



Ecuaciones y sistemas

Contenidos

1. Ecuaciones de segundo grado
 - Completas $ax^2+bx+c=0$
 - Incompletas $ax^2+c=0$, $ax^2+bx=0$
 - Discriminante y soluciones
 - Bicuadradas
 - Racionales
 - Irracionales.

2. Sistemas de ecuaciones lineales
 - Solución de un sistema
 - Sistemas compatibles
 - Método de sustitución
 - Método de igualación
 - Método de reducción

3. Sistemas de segundo grado
 - Sistema $ax+by=c$ $xy=k$
 - Sistema $a_0x^2+b_0y^2=c_0$ $a_1x+b_1y=c_1$

4. Aplicaciones prácticas
 - Resolución de problemas

Objetivos

- Resolver ecuaciones de segundo grado completas e incompletas.
- Resolver ecuaciones bicuadradas y otras que se pueden reducir a una de segundo grado.
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales utilizando los diferentes métodos.
- Resolver sistemas de ecuaciones de segundo grado.
- Aplicar el lenguaje del álgebra a la resolución de problemas.



Antes de empezar




Realiza la actividad que se propone en la escena sobre adivinar un número

	Escribe los números que vas obteniendo	Repite el proceso para un número cualquiera x
Piensa un número		
Duplícalo		
Añade 5 unidades.		
Muúltiplicálo por 5.		
Suma 75 unidades.		
Muúltiplica por 10:		

Lo que se obtiene al final es la expresión algebraica _____
 ¿Cómo calcularás el valor de x sabiendo el resultado final? _____

Ahora puedes pulsar el botón ¿Por qué?

Gran cantidad de problemas prácticos en la vida real conducen a la resolución de una ecuación o de un sistema de ecuaciones. Traducir al "lenguaje del álgebra" resulta imprescindible en estas ocasiones, el lenguaje algebraico nos sirve para expresar con precisión relaciones difíciles de transmitir con el lenguaje habitual.

Pulsa el botón  para recordar el lenguaje algebraico con algunos ejercicios resueltos.


Ahora prueba a hacer tú un ejercicio de cada tipo:

La suma de un número positivo con su cuadrado es 56. ¿Cuál es ese número?

La suma de un número positivo con su raíz cuadrada es 90. ¿Cuál es ese número?

La suma de un número con su mitad es 12. ¿Cuál es ese número?

La suma de un número con su triple es 24. ¿Cuál es ese número?

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1. Ecuaciones de segundo grado

1.a. Completas $ax^2+bx+c=0$

Observa la escena de la izquierda, en ella se resuelven ecuaciones de 2º grado **completas** (es decir, no falta ningún término en el polinomio de 2º grado); puedes elegir si tiene solución entera o fraccionaria, radical o que no tengan solución. Fíjate bien en como aplica la fórmula para cada ecuación y en como se representa gráficamente cada ecuación

¿Qué tienen en común todas las gráficas de las ecuaciones?	→	
¿Cómo se llama esa curva?	→	
¿Cómo es la curva de las ecuaciones con solución?	→	
¿Qué tienen en común todas las ecuaciones que no tienen solución?	→	
¿Cómo es la curva de las ecuaciones con solución?	→	


Las ecuaciones de segundo grado son de la forma $ax^2+bx+c=0$, donde la incógnita aparece elevada al cuadrado, se resuelven aplicando una fórmula que vamos a obtener paso a paso:

Pasamos c al otro miembro:	→	
Multiplicamos por 4a :	→	
Sumamos b² :	→	
Tenemos un cuadrado perfecto:	→	
Extraemos la raíz:	→	

Despejamos **x**:


FÓRMULA →

Pulsando el enlace **aquí** podrás comprobar los pasos.

Pulsa en el botón  para resolver unas ecuaciones.

Resuelve aquí al menos 5 de las ecuaciones que se proponen, rellenando los huecos con los coeficientes correspondientes (no te olvides de incluir el signo):

$___ x^2 + ___ x + ___ = 0$
$___ x^2 + ___ x + ___ = 0$
$___ x^2 + ___ x + ___ = 0$
$___ x^2 + ___ x + ___ = 0$
$___ x^2 + ___ x + ___ = 0$

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.b. Incompletas $ax^2+c=0$ y $ax^2+bx=0$

Si **b** ó **c**, ó los dos son cero diremos que la ecuación es incompleta, en estos casos resulta más útil que aplicar la fórmula, proceder como se indica a continuación.

Primer caso: si b=0

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Se despeja x^2 y se obtiene la raíz:

- Si $-c/a > 0$ hay dos soluciones
- Si $-c/a < 0$ no hay solución.

Lee los ejercicios resueltos para comprender mejor el proceso

Pulsa en el botón



para resolver unas ecuaciones.

$__ x^2 + __ x + __ = 0$
$__ x^2 + __ x + __ = 0$
$__ x^2 + __ x + __ = 0$
$__ x^2 + __ x + __ = 0$
$__ x^2 + __ x + __ = 0$

Segundo caso: si c=0

Sacamos factor común x y queda $x \cdot (ax+b) = 0$, de ahí se deducen las dos soluciones:

- $x=0$
- $ax+b=0$, es decir $x=-b/a$

Lee los ejercicios resueltos para comprender mejor el proceso

Pulsa en el botón



para resolver unas ecuaciones.


$$__ x^2 + __ x + __ = 0$$

$$__ x^2 + __ x + __ = 0$$

$$__ x^2 + __ x + __ = 0$$

$$__ x^2 + __ x + __ = 0$$

$$__ x^2 + __ x + __ = 0$$

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.c. Discriminante y soluciones

Se llama discriminante de la ecuación de segundo grado a la expresión: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

¿En que lugar aparece esta expresión en la fórmula de la ecuación de 2º grado?

Completa ahora esta tabla:

Casos	Nº de valores de $\sqrt{\Delta}$ →	Nº de sols. de la ecuación
$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0$	→	
$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$	→	
$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0$	→	

En la escena adjunta puedes ver ejemplos de los distintos casos; prueba tú a escribir coeficientes para cada caso.


Pulsa en el botón



para ver unos ejercicios resueltos.

Coge lápiz y papel y haz tú al menos un ejercicio de cada tipo en este cuaderno; después comprueba la solución en la escena.

Calcular el valor de m para que la ecuación $__ x^2 + __ x + \mathbf{m} = 0$ tenga dos raíces iguales
Calcular el valor de m para que la ecuación $__ x^2 + \mathbf{m} x + __ = 0$ tenga dos raíces iguales, si $\mathbf{m} > 0$
Calcular el discriminante de la ecuación $__ x^2 + __ x + __ = 0$

Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.d. Ecuaciones bicuadradas

Son ecuaciones de la forma: $ax^4 + bx^2 + c = 0$

Para resolverlas se hace el cambio $t=x^2$. La ecuación se transforma en una de segundo grado con incógnita t :

$$at^2 + bt + c = 0$$

Al aplicar la fórmula de la ecuación de segundo grado obtenemos dos soluciones: t_1 y t_2 .

Con lo que $x = \pm\sqrt{t_1}$ y $x = \pm\sqrt{t_2}$

En la escena puedes ver varios ejemplos en los que se resuelven las ecuaciones paso a paso.

CONTESTA ESTAS CUESTIONES:	RESPUESTAS
Si t_1 y t_2 son negativos, ¿cuántos valores obtienes para x ?	
Si t_1 es positivo y t_2 negativo, ¿cuántos valores obtienes para x ?	
Si t_1 y t_2 son positivos, ¿cuántos valores obtienes para x ?	

Pulsa en el botón  para resolver unas ecuaciones bicuadradas.


Aprovecha la escena para comprobar si tus resultados son correctos.

$__ x^4 + __ x^2 + __ = 0$
$__ x^4 + __ x^2 + __ = 0$
$__ x^4 + __ x^2 + __ = 0$
$__ x^4 + __ x^2 + __ = 0$
$__ x^4 + __ x^2 + __ = 0$

1.e. Ecuaciones racionales

Son ecuaciones en las que la incógnita aparece en el denominador. El proceso que se ha de seguir para su resolución consiste en quitar en primer lugar los denominadores, operamos y resolvemos la ecuación resultante. Conviene comprobar que ninguna de las soluciones obtenidas anula el denominador, ya que en ese caso no sería válida.

En la escena puedes ver ecuaciones resueltas, fijate bien en los 4 pasos que debes seguir, en especial ¡no te olvides del último!

Pulsa en el botón  para resolver unas ecuaciones racionales, escribiendo aquí dos.


Aprovecha la escena para comprobar si tus resultados son correctos.

Ecuación 1	Ecuación 2
Paso 1: Quitar denominadores	Paso 1:
Paso 2: Operar	Paso 2:
Paso 3: Resolver la ecuación	Paso 3:
Paso 4: Ver si alguna solución anula el denominador	Paso 4:

1.f. Ecuaciones irracionales

Son ecuaciones en las que la incógnita aparece bajo el signo radical. Para resolverlas se deja a un lado la raíz exclusivamente y se elevan al cuadrado los dos miembros. Operando se llega a una ecuación de segundo grado que resolvemos. Al elevar al cuadrado suelen introducirse soluciones "extrañas" por lo que es preciso comprobarlas en la ecuación de partida.

En la escena puedes ver ecuaciones resueltas, fijate bien en los 4 pasos que debes seguir, en especial ¡no te olvides del último!

Pulsa en el botón  para resolver unas ecuaciones irracionales, escribiendo aquí dos. Aprovecha la escena para comprobar si tus resultados son correctos.

Ecuación 1	Ecuación 2
Paso 1: Dejamos a un lado la raíz:	Paso 1:
Paso 2: Elevamos al cuadrado y operamos:	Paso 2:
Paso 3: Resolvemos:	Paso 3:
Paso 4: Comprobamos las soluciones:	Paso 4:

EJERCICIOS

1. Resuelve las ecuaciones:

a. $x^2 + 12x + 32 = 0$

b. $9x^2 + 6x + 1 = 0$

2. Resuelve las ecuaciones:

a. $2x^2 + 5x = 0$

b. $2x^2 - 32 = 0$

3. Calcula el valor de **m** para que la ecuación $x^2 + mx + 9 = 0$ tenga solución doble.

4. Resuelve las ecuaciones:

a. $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

b. $x^4 + 9x^2 - 162 = 0$

5. Resuelve las ecuaciones:


a. $\frac{9-x}{1+3x} + \frac{3}{1-x} = -2$

b. $\frac{1-x}{5(x+1)} - \frac{8}{x-2} = 1$

6. Resuelve las ecuaciones:

a. $x+1 - \sqrt{5x+1} = 0$

b. $\sqrt{3x+4} + 2x = 4$

Pulsa  para ir a la página siguiente.

2. Sistemas de ecuaciones lineales

2.a. Solución de un sistema

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de ecuaciones de primer grado que deben satisfacerse simultáneamente.

$$\begin{cases} a_1 + b_1 = c_1 \\ a_2 + b_2 = c_2 \end{cases}$$

donde $a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$ son números reales

Una **solución** de un sistema es un par de números **(x,y)** que verifica ambas ecuaciones del sistema. Si dos o más sistemas tienen la misma solución se llaman **sistemas equivalentes**.

En la escena puedes ver ejemplos de sistemas, prueba tú a escribir la solución y a escribir sistemas equivalentes al dado.

Pulsa en el botón  para resolver unos ejercicios

Comprueba si $x = \underline{\quad}$ e $y = \underline{\quad}$ es solución del sistema $\underline{\quad} x + \underline{\quad} y = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} x + \underline{\quad} y = \underline{\quad}$	
Comprueba si $x = \underline{\quad}$ e $y = \underline{\quad}$ es solución del sistema $\underline{\quad} x + \underline{\quad} y = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} x + \underline{\quad} y = \underline{\quad}$	
Comprueba si $x = \underline{\quad}$ e $y = \underline{\quad}$ es solución del sistema $\underline{\quad} x + \underline{\quad} y = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} x + \underline{\quad} y = \underline{\quad}$	
Comprueba si $x = \underline{\quad}$ e $y = \underline{\quad}$ es solución del sistema $\underline{\quad} x + \underline{\quad} y = \underline{\quad}$ $\underline{\quad} x + \underline{\quad} y = \underline{\quad}$	


2.b. Sistemas compatibles

En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, cada ecuación representa una recta en el plano. Puedes pulsar el enlace [aquí](#) si no recuerdas como se representa una recta.

Discutir un sistema es estudiar la situación de estas rectas en el plano, que pueden ser:


- Secantes, el sistema tiene solución única, se llama **Compatible Determinado**.
- Coincidentes, el sistema tiene infinitas soluciones, es **Compatible Indeterminado**
- Paralelas, el sistema no tiene solución, se llama **Incompatible**.

En la escena adjunta puedes ver ejemplos de los tres tipos de sistemas, incluso puedes escribir tú mismo el sistema que quieras y comprobar de que tipo resulta.

Pulsa en el botón  para resolver unos ejercicios:

Resuelve gráficamente y di si el sistema es compatible. determinado, indeterminado o incompatible

$_ _ \mathbf{x} + _ _ \mathbf{y} = _ _$ $_ _ \mathbf{x} + _ _ \mathbf{y} = _ _$	$_ _ \mathbf{x} + _ _ \mathbf{y} = _ _$ $_ _ \mathbf{x} + _ _ \mathbf{y} = _ _$
$_ _ \mathbf{x} + _ _ \mathbf{y} = _ _$ $_ _ \mathbf{x} + _ _ \mathbf{y} = _ _$	$_ _ \mathbf{x} + _ _ \mathbf{y} = _ _$ $_ _ \mathbf{x} + _ _ \mathbf{y} = _ _$

Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.c. Método de sustitución


Consiste en despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituir la expresión obtenida en la otra ecuación, se llega así a una ecuación de primer grado con una sola incógnita; hallada ésta se calcula la otra.

En la escena puedes ver como se aplica el método paso a paso; fíjate que obtenemos la misma solución tanto si despejamos x como y , tanto si lo hacemos en la primera ecuación como en la segunda. Sin embargo, la elección de la incógnita y de la ecuación hará que la resolución sea más o menos sencilla.

Pulsa en el botón  para resolver sistemas por sustitución, escribiendo aquí dos.

Aprovecha la escena para comprobar si tus resultados son correctos.


Sistema 1	Sistema 2
Paso 1: Despejamos ___ en la ___ ecuación:	Paso 1:
Paso 2: Sustituimos en la ___ ecuación:	Paso 2:
Paso 3: Resolvemos:	Paso 3:
Paso 4: Sustituimos y calculamos la ___:	Paso 4:

Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.d. Método de igualación


Consiste en despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones e igualar las expresiones obtenidas. De nuevo obtenemos una ecuación de primer grado con una sola incógnita.

En la escena adjunta puedes ver como se aplica el método paso a paso. Fíjate que primero debemos elegir que incógnita vamos a despejar

Pulsa en el botón  para resolver sistemas por igualación, escribiendo aquí dos.

Aprovecha la escena para comprobar si tus resultados son correctos.


Sistema 1	Sistema 2
Paso 1: Despejamos ___ en las 2 ecuaciones:	Paso 1:
Paso 2: Igualamos:	Paso 2:
Paso 3: Resolvemos:	Paso 3:
Paso 4: Sustituimos y calculamos la ___:	Paso 4:

Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.e. Método de reducción


Consiste en eliminar una de las incógnitas sumando las dos ecuaciones. Para ello se multiplica una de las ecuaciones o ambas por un número de modo que los coeficientes de **x** o de **y** sean iguales y de signo contrario.

En la escena adjunta puedes ver como se aplica el método paso a paso. Fíjate que primero debemos elegir que incógnita vamos a eliminar.

Pulsa en el botón  para resolver sistemas por reducción, escribiendo aquí dos.

Aprovecha la escena para comprobar si tus resultados son correctos.

<p>Sistema 1</p>	<p>Sistema 2</p>
<p>Paso 1: Eliminamos __: Multiplico la 1^a ecuación por __ Multiplico la 2^a ecuación por __</p>	<p>Paso 1:</p>
<p>Paso 2: Hallamos la __:</p>	<p>Paso 2:</p>
<p>Paso 3: Despejamos__ en la __ ecuación y sustituimos __ por su valor:</p>	<p>Paso 3:</p>

Pulsa  para ir a la página siguiente.

EJERCICIOS

7. Representa las rectas correspondientes y discute los siguientes sistemas:

a.
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2x - 2y = -3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} 3x - 3y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

8. Resuelve por sustitución:

a.
$$\begin{cases} x + 4y = -25 \\ -10x - 5y = 5 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 3x + 5y = 45 \\ -4x - y = -43 \end{cases}$$

9. Resuelve por igualación:

a.
$$\begin{cases} -4x + y = 20 \\ 6x - 9y = 0 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} -3x - 4y = 31 \\ 5x - 9y = 11 \end{cases}$$

10. Resuelve por reducción:

a.
$$\begin{cases} 5x - 10y = 25 \\ 8x + 2y = 4 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 7x + 8y = 37 \end{cases}$$

11. Resuelve:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{5} = \frac{22}{15} \\ 7x - 7y = 28 \end{cases}$$

3. Sistemas de segundo grado

3.a. Sistema $ax+by=c$ $xy=k$

$$\begin{cases} ax + by = c \\ x \cdot y = k \end{cases}$$

Para resolver sistemas de este tipo se despeja la **x** o la **y** en la segunda ecuación y se sustituye en la primera. Se reduce y se resuelve la ecuación que queda. Por último se sustituyen los valores hallados en la ecuación despejada para calcular la otra incógnita.

En la escena adjunta puedes ver como se aplica el método paso a paso. Fíjate que primero debemos elegir que incógnita vamos a despejar y en que va a dar la misma solución sea cual sea la incógnita que elijamos.

Pulsa en el botón



para resolver sistemas no lineales, escribiendo aquí dos.


Aprovecha la escena para comprobar si tus resultados son correctos.

Sistema 1	Sistema 2
Paso 1: Despejamos ___ en la 2ª ecuación:	Paso 1:
Paso 2: Sustituímos en la 1ª:	Paso 2:
Paso 3: Operamos:	Paso 3:
Paso 4: Resolvemos la ecuación:	Paso 4:
Paso 5: Sustituimos y calculamos la ___:	Paso 5:

3.b. Sistema $a_0x^2 + b_0y^2 = c_0$ $a_1x + b_1y = c_1$

$$\begin{cases} a_0x^2 + b_0y^2 = c_0 \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases}$$

Para resolver sistemas de este tipo se despeja la **x** o la **y** en la segunda ecuación y se sustituye en la primera. Se reduce y se resuelve la ecuación que queda. Por último se sustituyen los valores hallados en la ecuación despejada para calcular la otra incógnita. En la escena adjunta puedes ver como se aplica el método paso a paso. Fíjate que primero debemos elegir que incógnita vamos a despejar procura elegir aquella cuyo coeficiente sea 1.

Pulsa en el botón  para resolver sistemas de este tipo, escribiendo aquí dos.

Aprovecha la escena para comprobar si tus resultados son correctos.

Sistema 1	Sistema 2
Paso 1: Despejamos ___ en la 2ª ecuación:	Paso 1:
Paso 2: Sustituimos en la 1ª:	Paso 2:
Paso 3: Operamos:	Paso 3:
Paso 4: Resolvemos la ecuación:	Paso 4:
Paso 5: Sustituimos y calculamos la ___:	Paso 5:

EJERCICIOS

12. Resuelve:

a.
$$\begin{cases} x - y = -1 \\ x \cdot y = 20 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 30 \\ x \cdot y = 24 \end{cases}$$

13. Resuelve:

a.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 7 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

4. Aplicaciones prácticas

4.a. Resolución de problemas

Para resolver un problema mediante una ecuación o un sistema de ecuaciones, hay que traducir al lenguaje algebraico las condiciones del enunciado y después resolver la ecuación o el sistema planteado.


Comienza siempre por leer detenidamente el enunciado hasta asegurarte de que comprendes bien lo que se ha de calcular y los datos que te dan. Una vez resuelta la ecuación o el sistema comprueba que la solución hallada cumple las condiciones del enunciado del problema.

Con la ayuda de la escena, completa tú los datos y resuelve los problemas:

<p>Paso 1: Comprendemos el problema: En una reunión cada asistente saluda a todos los demás, si el número de saludos que se intercambian es __, ¿cuántas personas asisten a la reunión?</p>	<p>Paso 4: Resolvemos la ecuación o sistema:</p>
<p>Paso 2: Identificamos las incógnitas:</p>	
<p>Paso 3: Traducimos al lenguaje algebraico:</p>	<p>Paso 5: Comprobamos las soluciones:</p>

<p>Paso 1: Comprendemos el problema: Se desea vallar una finca rectangular uno de cuyos lados linda con un río. Si el área de la finca es de ____ m² y los tres lados a vallar miden __ m, ¿cuáles son las dimensiones de la finca?</p>	<p>Paso 4: Resolvemos la ecuación o sistema:</p>
<p>Paso 2: Identificamos las incógnitas:</p>	
<p>Paso 3: Traducimos al lenguaje algebraico:</p>	<p>Paso 5: Comprobamos las soluciones:</p>

<p>Paso 1: Comprendemos el problema: Dos personas se encuentran teniendo cada una de ellas un capital. Dice una de ellas a la otra: "Si me das de lo que tienes __ unidades las añado a lo que tengo y tendremos las dos igual"; a lo que la otra replica: "Si tú me das de lo que tienes __ unidades las añado a lo que tengo y tendré el doble de lo que te queda". ¿Cuánto tiene cada una?</p>	<p>Paso 4: Resolvemos la ecuación o sistema:</p>
<p>Paso 2: Identificamos las incógnitas:</p>	
<p>Paso 3: Traducimos al lenguaje algebraico:</p>	<p>Paso 5: Comprobamos las soluciones:</p>

Pulsa  para ir a la página siguiente.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

Ecuaciones de segundo grado

Completas: $ax^2+bx+c=0$

Incompletas: $ax^2+c=0$

Incompletas: $ax^2+bx=0$

Se resuelven con la fórmula

Se despeja x

Se saca factor común x

El discriminante de una ecuación de segundo grado es $\Delta = \sqrt{\quad}$

Si $\Delta > 0$ la ecuación tiene
_____ soluciones

Si $\Delta = 0$ la ecuación tiene
_____ soluciones

Si $\Delta < 0$ la ecuación tiene
_____ soluciones

Sistemas de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} a_1 + b_1 = c_1 \\ a_2 + b_2 = c_2 \end{cases}$$

En un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cada ecuación se representa con una recta en el plano. El punto de corte (x,y) si existe es la **solución** del sistema.

Sistemas **equivalentes** son los que tienen la misma solución.

Si un sistema tiene una única la solución se denomina **compatible determinado**

Si un sistema tiene infinitas soluciones se denomina **compatible indeterminado**

Si un sistema no tiene solución se denomina **incompatible**

Las dos rectas son _____

Las dos rectas son _____

Las dos rectas son _____

Métodos de resolución de sistemas

Sustitución: Se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones y se sustituye en la otra.

Igualación: Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones y se igualan las expresiones obtenidas.

Reducción: Se multiplica una de las ecuaciones o las dos por los números adecuados de manera que al sumarlas se elimine una de las incógnitas.

Sistemas de ecuaciones de 2º grado


Son sistemas en los que una de las ecuaciones o las dos son de segundo grado en una de las incógnitas o en las dos.

Habitualmente se resuelven despejando una de las incógnitas en la ecuación de primer grado y sustituyendo en la otra lo que da lugar a una ecuación de 2º grado.

Resolución de problemas

- ✓ Comprender el enunciado.
- ✓ Identificar las incógnitas
- ✓ Comprobar las soluciones.

- ✓ Traducir al lenguaje algebraico.
- ✓ Resolver la ecuación o sistema

Pulsa  para ir a la página siguiente.



Para practicar

Ahora vas a practicar resolviendo distintos EJERCICIOS. En las siguientes páginas encontrarás EJERCICIOS de:

Ec. de segundo grado Sistemas de ec. lineales Sistemas de ec. de segundo grado

Procura hacer al menos uno de cada clase y una vez resuelto comprueba la solución.

Completa el enunciado con los datos con los que te aparece cada EJERCICIO en la pantalla y después resuélvelo.

Es importante que primero lo resuelvas tu y después compruebes en el ordenador si lo has hecho bien.

Los siguientes EJERCICIOS son de **Ecuaciones de segundo grado.**

1. Resuelve las ecuaciones:

a) $-6x^2 - 7x + 155 = -8x$

b) $3x^2 + 8x + 14 = -5x$

c) $(x - 6)(x - 10) = -8x$

2. Resuelve las ecuaciones:

a) $x^4 - 24x^2 + 144 = 0$

b) $x^4 + 14x^2 - 72 = 0$

c) $x^4 - 81 = 0$

d) $(x^2 - 8)(x^2 - 1) = 8$

3. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{9}{2-x} + \frac{4}{2-3x} = 5$

b) $\frac{5+x}{2+2x} + \frac{2}{4-3x} = 2$

c) $3-x - \frac{6x+6}{7x+5} = 1$

d) $\frac{3+x}{3x+1} - \frac{x+2}{x+1} = 5$

4. Resuelve las ecuaciones:

a) $2\sqrt{9x} - x = 9$

b) $\sqrt{3+6x} - 2 = 4x$

c) $2x - \sqrt{x-2} = 5$

5. El producto de dos números enteros es ___ y su diferencia ___. ¿Qué números son?

6. La suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos es _____, ¿cuáles son?

7. Al sumar una fracción de denominador ___ con su inversa se obtiene, — ¿cuál es la fracción?

8. El cuadrado de un n° más ___ es igual a ___ veces el propio n° , ¿qué número es?

9. Busca un número positivo tal que ___ veces su cuarta potencia más ___ veces su cuadrado sea igual a ___.

10. La edad de Juan era hace ___ años la raíz cuadrada de la que tendrá dentro de ____. Determinar la edad actual.

11. El numerador de una fracción positiva es ____. Si añadimos ___ unidades al denominador el valor de la fracción disminuye en una unidad. ¿Cuál es el denominador original?

12. Dos grifos manando juntos tardan en llenar un depósito ___ horas, ¿cuánto tardarán por separado si uno de ellos tarda ___ horas más que el otro?

PISTA: Si un grifo tarda x horas en llenar el depósito en una hora llena $1/x$ del depósito.

13. Encuentra m para que $x^2 - mx + ___ = 0$ tenga una solución doble.

Los siguientes EJERCICIOS son de **Sistemas de ecuaciones lineales**.

14. Resuelve los sistemas:

a)
$$\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{4} = -\frac{3}{5} \\ 4x - 2y = 12 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{8} = -\frac{3}{8} \\ 8x + 5y = 33 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{8}{3} \\ 7x + 3y = 34 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{x}{9} - \frac{y}{2} = \frac{4}{9} \\ 5x - 7y = 20 \end{cases}$$

15. Dos números suman ___ y el mayor es igual a ___ veces el menor, ¿qué números son?

16. Paloma pagó ___ € por ___ entradas para un concierto y ___ para el teatro, Luisa pagó ___ € por ___ entradas para el concierto y ___ para el teatro. ¿Cuánto cuesta la entrada a cada espectáculo?

17. Dos números suman ___ y su diferencia es ___. ¿Qué números son?

18. Dos números suman ___ y el mayor es igual a ___ veces el menor, ¿qué números son?.

19. Pedro tiene ___ € en billetes de ___€ y de ___€; si en total tiene ___ billetes, ¿cuántos tiene de cada clase?.

20. En un hotel hay ___ habitaciones entre dobles y sencillas. Si el número total de camas es ___, ¿cuántas habitaciones hay de cada tipo?.

21. Se desea mezclar vino de ___ €/litro con vino de ___ €/litro para obtener una mezcla de ___ €/litro. ¿Cuántos litros deberemos poner de cada precio para obtener ___ litros de mezcla?.

22. En un almacén hay dos tipos de lámparas, las de tipo A que utilizan ___ bombillas y las de tipo B que utilizan ___ bombillas. Si en total en el almacén hay ___ lámparas y ___ bombillas, ¿cuántas lámparas hay de cada tipo?

23. En un parque de atracciones subir a la noria cuesta ___ € y subir a la montaña rusa ___ €. Ana sube un total de ___ veces y gasta ___ €, ¿cuántas veces subió a cada atracción?

24. Encuentra un número de dos cifras sabiendo que la suma de éstas es ___ y la diferencia entre el número y el que resulta al intercambiarlas es ___

PISTA: Si x es la cifra de las decenas e y la cifra de las unidades el número es $10x+y$, y el que resulta al intercambiar las cifras es $10y+x$.

25. En un corral hay ovejas y gallinas en número de ___ y si contamos las patas obtenemos ___ en total. ¿Cuántas ovejas y cuántas gallinas hay?.

Los siguientes EJERCICIOS son de **Sistemas de ecuaciones de segundo grado**.

26. Resuelve los sistemas:

a)
$$\begin{cases} x - 6y = -15 \\ x \cdot y = -9 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y = -18 \\ x \cdot y = 40 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x^2 - 3y^2 = -2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

27. La suma de dos números naturales es ___ y su producto ____, ¿qué números son?.

28. Calcula las longitudes de los lados de un rectángulo sabiendo que la diagonal mide ___ cm y el lado mayor excede en ___ cm al menor.

29. La suma de dos números naturales es ___ y la de sus cuadrados ____, halla los números.

30. La diferencia entre dos números enteros es ___ y su producto ____. ¿Qué números son?.

31. La suma de las edades de dos personas es ___ años y el producto ____. ¿Qué edad tiene cada una?.

32. Calcula las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo de perímetro ___cm., si la suma de los catetos es ___ cm.

33. El producto de las dos cifras de un número es ___ y la suma de la cifra de las unidades con el doble de la de las decenas es ____. Halla el número.

34. La suma de las áreas de dos cuadrados es ___ cm² y la suma de sus perímetros es ____, ¿cuánto miden los lados?.

35. En un triángulo isósceles los lados iguales miden ___ cm y la altura es ___ cm más larga que la base. Calcula el área.

Autoevaluación



Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Resuelve la ecuación:

2 Resuelve la ecuación:

3 Resuelve la ecuación:

4 Resuelve la ecuación:

5 Resuelve el sistema:

6 Resuelve el sistema:

7 Encuentra dos números naturales consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea _____.

8 Tenemos ___ € en monedas de ___ € y de ___ céntimos, si en total hay ___ monedas, ¿cuántas hay de cada tipo?

9 Para vallar una finca rectangular de ___ m² se han utilizado ___ m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

10 Encuentra una ecuación de 2º grado tal que la suma de sus raíces sea ___ y el producto _____