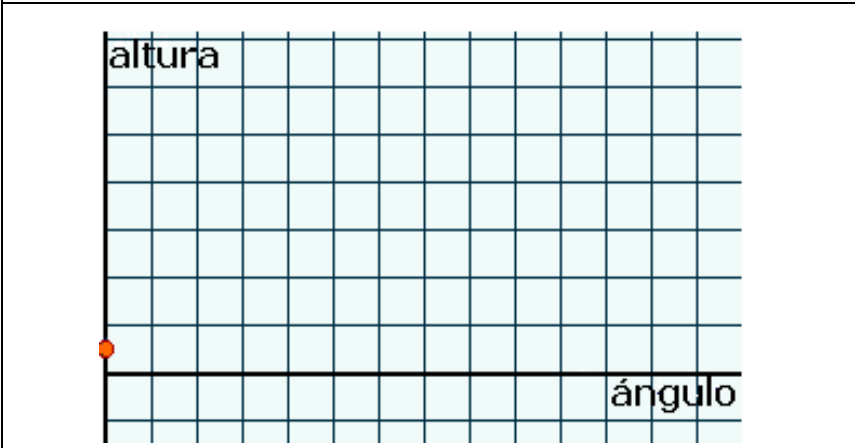


Como é a gráfica da función que dá a altura á que atopas segundo o ángulo de xiro?

Debuxa aquí as gráficas correspondentes




Ti vas na cabina laranxa e uns amigos na verde, como será a súa gráfica?




A linguaxe das gráficas

Das distintas formas en que pode presentarse unha función, mediante un enunciado, unha táboa, unha expresión alxébrica ou unha gráfica, esta última é a que nos permite ver dun soa ollada o seu comportamento global, de aí a súa importancia.

Neste tema aprenderás a recoñecer e interpretar as súas características principais.

Preme en  para ver un vídeo ao respecto

Preme  para ir á páxina seguinte.

1. Funcións reais

1.a. Concepto de función

Le e completa o texto:

Unha función é unha _____ entre dous conxuntos numéricos, de tal forma que a cada elemento do conxunto inicial lle corresponde _____ do conxunto final.

Relaciónanse así dúas variables numéricas que adoitan designarse con x e y.

$$f: x \rightarrow y=f(x)$$

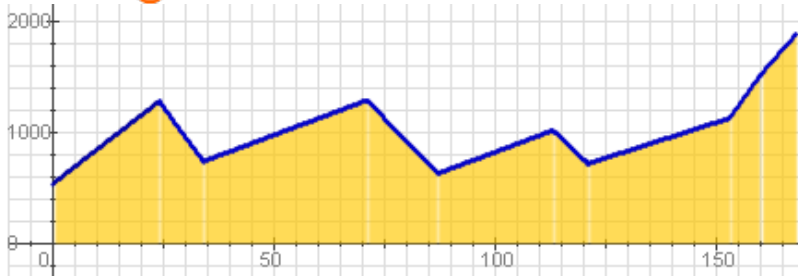
- ✓ x é a variable _____
- ✓ y é a variable _____

Na escena podes ver representada unha función extraída dunha información gráfica.



O gráfico describe o percorrido da 9ª Etapa da Volta Ciclista 2007, indicando os km totais e a altitude nos puntos principais do traxecto.

Preme para continuar e ver unha versión máis simplificada da gráfica



À esquerda aparece a gráfica anterior trazada sobre uns eixes cartesianos, para simplificala uníronse os puntos principais mediante segmentos. Trátase dunha función que dá a altitude segundo os km recorrido.

Observa os valores que toma e completa a táboa de valores (podes arrastrar o punto vermello na escena para axudarte a saber a altura en cada punto).

km	0	24	34		87	113	121	153	160	
alt			740		1290			1130		1882

Contesta:

Para que unha gráfica sexa dunha función, cantos valores de e pódénlle corresponder a cada valor de x?	RESPOSTA

Preme no botón



para comprobalo facendo un exercicio

Preme para ir á páxina seguinte.

1.b. Gráfica dunha función

Para ver o comportamento dunha función, $f: x \rightarrow y$, recorreremos á súa **representación gráfica** sobre os eixes cartesianos, no eixe de abscisas (OX) a variable _____ e no de ordenadas (OY) a variable _____; sendo as coordenadas de cada punto da gráfica: $(_, f(_))$.

Na escena está representada a función:

$$f(x) = -0,5x^2 + 3x + 3,5$$

Segue os pasos premendo nas frechas  e 

Comeza por facer unha táboa de valores

x											
f(x)											

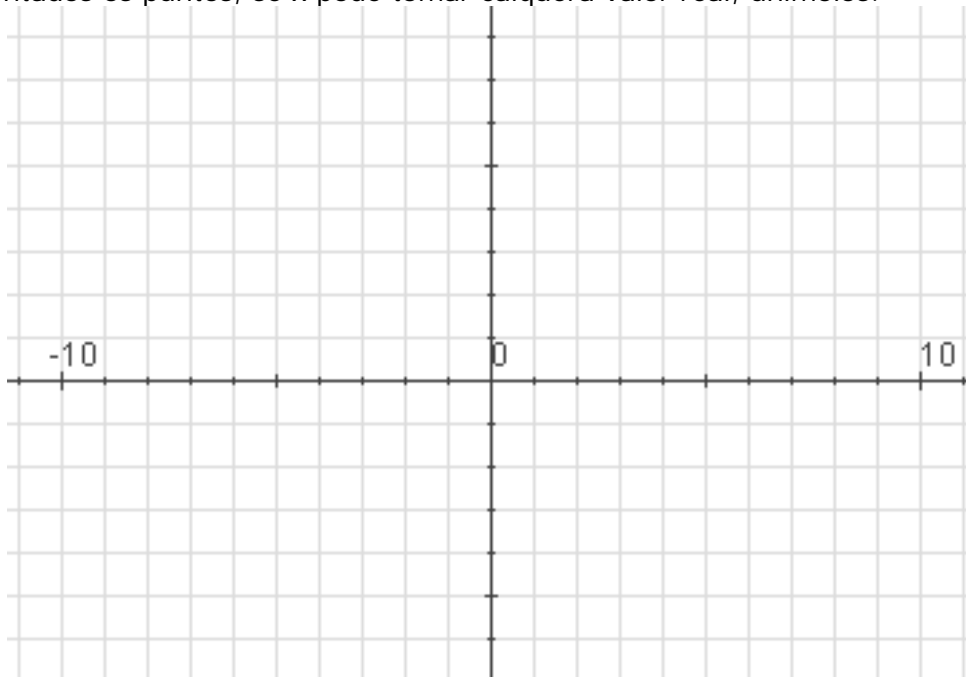
Hai uns puntos que teñen especial interese, os que a gráfica corta aos eixes coordenados. Para calculalos:

- ✓ Corte co eixe OY: Os puntos do eixe de ordenadas teñen abscisa 0, abonda facer $x=0$ na fórmula da función.
- ✓ Cortes co eixe OX: Os puntos do eixe de abscisas teñen $y=0$. Resólvese a ecuación $f(x)=0$

No noso exemplo son:

x=0	
f(x)=0	

Representátese os puntos obtidos, x no eixe de abscisas (OX), f(x) no de ordenadas (OY). Unha vez representados os puntos, se x pode tomar calquera valor real, unímolos.



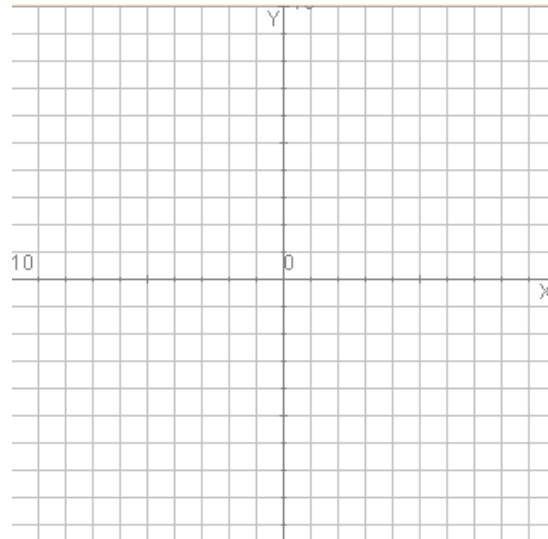
Preme no botón  para facer uns exercicios.

En cada caso fai unha táboa de valores e representa os puntos nos eixes de coordenadas, seguindo as instrucións da escena:

1

$$f(x) = 3x - 2$$

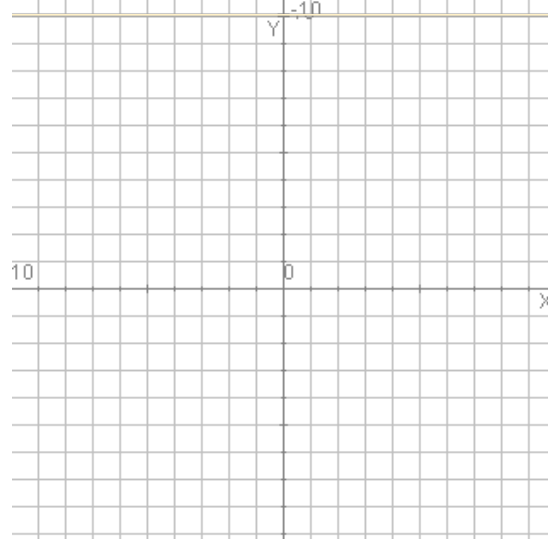
x	f(x)



2

$$f(x) = -x^2 + 4x$$

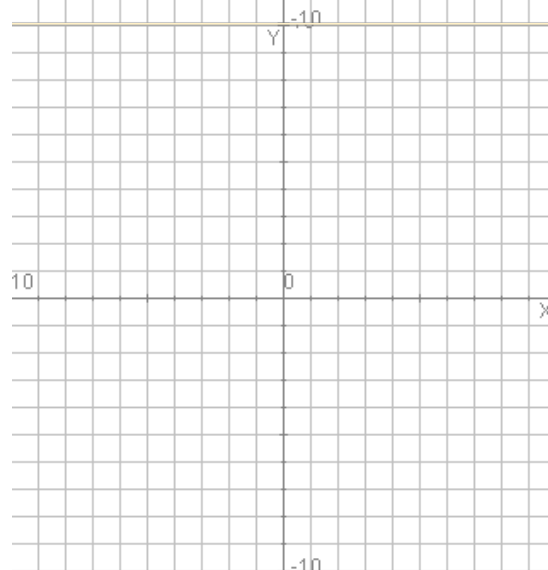
x	f(x)




3

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$$

x	f(x)



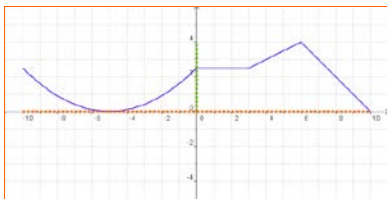
Preme  para ir á páxina seguinte.

1.c. Dominio e percorrido

Dada unha función $y=f(x)$

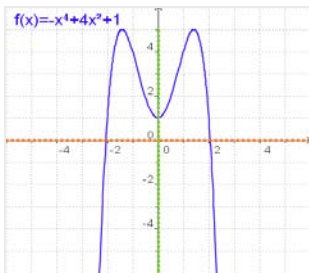
- ✓ Chámase **dominio** de f _____
Indicase como **Dom f**.
O dominio está formado, polo tanto, polos valores de x para os que existe a función, é dicir, para os que hai un $f(x)$.
- ✓ O **percorrido** é _____
isto é o conxunto das imaxes. Representase como **Im f**.

Na escena da dereita vemos varios exemplos de como calcular o dominio dalgúñas funcións, coa súa axuda completa:



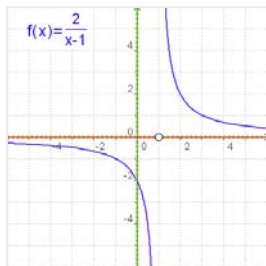
Dominio de f : _____

 Percorrido de f : _____



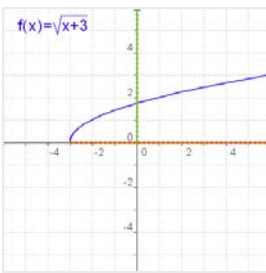
Dominio de f : _____

 Percorrido de f : _____



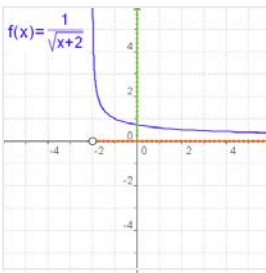
Dominio de f : _____

 Percorrido de f : _____



Dominio de f : _____

 Percorrido de f : _____



Dominio de f : _____

 Percorrido de f : _____


Resume ti os distintos casos que se nos poden presentar á hora de calcular o dominio, atendendo á forma da expresión alxébrica

Expresión analítica	Dominio
Un polinomio	
Un cociente	
Unha raíz cadrada	

Preme no botón  para facer uns exercicios.

Copia a continuación dous exercicios de cada tipo:

<p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>4</p>

Preme  para ir á páxina seguinte.

1.d. Funcións definidas a anacos

Hai un tipo de funcións que veñen definidas con distintas expresións alxébricas segundo os valores de x , dise que están definidas **a anacos**.

Para describir analiticamente unha función formada por anacos doutras funcións, danse as expresións dos distintos tramos, por orde de esquerda a dereita, indicando en cada tramo os valores de x para os que a función está definida.

Na escena podes ver exemplos deste tipo de funcións e a súa representación gráfica.

Practica con ela antes de pasar a facer ti os seguintes exercicios:

Preme no botón  para facer uns exercicios.

Fai a continuación un par de exercicios e comproba na escena o resultado:

Calcula a imaxe dos valores indicados:

$$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$$

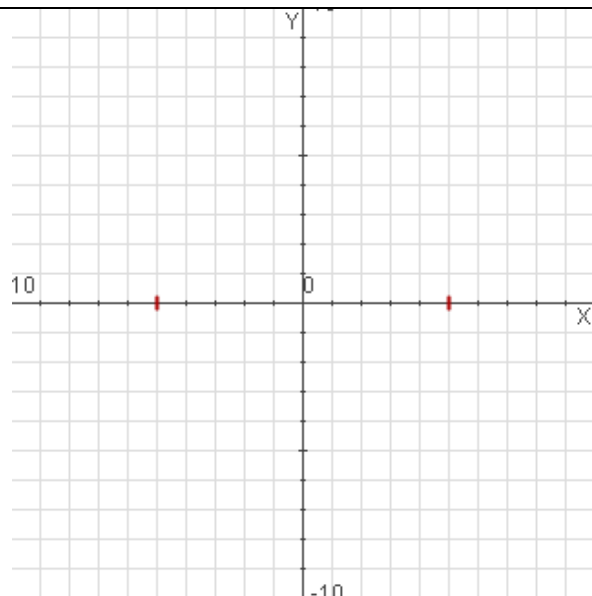
$f(\text{---}) = \text{---}$

$f(\text{---}) = \text{---}$

$f(\text{---}) = \text{---}$

$f(\text{---}) = \text{---}$

$f(\text{---}) = \text{---}$



Calcula a imaxe dos valores indicados:

$$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$$

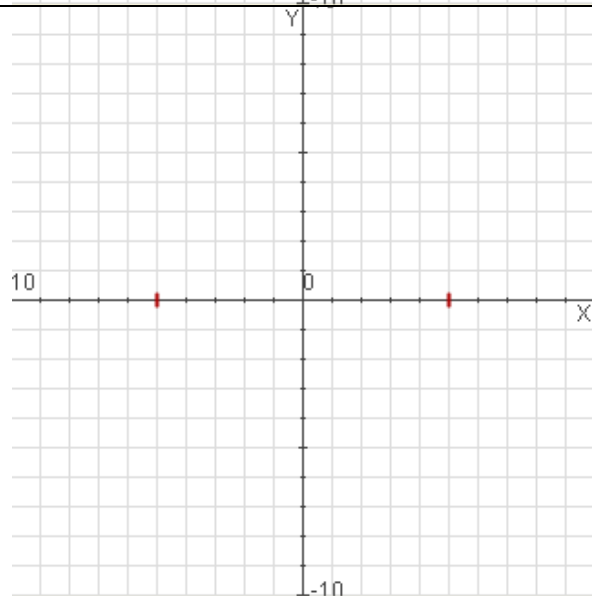
$f(\text{---}) = \text{---}$

$f(\text{---}) = \text{---}$

$f(\text{---}) = \text{---}$

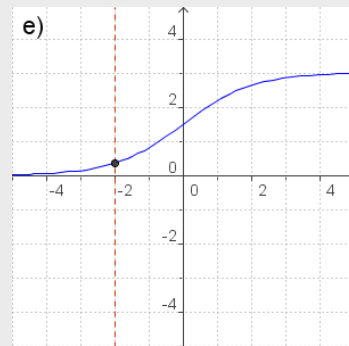
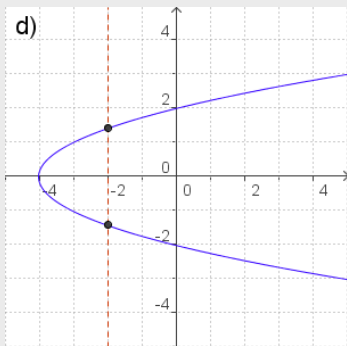
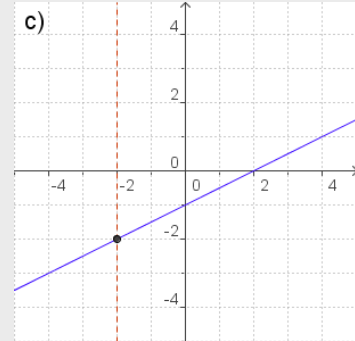
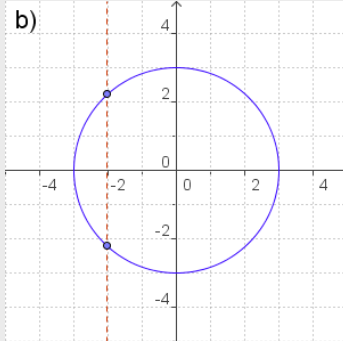
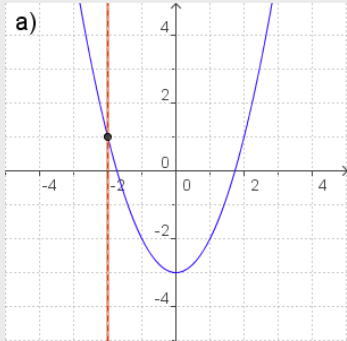
$f(\text{---}) = \text{---}$

$f(\text{---}) = \text{---}$



EXERCICIOS

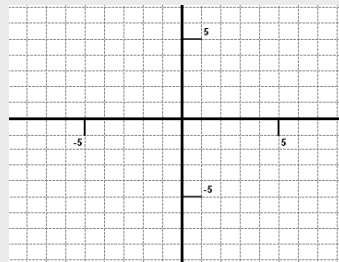
1. Das seguintes gráficas indica as que corresponden a unha función e as que non.



2. Fai unha táboa de valores, debuxa os puntos obtidos e representa a función.

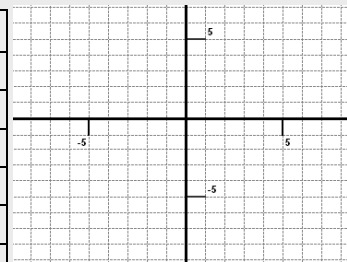
a) $f(x) = 2x - 3$

x	f(x)



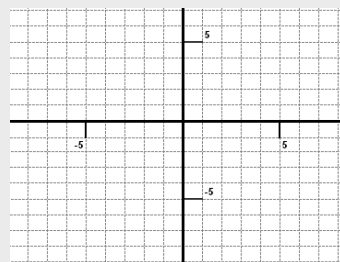
b) $f(x) = -x^2 + 4x$

x	f(x)



c) $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$

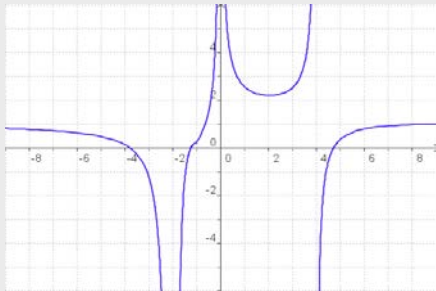
x	f(x)



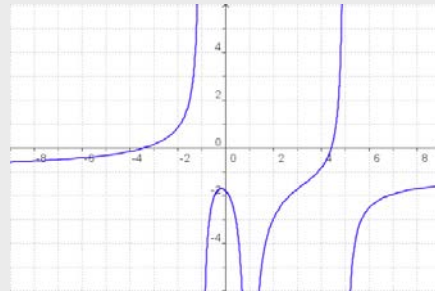
EXERCICIOS

3. Calcula o dominio das seguintes funcións.

a)



b)



c) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x$

d) $f(x) = \frac{x}{x-2}$

e) $f(x) = \sqrt{x-5}$

f) $f(x) = \sqrt{5-x}$

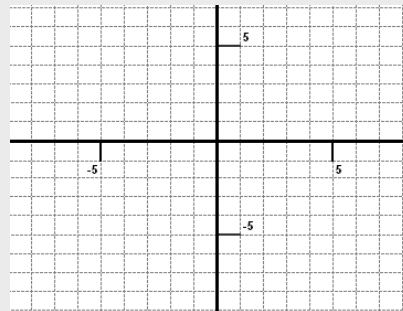
g) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x+4}}$

h) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

4. Nas seguintes funcións, definidas a anacos, calcula as imaxes dos valores de x indicados e represéntaaas graficamente.

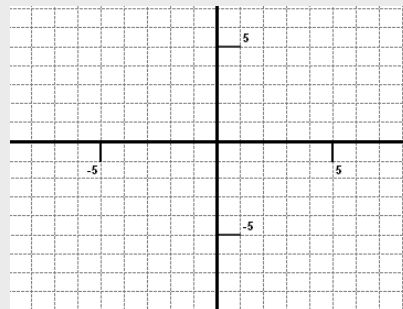
a) $f(x) = \begin{cases} -0,5x - 1 & \text{si } x < -2 \\ -2 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$


x	f(x)
-4	
-2	
1	
3	
6	



b) $f(x) = \begin{cases} 0,5x + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ -x + 1 & \text{si } -2 < x < 2 \\ 0,5x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

x	f(x)
-6	
-2	
0	
2	
4	



Preme  para ir á páxina seguinte.

2. Propiedades das funcións

2.a. Continuidade e discontinuidades

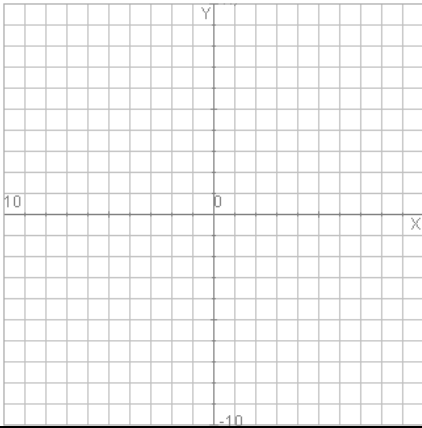
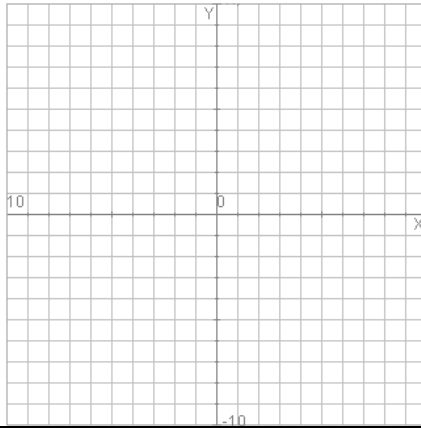
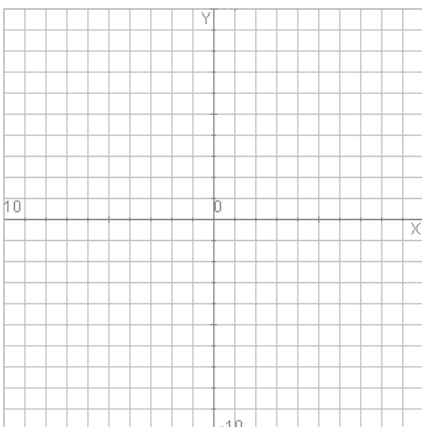
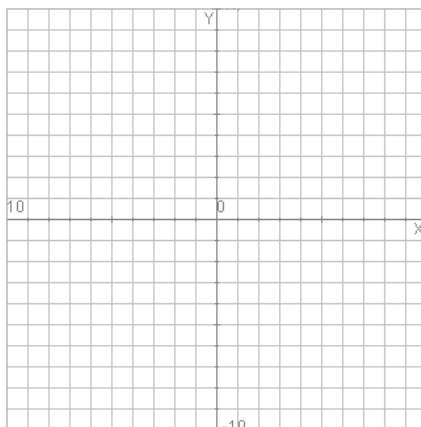
A primeira idea de función **continua** é a que pode ser representada dun só trazo, sen levantar o lapis do papel.

Unha función $y=f(x)$ é **continua** en $x=a$ se:

- _____
- _____
- _____

Cando unha función non é continua nun punto dise que presenta unha _____

Con axuda da escena da dereita completa a táboa e debuxa un exemplo de cada un dos casos:

Razóns polas que unha función non é continua nun punto:	
<p>Exemplo</p> 	<p>Exemplo</p> 
<p>Exemplo</p> 	<p>Exemplo</p> 

Preme no botón



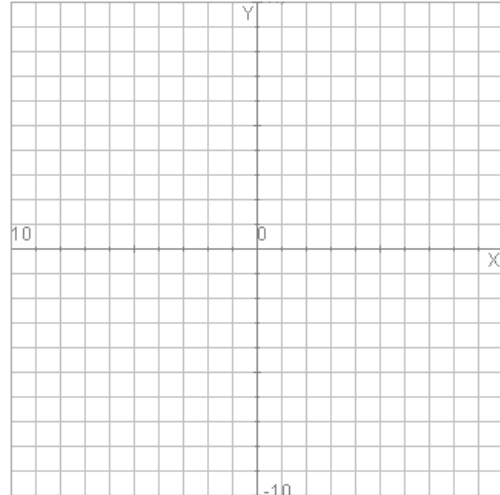
para facer uns exercicios.

Fai a continuación tres exercicios e comproba na escena o resultado:

Calcula o valor de K para que a función

$f(x) =$

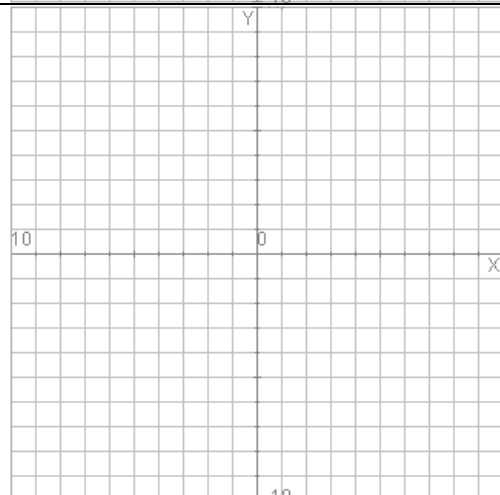
Sexa continua en $x =$ _____



Calcula o valor de K para que a función

$f(x) =$

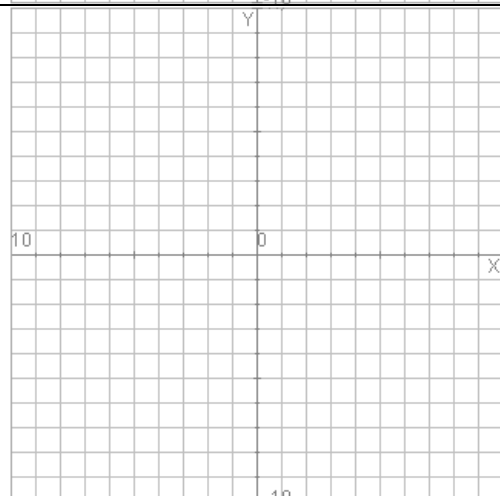
Sexa continua en $x =$ _____




Calcula o valor de K para que a función

$f(x) =$

Sexa continua en $x =$ _____



Preme  para ir á páxina seguinte.

2.b. Funcións periódicas

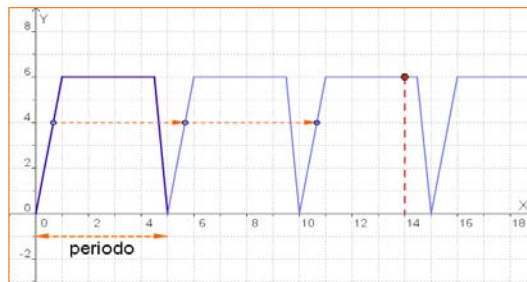
Na natureza e no teu ámbito habitual hai fenómenos que se repiten a intervalos regulares, como o caso das mareas, os péndulos e resortes, o son...
As funcións que describen este tipo de fenómenos dinse periódicas

Unha **función** é **periódica** cando _____

 O **período** é _____
 $f(x + \text{período}) = f(\text{_____})$

Na escena da dereita tes un exemplo dunha función periódica


Unha cisterna échese e baléirase automaticamente expulsando 6 litros de auga cada 5 minutos, seguindo o ritmo da gráfica. Cando o depósito está baleiro comeza a enchedura, que leva 1 minuto, permanece cheo 3,5 minutos e baléirase en 0,5 minutos. Este proceso repítese periodicamente.

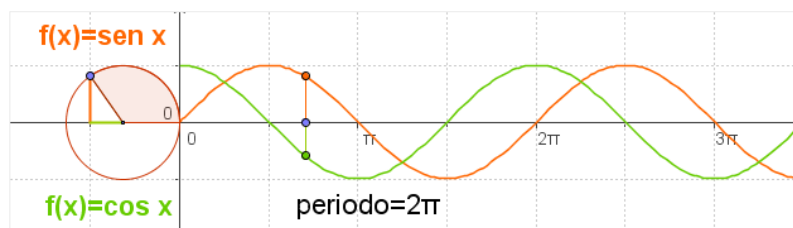



CONTESTA ESTAS CUESTIÓNES:

	RESPOSTAS
Para coñecer o volume de auga no depósito en cada instante, canto tempo necesitamos observar o depósito?	
Cal é a cantidade de auga ao cabo de 14 minutos?	
Escribe á dereita a expresión de $f(x)$	

Regula ti o dispositivo, variando a cantidade de auga e o tempo.

Preme no botón  para ver unhas funcións periódicas básicas, a función seno e a función coseno.



Preme  para ir á páxina seguinte.

EXERCICIOS

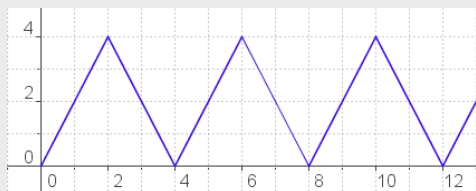
5. Calcula o valor de k para que as seguintes funcións sexan continuas no punto en que cambia a gráfica:

a) $f(x) = \begin{cases} 0,5x + k & x \leq 4 \\ x - 3 & x > 4 \end{cases}$

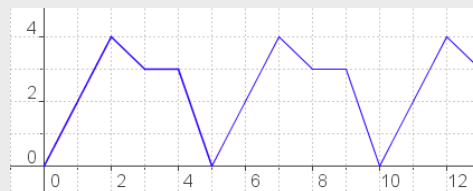
b) $f(x) = \begin{cases} k & x \leq 1 \\ -x + 1 & x > 1 \end{cases}$

6. ¿Cal é o período das funcións seguintes?. En cada caso calcula f(45).

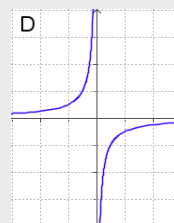
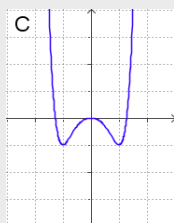
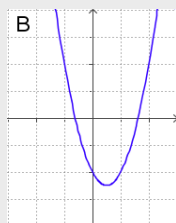
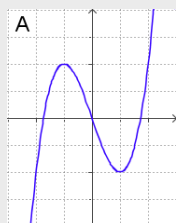
a)



b)



7. De entre as seguintes gráficas selecciona as que corresponden a funcións pares e a funcións impares.



8. As funcións seguintes (que corresponden ás do ex.7) son pares ou impares?

a) $f(x) = x^3 - 3x$

b) $f(x) = 2x^2 - 2x - 2$

c) $f(x) = x^6 - x^4 - x^2$

d) $f(x) = -1/x$

Preme para ir á páxina seguinte.

3. Taxa de variación e crecemento

3.a. Taxa de variación dunha función

A taxa de variación ou incremento dunha función é _____

$$TV[x_1, x_2] =$$

De máis utilidade resulta calcular a chamada **taxa de variación media**, que nos indica

$$TVM[x_1, x_2] = \text{-----}$$


Na escena da dereita vemos unha gráfica que representa a distancia en km percorrida dun ciclista en función do tempo, en minutos, empregado.

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
A taxa de variación entre dous instantes é	
$TV[5, 12,] =$	
$TV[12, 15,] =$	
$TV[15, 21,] =$	
$TV[22, 30,] =$	
Velocidade media [15, 21,]	
Velocidade media [22, 30,]	
Como é a gráfica nos intervalos [5, 12,], [19, 22,] e [22, 30,]? Por que?	
Se trasladamos a calquera función a idea de velocidade media desta gráfica, que obtemos?	

Preme no botón  para facer uns exercicios.

Cando a gráfica da función é unha recta, a TVM é constante. Escribe a continuación catro exercicios e comproba a solución na escena

f(x)=	TVM [____ , ____]=	f(x)=	TVM [____ , ____]=
	TVM [____ , ____]=		TVM [____ , ____]=
f(x)=	TVM [____ , ____]=	f(x)=	TVM [____ , ____]=
	TVM [____ , ____]=		TVM [____ , ____]=

Preme  para ir á páxina seguinte.

3.b. Crecemento e decrecemento

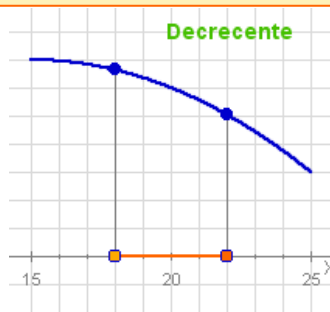
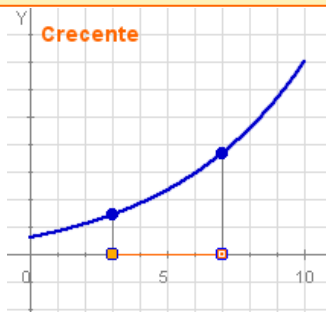
Unha característica das funcións que se pode visualizar doadamente nas gráficas é a **monotonía**.

Cando ao aumentar o valor de x aumenta o valor de $y=f(x)$, a gráfica "ascende" e dise que a función é _____.

Se pola contra ao aumentar x diminúe e, a gráfica "descende", e dise que a función é _____.

Cando nun intervalo, dados dous puntos calquera deste

- Se $x_1 < x_2$ e $f(x_1) < f(x_2)$, entón a función é _____
- Se $x_1 < x_2$ e $f(x_1) > f(x_2)$, entón a función é _____




As funcións non crecen ou decrecen do mesmo xeito, se premes en **Distintos tipos de crecemento ábrese** unha escena que o ilustra cuns exemplos.

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Cal é a función que crece máis á présa?	
Como é o crecemento da función $g(x)$?	
Cal é a función que crece máis lentamente?	

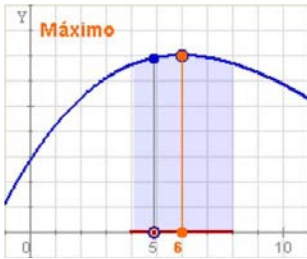
Na escena da dereita temos unha función que presenta distintas situacións; segue os pasos premendo nas frechas ◀ e ▶

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Como é a función se $x < 10$?	
Como é a función se $x > 15$?	
Como é a función se $10 < x < 15$?	
Se a función é crecente, como é o TVM?	
Se a función é decrecente, como é o TVM?	

Preme no botón  para facer un exercicio.

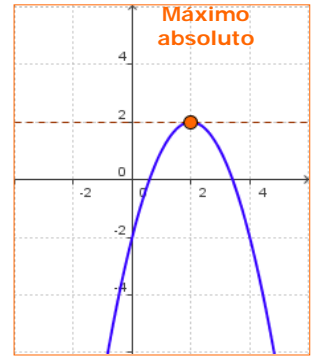
Preme  para ir á páxina seguinte.

3.c. Máximos e mínimos



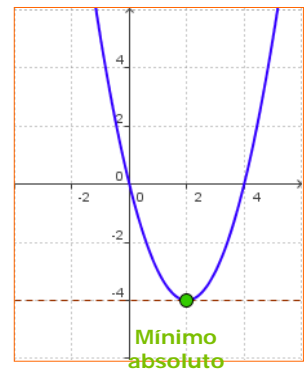
Dada unha función continua nun punto $x=a$, dise que presenta un **máximo relativo**, se á esquerda do devandito punto a función é _____ e á dereita a función é _____.

E diremos que en $x=a$ ten un **máximo absoluto** se _____



Se, pola contra, a función é _____ á esquerda e é _____ á esquerda hai un **mínimo relativo**.


E diremos que en $x=a$ ten un **mínimo absoluto** se _____



A escena da dereita ilustra estes conceptos.

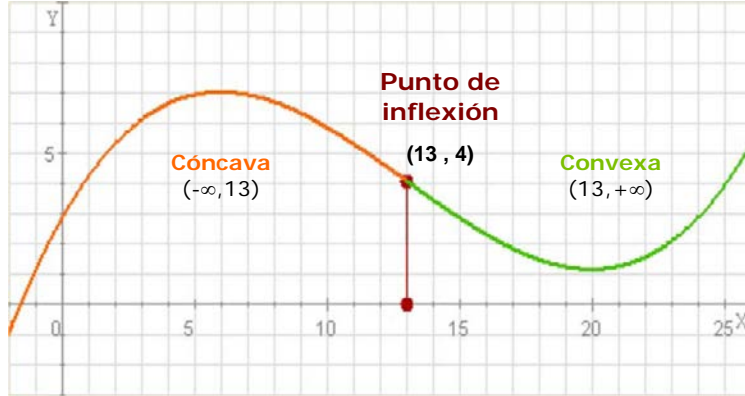
Segue os pasos premendo nas frechas ◀ e ▶

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Onde crece a función?	
Onde decrece a función?	
Onde alcanza un máximo relativo?	
Onde alcanza un mínimo relativo?	
Como é $f(x)$ nun ámbito de $x=6$? Por que?	
Como é $f(x)$ nun ámbito de $x=20$? Por que?	

Preme no botón  para ler un exercicio resolto.

3.d. Concavidade, convexidade e puntos de inflexión

Outra característica de interese nas gráficas das funcións é a concavidade, estudar os intervalos nos que a gráfica se curva cara a abaixo ou cara a arriba.



Unha función é **cóncava** nun intervalo se _____


Unha función é **convexa** nun intervalo se _____


Os **puntos de inflexión** son aqueles puntos do dominio nos que _____

A escena da dereita ilustra estes conceptos.

Segue os pasos premendo nas frechas ◀ e ▶

CONTESTA ESTAS CUESTIÓNS:	RESPOSTAS
Onde queda a corda que une dous puntos da gráfica se a función é cóncava?	
Onde queda a corda que une dous puntos da gráfica se a función é convexa?	
En que intervalo é cóncava a función? Por que?	
En que intervalo é convexa? Por que?	
Ten algún punto de inflexión? Cal? Por que?	

Preme no botón  para facer un test con preguntas do tema.

Preme  para ir á páxina seguinte.

EXERCICIOS

9. Calcula a taxa de variación media das funcións seguintes entre os puntos indicados. Comproba na figura que para as funcións cuxo gráfico é unha recta a TVM é constante.



a) $y=2x+3$

b) $y=0,5x+3$

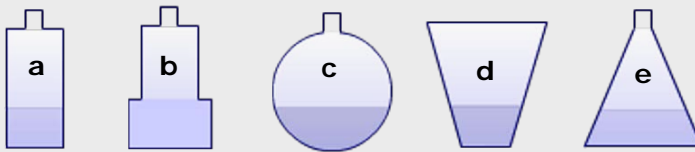
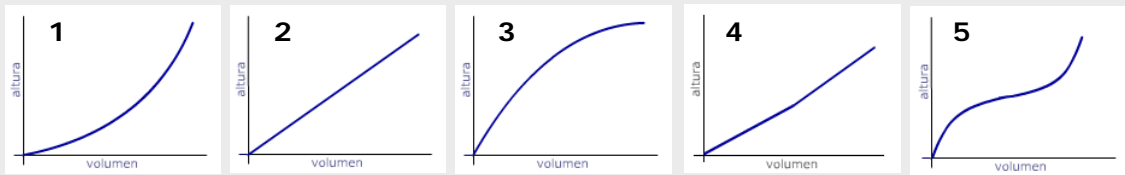
TVM[1,3]=

TVM[1,3]=

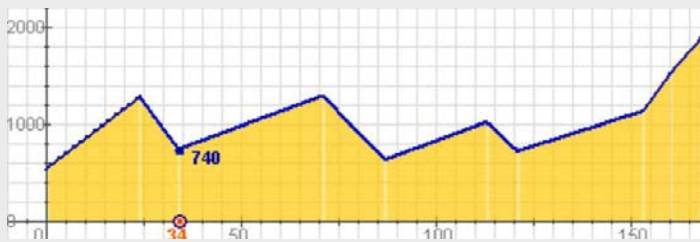
TVM[-5,-2] =

TVM[-3,0] =

10. As gráficas representan a enchedura dos distintos recipientes, ¿que gráfica corresponde a cada un?



11. Lembra a función que daba o "perfil" dunha etapa da Volta, que viste no primeiro capítulo, a) escribe os intervalos de crecemento ou decrecemento; b) ¿En qué punto quilométrico se alcanzan os máximos relativos?, ¿que valor toman?, ¿e os mínimos?; c) Hai máximo ou mínimo absoluto?



km	0	24	34	71	87	113	121	153	160	168
alt	540	1280	740	1290	630	1020	720	1130	1520	1882

Preme para ir á páxina seguinte.



Lembra o máis importante - RESUMO

Funcións, dominio e percorrido

Unha función é	O dominio dunha función é	O percorrido dunha función é
-----------------------	----------------------------------	-------------------------------------

x é a variable	y é a variable
-----------------------	-----------------------

Continuidade

Unha función é continua	É descontinua nun punto se
--------------------------------	-----------------------------------

Unha función é **periódica** se
Nese caso cúmprese que $f(x) =$

Simetrías

Unha función é simétrica par se o é respecto a cúmprese que $f(-x) =$	Unha función é simétrica impar se o é respecto a cúmprese que $f(-x) =$
---	---

Taxa de variación

A taxa de variación dunha función entre dous puntos é	A taxa de variación media nun intervalo é
--	--

Monotonía


Unha función é crecente nun intervalo, cando dados dous puntos calquera deste • Se $x_1 < x_2$ entón $f(x_1) < f(x_2)$	Unha función é decrecente nun intervalo, cando dados dous puntos calquera deste • Se $x_1 < x_2$ entón $f(x_1) > f(x_2)$
--	--

Extremos relativos

Unha función continua nun punto $x=a$, presenta un máximo relativo, se á esquerda do devandito punto é e a dereita é	Unha función continua nun punto $x=a$, presenta un mínimo relativo, se á esquerda do devandito punto é e a dereita é
--	--

Concavidade e convexidade

Unha función é cóncava se a gráfica se abre cara a	Unha función é convexa se a gráfica se abre cara a	Os puntos do dominio nos que cambia a concavidade, chámanse
---	---	---

Preme  para ir á páxina seguinte.



Para practicar

Agora vas practicar resolvendo distintos EXERCICIOS. Nas seguintes páxinas atoparás EXERCICIOS de:

Características e propiedades das funcións Interpretación de gráficas

Completa o enunciado cos datos cos que che aparece cada EXERCICIO na pantalla e despois resólveo.

É importante que primeiro o resolvas ti e despois comprobos no ordenador se o fixeches ben.

Características e propiedades das funcións

Escribe a fórmula (Fai polo menos tres exercicios diferentes)

1. Considera a función que _____

Escribe a súa expresión analítica e calcula a imaxe de __, __ e __. Calcula tamén os cortes cos eixes.

--

2. Considera a función que _____

Escribe a súa expresión analítica e calcula a imaxe de __, __ e __. Calcula tamén os cortes cos eixes.

--

3. Considera a función que _____

Escribe a súa expresión analítica e calcula a imaxe de __, __ e __. Calcula tamén os cortes cos eixes.

--

Calcular dominios (Fai cinco exercicios diferentes de cada un dos tipos que se indican)

4. Calcula o dominio das seguintes funcións:

a) $f(x) = x^2 +$ _____

--

b) $f(x) =$ _____

--

c) $f(x) = \sqrt{-}$ _____

--

d) $f(x) = \sqrt{}$ _____

--

e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{}}$ _____

--

Continuidade (Fai polo menos dous exercicios diferentes do primeiro tipo e catro do segundo)

5. Estuda a continuidade das seguintes funcións:

a) $f(x) = \text{_____}$

b) $f(x) = \text{_____}$

6. Estuda a continuidade das seguintes funcións nos puntos que se indica:

a) $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$ en $x = \text{___}$

b) $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$ en $x = \text{___}$

c) $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$ en $x = \text{___}$

d) $f(x) = \begin{cases} x \\ x \end{cases}$ en $x = \text{___}$

Par ou impar? (Fai catro exercicios diferentes de cada un dos tipos que se indican)

7. Estuda a simetría das funcións:

a) $f(x) =$

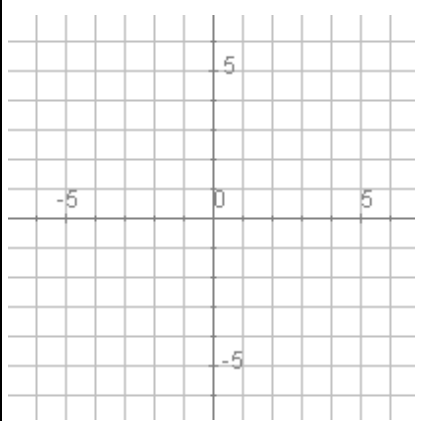
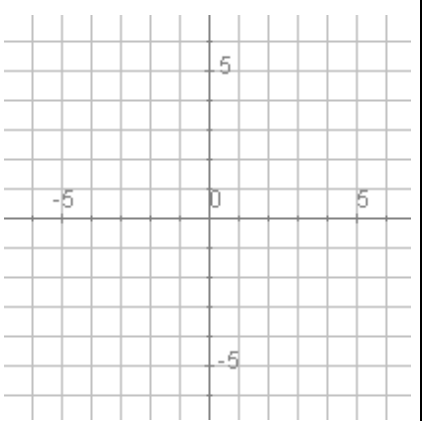
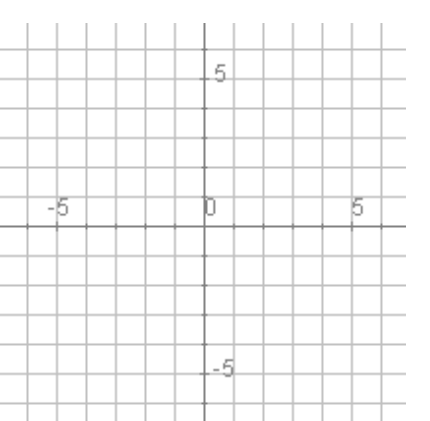
b) $f(x) = \text{_____}$

c) $f(x) = \sqrt{\text{_____}}$

d) $f(x) = \text{_____}$

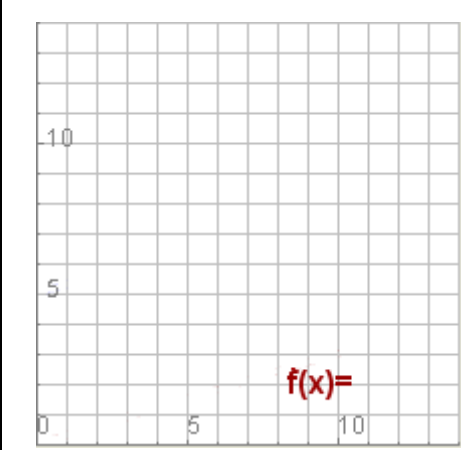
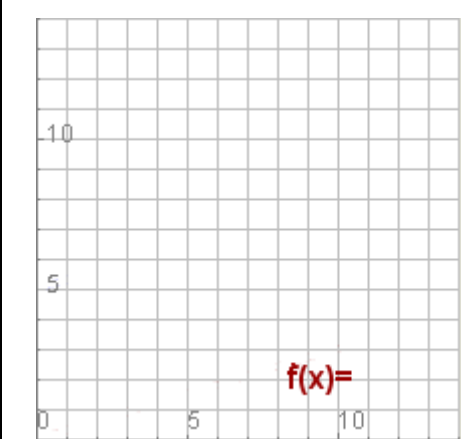
Par ou impar? (Fai tres exercicios diferentes)

8. En cada caso a gráfica representa un tramo ou período dunha función periódica, representa outros tramos, indica o período e calcula a imaxe do punto de abscisa que se indica:

		
Período = f() = _____	Período = f() = _____	Período = f() = _____

Taxa de variación (Fai dous exercicios diferentes, un con rectas e outro con curvas)

9. Calcula as TVM das funcións das funcións correspondentes ás gráficas nos intervalos [0,4] e [2,4].

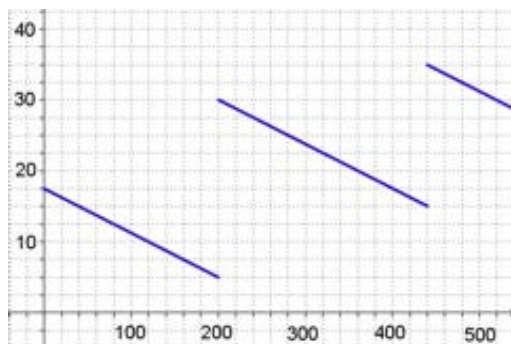
	<p>TVM [0,4] = _____</p> <p>TVM [2,4] = _____</p>
	<p>TVM [0,4] = _____</p> <p>TVM [2,4] = _____</p>

Preme para ir á páxina seguinte.

Interpretación de gráficas

Viaxe pola autovía

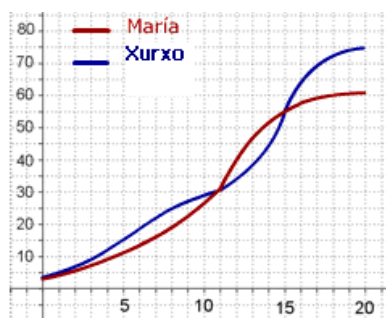
10. O gráfico mostra como varía a gasolina que hai no meu coche durante unha viaxe de 520 km por unha autovía.



- Canta gasolina había ao cabo de 240 km? No depósito caben 40 litros, cando estaba cheo máis de medio depósito?
- En quantas gasolinas parei?, en qué gasolins botei máis gasolina? Se non parase, onde quedaría sen gasolina?
- Canta gasolina usei nos primeiros 200 km? Canta en toda a viaxe? Canta gasolina gasta o coche cada 100 km nesta autovía?

Comparando o crecemento

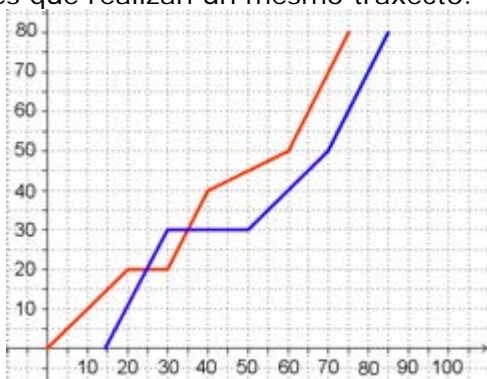
11. María e Xurxo son dúas persoas máis ou menos normais. Na gráfica podes comparar como creceu o seu peso nos seus primeiros 20 anos



- Canto pesaba Xurxo aos 8 anos?, e María aos 12? Cando superou Xurxo os 45 kg?
- A qué idade pesaban os dous igual? Cando pesaba Xurxo máis que María?, e María máis que Xurxo?
- Cal foi a media en kg/ano de aumento de peso de ambos os dous entre os 11 e os 15 anos? En que período creceu cada un máis rapidamente?

Dous coches

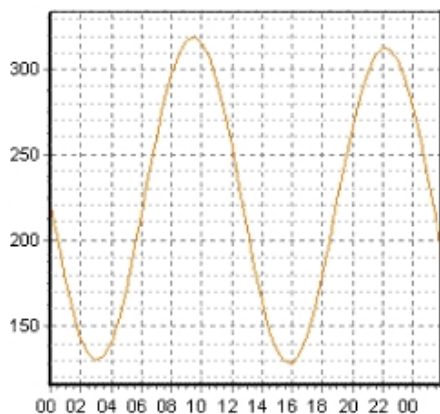
12. O gráfico dá o espazo percorrido por dous coches que realizan un mesmo traxecto.



- a) Cal é a distancia percorrida? Se o primeiro coche saíu ás 10:00, a qué hora saíu o 2º? Canto lle custou a cada un facer o percorrido?
- b) Canto tempo e onde estivo parado cada coche? En que km adelantou o 2º ao 1º?, e o 1º ao 2º?
- c) Que velocidade media levaron no traxecto total?, en qué tramo a velocidade de cada coche foi maior?

As mareas

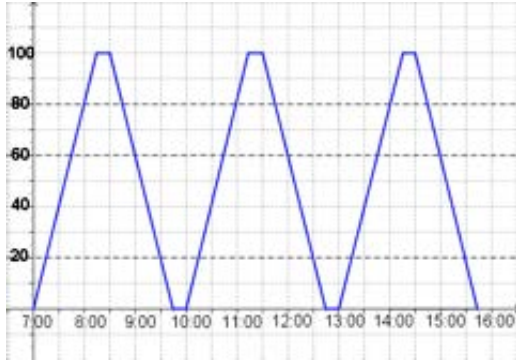
13. No gráfico representase a altura do nivel do mar no porto da Coruña ao longo do día 17 de xaneiro de 2008.



- a) A qué hora se acadan os máximos?, e os mínimos?, que altura acada o nivel do mar en cada caso?
- b) En qué intervalos do día a función é crecente, isto é, sobe a marea? Entre qué horas o nivel do mar se mantén por enriba dos 300 cm?, e por debaixo de los 150 cm?
- c) Que tempo transcorre entre dúas mareas altas consecutivas? e entre dúas mareas baixas consecutivas tamén? A que hora do día seguinte se producirá a seguinte preamar?

Tren de proximidade

14. Vila Baixa e Vila Alta distan 100 km, o tren que une as dúas cidades realiza o traxecto en 1 h 15 min, incluídas as paradas nos pobos Vinte, Sesenta e Oitenta, situados a eses km respectivos de Vila Baixa.



- a) Na gráfica está representado o traxecto, fai un cadro horario.
- b) Na tempada turística preténdese ampliar o servizo con máis saídas de Vila Baixa a todas as horas en punto e de forma que o último tren saia de Vila Alta ás 15:30. Cantos trens serán necesarios para conseguilo? Fai un gráfico dos traxectos.
- c) Como só hai unha vía, ao ampliar o servizo, a qué distancia de Vila Baixa debe a compañía de ferrocarrís prever os cruzamentos do tren que vai co que volve? Cal será agora o horario?

Gráfica e fórmula

15. A gráfica seguinte corresponde á función

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$



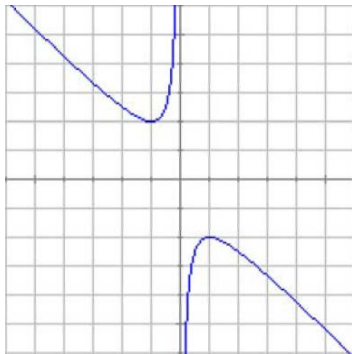
Calcula:

- a) O dominio.
- b) Os puntos de corte cos eixes.

- c) Os valores de x para os que a función é positiva e negativa.
- d) Os intervalos de crecemento e decrecemento.
- e) Os máximos e mínimos.
- f) Cantos puntos de inflexión ten?
- g) Os intervalos de concavidade e convexidade.

16. A gráfica seguinte corresponde á función

$$f(x) = -\frac{x^2 + 1}{x}$$



Calcula:

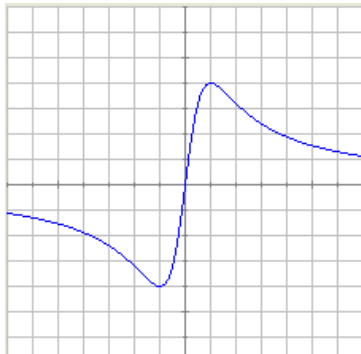
- a) O dominio.
- b) Os puntos de corte cos eixes.

- c) Os valores de x para os que a función é positiva e negativa.
- d) Os intervalos de crecemento e decrecemento.
- e) Os máximos e mínimos.
- f) Cantos puntos de inflexión ten?
- g) Os intervalos de concavidade e convexidade.

Dous coches

17. A gráfica seguinte corresponde á función


$$f(x) = \frac{8x}{x^2 + 1}$$



Calcula:

- a) O dominio.
- b) Os puntos de corte cos eixes.

- c) Os valores de x para os que a función é positiva e negativa.
- d) Os intervalos de crecemento e decrecemento.
- e) Os máximos e mínimos.
- f) Cantos puntos de inflexión ten?
- g) Os intervalos de concavidade e convexidade.

Preme  para ir á páxina seguinte.

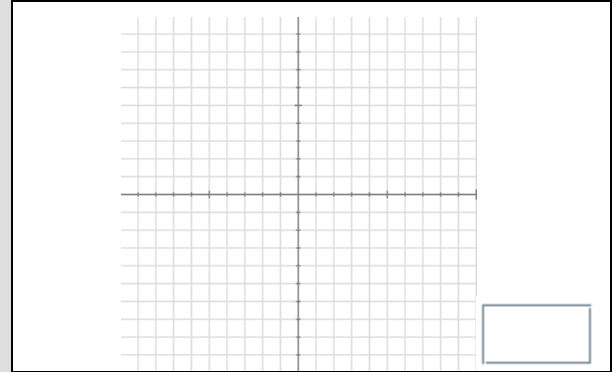
Autoavaliación



Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo, despois introduce o resultado para comprobar se a solución é correcta.

1 Calcula a imaxe de $x = \underline{\hspace{1cm}}$ na función:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$



2 Calcula o dominio da función:

$$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$\mathbb{R} - \{ \square, \square \}$

3 Cal dos puntos seguintes: (\square, \square) , (\square, \square) , (\square, \square) non pertence á gráfica da función $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$?

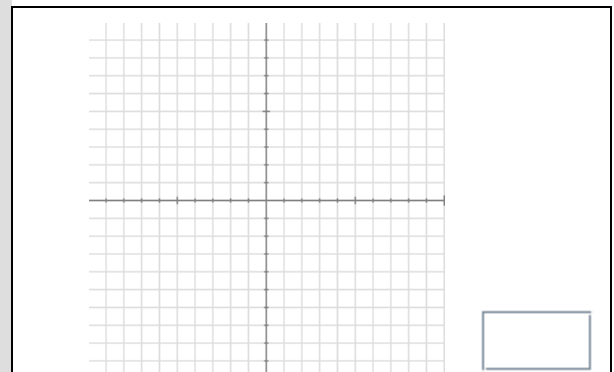
(\square, \square)

4 Calcula os puntos de corte cos eixes coordenados da recta $y = \underline{\hspace{2cm}}$

OY: $y = \square$
OX: $x = \square$

5 Se $e = f(x)$ é unha función _____ e $f(\square) = \square$, canto vale $f(\square)$?

6 A gráfica mostra o primeiro tramo dunha función periódica de período \square e expresión $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ($0 \leq x < 5$). Calcula $f(\square)$.

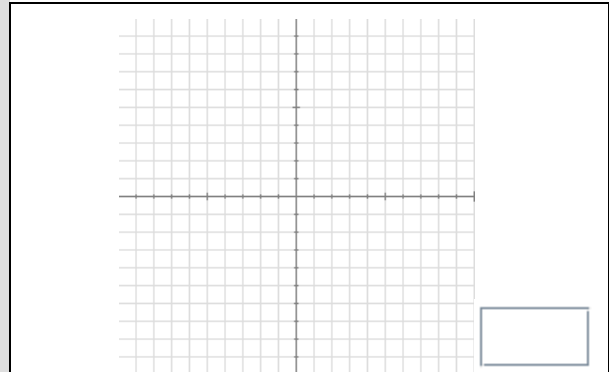


7 Descubre o valor de **a** para que a función sexa continua en $x = \underline{\hspace{1cm}}$.

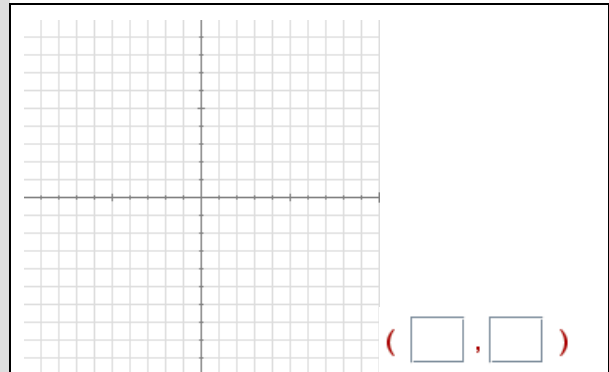
$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right.$$

8 Calcula a TVM[,] da función

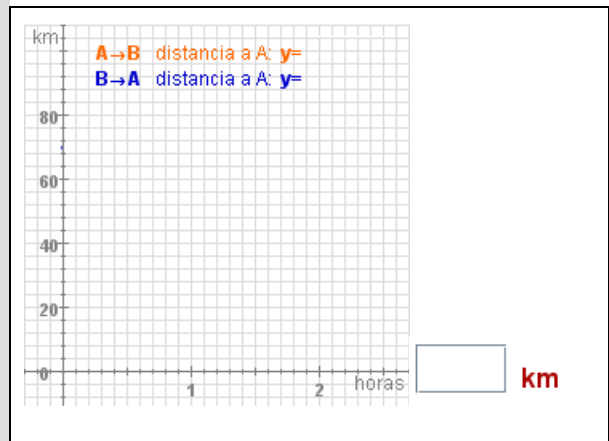
$$f(x) =$$



9 Determina o intervalo en que a función da gráfica é crecente.



10 Un ciclista sae dun punto A cara a outro B distante _____ a unha velocidade constante de _____. Á vez outro ciclista sae de B en dirección a A, a _____. Observa a gráfica e calcula a cantos km do punto A se cruzan na estrada.



(Redondea ás centésimas)