

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Recordar i aprofundir sobre proporcionalitat directa i inversa, proporcionalitat composta i repartiments proporcionals.
- Recordar i aprofundir sobre percentatges i variacions percentuals.
- Distingir entre interès simple i interès compost.
- Conèixer el significat de la Taxa anual equivalent en productes financers.
- Calcular el capital final que s'obté si depositem periòdicament diners en alguns productes de capitalització.
- Calcular la quota periòdica que cal pagar per amortitzar uns préstecs.
- Utilitzar el full de càlcul per resoldre problemes.

Abans de començar

1. Proporcionalitat directa i inversa ... pàg. 4

Proporcionalitat directa

Proporcionalitat inversa

Repartiments proporcionals

Proporcionalitat composta

2. Percentatges pàg. 10

Percentatges

Augments i disminucions

Percentatges successius

3. Interès simple i compost pàg. 14

Interès simple

Interès compost

Taxa anual equivalent

Capitalització

Amortització

Exercicis per a practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Abans de començar



Per preparar diferents quantitats d'una dissolució, cal resoldre un problema de proporcionalitat directa.



Si volem acabar un treball en un temps determinat col·locant més treballadors, cal resoldre un problema de proporcionalitat inversa.



Planificar la cria dels animals d'una granja és una activitat de proporcionalitat composta.



Repartir els beneficis d'un negoci és una activitat de repartiments proporcionals.



La proporció d'alumnes, matriculacions, aprovats, suspensos s'expressen amb %.



Els pressuposts d'institucions per a un any es calculen mitjançant variacions percentuals.



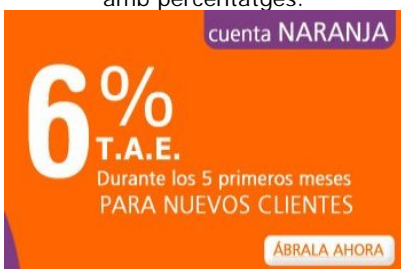
Les variacions del preu de les accions d'una empresa s'expressen amb percentatges.



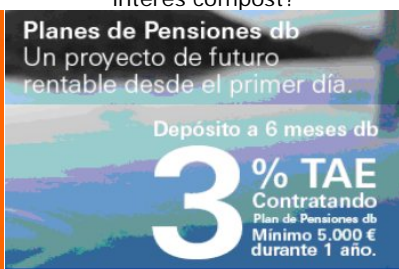
Què interessa més, dipositar un capital a un interès simple o a un interès compost?



En col·locar un capital a un interès compost, quin període de capitalització interessa més?



Quin significat té la Taxa anual equivalent (TAE)?



Quants diners tindrem en acabar el període fixat per a un pla de pensions?



Quina quota haurem de pagar en un préstec personal o hipotecari amb unes condicions determinades?

Investiga: operacions bancàries

En les operacions bancàries, els bancs i les caixes d'estalvi ofereixen un interès segons uns índexs de referència. Quins són alguns d'aquests índexs? Quin és el més utilitzat?



Problemes aritmètics

1. Proporcionalitat directa i inversa

Proporcionalitat directa

Dues magnituds són **directament proporcionals** si al multiplicar o dividir una d'elles per un nombre, l'altra queda multiplicada o dividida per aquest mateix nombre.

Al dividir qualsevol valor de la segona magnitud pel seu corresponent valor de la primera magnitud, s'obté sempre el mateix valor (constant). Aquesta constant l'anomenem **constant o raó de proporcionalitat directa**.

| | | | | | | |
|------------------|---|----|----|----|----|----|
| Primera Magnitud | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Segona magnitud | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 |

Constant de proporcionalitat directa

$$\frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{21}{3} = \frac{28}{4} = \frac{35}{5} = \frac{42}{6} = 7$$

Proporcionalitat inversa

Dues magnituds són **inversament proporcionals** si al multiplicar o dividir una d'elles per un nombre, l'altra queda dividida o multiplicada per aquest mateix nombre.

Al multiplicar qualsevol valor de la primera magnitud pel seu corresponent valor de la segona magnitud, s'obté sempre el mateix valor. Aquest valor constant l'anomenem **constant de proporcionalitat inversa**.

| | | | | | | |
|------------------|-----|----|----|----|----|----|
| Primera Magnitud | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Segona magnitud | 120 | 60 | 40 | 30 | 24 | 20 |

Constant de proporcionalitat inversa

$$1 \cdot 120 = 2 \cdot 60 = 3 \cdot 40 = 4 \cdot 30 = 5 \cdot 24 = 6 \cdot 20 = 120$$

Per resoldre un exercici de proporcionalitat directa o inversa es pot fer servir:

- La raó de proporcionalitat.
- Una regla de tres.
- Reducció a la unitat.

He comprat 31 llapis per 8,68 €, quant costaran 7 llapis?

Raó de proporcionalitat

$$\frac{8,68}{31} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = \frac{8,68 \cdot 7}{31} = 1,96$$

Regla de tres

$$x = \frac{8,68 \cdot 7}{31} = 1,96$$

Reducció a la unitat

| | |
|--------------------|--------------------|
| 1a magnitud | 2a magnitud |
| Nre. llapis | euros |

| | |
|----------|--------|
| 31 ----- | 8,68 |
| ↓ : 31 | ↓ : 31 |
| 1 ----- | 0,28 |
| ↓ x 7 | ↓ x 7 |
| 7 ----- | 1,96 |

Solució: 1,96 euros.

Un grup de 18 alumnes ha guanyat un premi per un treball realitzat i han rebut 200 € cadascun. Quant rebrien si haguessin participat 10 alumnes?

Raó de proporcionalitat

$$18 \cdot 200 = 10 \cdot x \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 200}{10} = 360$$

Regla de tres

$$x = \frac{18 \cdot 200}{10} = 360$$

Reducció a la unitat

| | |
|--------------------|--------------------|
| 1a magnitud | 2a magnitud |
| Nre. alumnes | euros |

| | |
|----------|--------|
| 18 ----- | 200 |
| ↓ : 18 | ↓ x 18 |
| 1 ----- | 3600 |
| ↓ x 10 | ↓ : 10 |
| 10 ----- | 360 |

Solució: 360 euros.

EXERCICIS resoltos

1. Un automòbil consumeix 56 litres de gasolina al recórrer 800 quilòmetres, quants litres de gasolina consumirà al recórrer 500 quilòmetres?

Regla de tres directa

| 1a magnitud quilòmetres | ----- | 2a magnitud litres de gasolina |
|----------------------------|-------|-----------------------------------|
| 800 | ----- | 56 |
| 500 | ----- | x |

$$\frac{56}{800} = \frac{x}{500} \Rightarrow x = \frac{56 \cdot 500}{800} = 35$$

Solució: 35 litres de gasolina.

Reducció a la unitat

| 1a magnitud quilòmetres | ----- | 2a magnitud litres de gasolina |
|----------------------------|-------|-----------------------------------|
| 800 | ----- | 56 |
| ↓ : 800 | | ↓ : 800 |
| 1 | ----- | 0,07 |
| ↓ x 500 | | ↓ x 500 |
| 500 | ----- | 35 |

Solució: 35 litres de gasolina.

2. Un rectangle té 25 cm de base i 18 cm d'altura. Quina altura haurà de tenir un rectangle de 15 cm. de base perquè tingui la mateixa superfície?

Regla de tres directa

| 1a magnitud base | ----- | 2a magnitud altura |
|---------------------|-------|-----------------------|
| 25 | ----- | 18 |
| 15 | ----- | x |

$$25 \cdot 18 = 15 \cdot x \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 18}{15} = 30$$

Solució: 30 cm.

Reducció a la unitat

| 1a magnitud base | ----- | 2a magnitud altura |
|---------------------|-------|-----------------------|
| 25 | ----- | 18 |
| ↓ : 25 | | ↓ x 25 |
| 1 | ----- | 450 |
| ↓ x 15 | | ↓ : 15 |
| 15 | ----- | 30 |

Solució: 30 cm.

3. Completar les següents taules segons siguin les magnituds:

Directament proporcionals

| | | | | |
|---|----|----|----|-----|
| 5 | b | 12 | 16 | d |
| a | 56 | 96 | c | 184 |

Constant de prop.: $\frac{96}{12} = 8$

$$\frac{a}{5} = 8 \Rightarrow a = 8 \cdot 5 = 40$$

$$\frac{56}{b} = 8 \Rightarrow b = \frac{56}{8} = 7$$

$$\frac{c}{16} = 8 \Rightarrow c = 8 \cdot 16 = 128$$

$$\frac{184}{d} = 8 \Rightarrow d = \frac{184}{8} = 23$$

Inversament proporcionals

| | | | | |
|---|---|---|----|----|
| 4 | 6 | 9 | 15 | 20 |
| e | f | g | 24 | h |

Constant de prop.: $15 \cdot 24 = 360$

$$4 \cdot e = 360 \Rightarrow e = \frac{360}{4} = 90$$

$$6 \cdot f = 360 \Rightarrow f = \frac{360}{6} = 60$$

$$9 \cdot g = 360 \Rightarrow g = \frac{360}{9} = 40$$

$$20 \cdot h = 360 \Rightarrow h = \frac{360}{20} = 18$$

Repartiments proporcionals

Directament proporcionals

Es repartirà una quantitat en diverses parts amb unes condicions determinades.

Cada una de les parts ha de rebre una quantitat directament proporcional a uns valors inicials.

A major valor inicial d'una part li correspondrà major quantitat en el repartiment.

1. Se sumen els valors inicials de cada una de les parts.
2. Es divideix la quantitat a repartir entre la suma anterior.
3. Es multiplica el quocient obtingut pels valors inicials de cada una de les parts.
4. Comprovació. La suma de totes les quantitats coincideix amb la quantitat a repartir.

Inversament proporcionals

Es repartirà una quantitat en diverses parts amb unes condicions determinades.

Cada una de les parts ha de rebre una quantitat inversament proporcional a uns valors inicials.

A major valor inicial d'una part li correspondrà menor quantitat en el repartiment.

Fer un repartiment inversament proporcional a uns valors inicials és igual que fer un repartiment directament proporcional als inversos d'aquests valors inicials.

1. Se sumen els inversos dels valors inicials de cada una de les parts.
2. Es divideix la quantitat a repartir entre la suma anterior.
3. Es multiplica el quocient obtingut pels inversos dels valors inicials de cada una de les parts.
4. Comprovació. La suma de totes les quantitats coincideix amb la quantitat a repartir.

Un pare reparteix entre els seus dos fills 36 llaminadures de forma directament proporcional a les seves edats, que són 2 i 7 anys. Quantes llaminadures li dóna a cada un?

1. Se sumen els valors inicials:

$$2 + 7 = 9$$

2. Es divideix 36 entre 9

$$36 : 9 = 4$$

3. Es multipliquen els valors inicials per 4.

$$2 \cdot 4 = \mathbf{8 \text{ llaminadures}}$$

$$7 \cdot 4 = \mathbf{28 \text{ llaminadures}}$$

Comprovació:

$$8 + 28 = 36$$

Un pare reparteix entre els seus dos fills 36 llaminadures de forma inversament proporcional a les seves edats que són 2 i 7 anys. Quantes llaminadures li dóna a cada un?

1. Se sumen els inversos dels valors inicials:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{7} = \frac{7}{14} + \frac{2}{14} = \frac{9}{14}$$

2. Es divideix 36 entre $\frac{9}{14}$

$$36 : \frac{9}{14} = \frac{504}{9} = 56$$

3. Es multipliquen els inversos dels valors inicials per 56.

$$56 \cdot \frac{1}{2} = 28 \quad 56 \cdot \frac{1}{7} = 8$$

Comprovació:

$$28 + 8 = 36$$

EXERCICIS resoltos

4. Un pare reparteix entre els seus tres fills 310 euros de forma directament proporcional al nombre d'assignatures aprovades, que han estat 2, 3 i 5 respectivament. Quant dóna a cada un?

1. Se sumen els valors inicials: $2 + 3 + 5 = 10$

2. Es divideix 310 entre 10: $310 : 10 = 31$

3. Es multipliquen els valors inicials per 120.

$$31 \cdot 2 = 62 \text{ euros}$$

$$31 \cdot 3 = 93 \text{ euros}$$

$$31 \cdot 5 = 155 \text{ euros}$$

5. Un pare reparteix entre els seus tres fills 310 euros de forma inversament proporcional al nombre d'assignatures suspenses, que han estat 2, 3 i 5 respectivament. Quant dóna a cada un?

1. Se sumen els inversos dels valors inicials: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{31}{30}$

2. Es divideix 310 entre 31/30: $310 : \frac{31}{30} = 300$

3. Es multipliquen els inversos dels valors inicials per 300.

$$300 \cdot \frac{1}{2} = 150$$

$$300 \cdot \frac{1}{3} = 100$$

$$300 \cdot \frac{1}{5} = 60$$

6. Quatre socis posaren en marxa un negoci aportant 3000 €, 5000 €, 9000 € i 12000 € respectivament. El primer any obtenen 5800 € de benefici, com se'ls han de repartir?

1. Se sumen els valors inicials: $3000 + 5000 + 9000 + 12000 = 29000$

2. Es divideix 5800 entre 29000: $5800 : 29000 = 0.2$

3. Es multipliquen els valors inicials per 0.2.

$$0.2 \cdot 3000 = 600 \text{ euros}$$

$$0.2 \cdot 9000 = 1800 \text{ euros}$$

$$0.2 \cdot 5000 = 1000 \text{ euros}$$

$$0.2 \cdot 12000 = 2400 \text{ euros}$$

7. Quatre amics es reparteixen 35 pastissos de forma inversament proporcional als seus pesos, que són respectivament 60 kg, 80 kg, 90 kg i 120 kg. Quants pastissos corresponen a cada un?

1. Se sumen els inversos dels valors inicials: $\frac{1}{60} + \frac{1}{80} + \frac{1}{90} + \frac{1}{120} = \frac{35}{720} = \frac{7}{144}$

2. Es divideix 35 entre 7/144: $35 : \frac{7}{144} = 720$

3. Es multipliquen els inversos dels valors inicials per 720.

$$720 \cdot \frac{1}{60} = 12$$

$$720 \cdot \frac{1}{80} = 9$$

$$720 \cdot \frac{1}{90} = 8$$

$$720 \cdot \frac{1}{120} = 6$$

Problemes aritmètics

Proporcionalitat composta

Proporcionalitat composta

Una activitat de proporcionalitat composta relaciona més de dos magnituds que poden ser directa o inversament proporcionals.

Per resoldre una activitat de proporcionalitat composta es fa de forma ordenada amb el procediment de **reducció a la unitat**, relacionant dues magnituds i deixant l'altra invariànt.

Per tancar un terreny, 4 persones construeixen un mur de 120 m² en 18 dies. Quants dies tardaran 12 persones en construir un mur de 800 m²?

| 1a magnitud | 2a magnitud | 3a magnitud |
|-------------|-----------------|-------------|
| persones | metres quadrats | dies |
| 4 | 120 | 18 |
| ↓ : 4 | ↓ | ↓ x 4 |
| 1 | 120 | 72 |
| ↓ x 12 | ↓ | ↓ : 12 |
| 12 | 120 | 6 |
| ↓ | ↓ : 120 | ↓ : 120 |
| 12 | 1 | 0.05 |
| ↓ | ↓ x 800 | ↓ x 800 |
| 12 | 800 | 40 |

Solució: 40 dies.

Procediment de resolució:

En primer lloc es deixa fixa la segona magnitud i es relaciona la primera amb la tercera. En segon lloc es deixa fixa la primera magnitud i es relaciona la segona amb la tercera.

També es pot resoldre mitjançant una regla de tres composta.

La primera i la tercera magnitud són inversament proporcionals. Més persones treballant tardaran menys dies.

La segona i la tercera magnitud són directament proporcionals. Si el mur és més gran es tardaran més dies en construir-lo.

| 1a mag. | 2a mag. | 3a mag. |
|---------|---------|---------|
| 4 | 120 | 18 |
| ↓ | ↓ | ↓ |
| 12 | 800 | x |

Regla de tres composta

$$x = \frac{18 \cdot 4 \cdot 800}{12 \cdot 120} = 40$$

Solució: 4 dies.

Una piscina de 400 m³ s'omple amb 5 aixetes en 30 hores. Quantes hores es tardarà en omplir una piscina de 600 m³ amb 9 aixetes?

| 1a magnitud | 2a magnitud | 3a magnitud |
|---------------|-------------|-------------|
| metres cúbics | aixetes | hores |
| 400 | 5 | 30 |
| ↓ : 400 | ↓ | ↓ : 400 |
| 1 | 5 | 0.075 |
| ↓ x 600 | ↓ | ↓ x 600 |
| 600 | 5 | 45 |
| ↓ | ↓ : 5 | ↓ x 5 |
| 600 | 1 | 225 |
| ↓ | ↓ x 9 | ↓ : 9 |
| 600 | 9 | 25 |

Solució: 25 hores.

La primera i la tercera magnitud són directament proporcionals. Més metres cúbics d'aigua s'ompliran en més temps.

La segona i la tercera magnitud són inversament proporcionals. Si hi ha més aixetes adollant aigua es tardarà menys temps en omplir la piscina.

| 1a mag. | 2a mag. | 3a mag. |
|---------|---------|---------|
| 400 | 5 | 30 |
| ↓ | ↓ | ↓ |
| 600 | 9 | x |

Regla de tres composta

$$x = \frac{30 \cdot 600 \cdot 5}{400 \cdot 9} = 25$$

Solució: 25 hores.

EXERCICIS resoltos

8. En una cadena de producció, 3 persones treballant 4 hores diàries, fabriquen 240 peces. Quantes peces fabricaran 9 persones treballant 5 hores diàries?

La primera i la tercera magnitud són directament proporcionals. Més persones fabricaran més peces.

La segona i la tercera magnitud són directament proporcionals. Si es treballa més temps es fabricaran més peces.

| Reducció a la unitat | | | Regla de tres composta | | |
|-------------------------|----------------------|----------------------|---|---------|-----|
| 1a magnitud persones | 2a magnitud hores | 3a magnitud peces | | | |
| 3 ----- | 4 ----- | 240 | 3 ----- | 4 ----- | 240 |
| ↓ : 3 | ↓ | ↓ : 3 | 9 ----- | 5 ----- | x |
| 1 ----- | 4 ----- | 80 | $x = \frac{240 \cdot 9 \cdot 5}{3 \cdot 4} = 900$ | | |
| ↓ x 9 | ↓ | ↓ x 9 | | | |
| 9 ----- | 4 ----- | 720 | | | |
| ↓ | ↓ : 4 | ↓ : 4 | | | |
| 9 ----- | 1 ----- | 180 | | | |
| ↓ | ↓ x 5 | ↓ x 5 | Solució: 900 peces. | | |
| 9 ----- | 5 ----- | 900 | | | |

9. Per imprimir uns fullets publicitaris, 12 impressores han funcionat 6 hores al dia i han tardat 7 dies. Quants dies tardaran 3 impressores funcionant 8 hores diàries?

La primera i la tercera magnitud són inversament proporcionals. Menys impressores tardaran més dies.

La segona i la tercera magnitud són inversament proporcionals. Funcionant més hores es tardarà menys dies.

| Reducció a la unitat | | | Regla de tres composta | | |
|----------------------------|----------------------|---------------------|---|---------|---|
| 1a magnitud impressores | 2a magnitud hores | 3a magnitud dies | | | |
| 12 ----- | 6 ----- | 7 | 12 ----- | 6 ----- | 7 |
| ↓ : 12 | ↓ | ↓ x 12 | 3 ----- | 8 ----- | x |
| 1 ----- | 6 ----- | 84 | $x = \frac{12 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 8} = 21$ | | |
| ↓ x 3 | ↓ | ↓ : 3 | | | |
| 3 ----- | 6 ----- | 28 | | | |
| ↓ | ↓ : 6 | ↓ x 6 | | | |
| 3 ----- | 8 ----- | 128 | | | |
| ↓ | ↓ x 5 | ↓ : 8 | Solució: 21 hores. | | |
| 3 ----- | 8 ----- | 21 | | | |

2. Percentatges

Tant per cent d'una quantitat

Calcular un percentatge $r\%$ d'una quantitat C es igual que resoldre la següent activitat de magnituds directament proporcionals:

$$\begin{array}{r} 100 \text{ ----- } C \\ r \text{ ----- } P \end{array}$$

Per qualsevol dels mètodes estudiats, el valor de P ($r\%$ de C) és igual a:

$$P = C \cdot \frac{r}{100}$$

Es pot calcular directament el tant per cent d'una quantitat multiplicant aquesta quantitat per $r/100$.

Tant per cent corresponent a una proporció

Calcular el % que representa una quantitat P d'un total C equival a resoldre una altra activitat de magnituds directament proporcionals:

$$\begin{array}{r} 100 \text{ ----- } C \\ r \text{ ----- } P \end{array}$$

Ara s'ha de calcular el valor de r .

$$r = \frac{P}{C} \cdot 100\%$$

Es pot calcular directament el tant per cent dividint la part P pel total C i multiplicant el quocient obtingut per 100.

Càlcul del tant per cent d'una quantitat.

Un dipòsit té una capacitat de 1150 litres, però ara té el 68% del total. Quants litres d'aigua conté?

$$68\% \text{ de } 1150 = \frac{1150 \cdot 68}{100} = 782$$

També es pot fer:

$$1150 \cdot 0,68 = 782$$

Solució: 782 litres

Càlcul del tant per cent corresponent a una proporció.

Un dipòsit té una capacitat de 175 litres, però ara té 42 litres. Quin percentatge d'aigua conté?

$$\frac{42}{175} \cdot 100 = 24\%$$

Solució: 24 %

Càlcul del total coneixent la part i el tant per cent.

Un dipòsit conté 348 litres, que representa el 12% del total. Quina és la seva capacitat?

En la fórmula:

$$C \cdot 0,12 = 348$$

Es pot aïllar el total:

$$C = \frac{348}{0,12} = 2900$$

Solució: 2900 litres

EXERCICIS resolts

10. a) Calcular el 27 % de 450. b) a) Calcular el 85 % de 2360.

$$27\% \text{ de } 450 = \frac{450 \cdot 27}{100} = 450 \cdot 0,27 = 121,5$$

$$85\% \text{ de } 2360 = \frac{2360 \cdot 85}{100} = 2360 \cdot 0,85 = 2006$$

11. a) Quin percentatge representa 15 d'un total de 120?
b) Quin percentatge representa 3120 d'un total de 8000?

$$\frac{15}{120} \cdot 100 = 12,5\%$$

$$\frac{3120}{8000} \cdot 100 = 39\%$$

12. a) El 64 % d'una quantitat és 112. Calcular aquesta quantitat.
b) El 3,5 % d'una quantitat és 63. Calcular aquesta quantitat.

$$C \cdot 0,64 = 112 \Rightarrow C = \frac{112}{0,64} = 175$$

$$C \cdot 0,035 = 63 \Rightarrow C = \frac{63}{0,035} = 1800$$

13. En les vacances nadalenques un hotel ha tingut una ocupació d'un 96%. Si l'hotel té 175 habitacions, quantes se n'han ocupat?

$$96\% \text{ de } 175 = \frac{175 \cdot 96}{100} = 175 \cdot 0,96 = 168 \text{ habitacions}$$

14. En la meua classe hi ha 30 alumnes. D'ells, n'hi ha 18 que vénen a l'institut des d'una altra localitat utilitzant el transport. Quin percentatge del total d'alumnes utilitzen transport?

$$\frac{18}{30} \cdot 100 = 60\%$$

15. El 4,2% dels habitants del meu poble són joves entre 14 i 18 anys. Si hi ha 756 persones en aquest interval d'edat, quants habitants hi haurà?

$$C \cdot 0,042 = 756 \Rightarrow C = \frac{756}{0,042} = 18000 \text{ habitants}$$

Problemes aritmètics

Augments i disminucions percentuals

Para augmentar un $r\%$ a una quantitat inicial CI , s'ha de sumar a CI el percentatge corresponent. S'obté així una quantitat final CF .

$$CF = CI + CI \frac{r}{100} = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

Per disminuir un $r\%$ a una quantitat inicial CI , s'ha de restar a CI el percentatge corresponent. S'obté així una quantitat final CF .

$$CF = CI - CI \frac{r}{100} = CI \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)$$

Si anomenem **índex de variació** a $1 \pm r/100$, s'obté la fórmula:

$$CF = CI \times IV$$

Per calcular el augment que correspon a una quantitat inicial CI , bastarà multiplicar CI per el índex de variació.

Percentatges successius

Per aplicar diversos percentatges successius a una quantitat inicial CI :

S'aplica el primer percentatge a la quantitat inicial obtenint així una segona quantitat $C2$.

S'aplica el següent percentatge a la quantitat obtinguda obtenint una tercera quantitat $C3$.

Es continua amb aquest procediment per cada percentatge. En el cas de dos percentatges es té:

$$CF = CI \times IV1 \times IV2$$

El meu pare cobrava 1200 € al mes i enguany li han pujat el sou un 2%. Quant cobrarà ara?

Pas a pas:

$$2\% \text{ de } 1200 = \frac{1200 \cdot 2}{100} = 24$$

$$1200 + 24 = \mathbf{1224 \text{ euros}}$$

Directament:

$$I.V. = 1 + \frac{2}{100} = 1 + 0,02 = 1,02$$

$$1200 \cdot 1,02 = \mathbf{1224 \text{ euros}}$$

Solució: 1224 euros

Hem comprat als meus pares un regal que valia 65 €. En pagar ens han fet un descompte del 4%. Quant ens ha costat?

Pas a pas:

$$4\% \text{ de } 65 = \frac{65 \cdot 4}{100} = 2,60$$

$$65 - 2,60 = \mathbf{62,40 \text{ euros}}$$

Directament:

$$I.V. = 1 - \frac{4}{100} = 1 - 0,04 = 0,96$$

$$65 \cdot 0,96 = \mathbf{62,40 \text{ euros}}$$

Solució: 62,40 euros

Aplicar a 2500 un augment del 24% i a la quantitat resultant una disminució del 15%.

$$IV1 = 1 + \frac{24}{100} = 1 + 0,24 = 1,24$$

$$IV2 = 1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85$$

$$CF = CI \cdot IV1 \cdot IV2$$

$$2500 \cdot 1,24 \cdot 0,85 = \mathbf{2535}$$

EXERCICIS resolts

16. Després de l'augment d'enguany d'un 14%, el sou de ma mare és ara de 1938 euros. Quant cobrava abans?

$$\text{Índex de variació: } I.V. = 1 + \frac{14}{100} = 1 + 0,14 = 1,14$$

$$CI \cdot IV = CF \Rightarrow CI \cdot 1,14 = 1938 \Rightarrow CI = \frac{1938}{1,14} = 1700 \text{ euros}$$

17. Mon pare cobrava al mes 1600 euros i després de la pujada d'enguany cobra ara 1792 euros. Quin tant per cent li han pujat?

$$CI \cdot IV = CF \Rightarrow 1600 \cdot IV = 1792 \Rightarrow IV = \frac{1792}{1600} = 1,12 = 1 + \frac{12}{100} \Rightarrow 12\%$$

18. Després de fer-nos un 8% de descompte en la compra d'un regal, hem pagat 156,40 euros. Quin era el preu inicial?

$$\text{Índex de variació: } I.V. = 1 - \frac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92$$

$$CI \cdot IV = CF \Rightarrow CI \cdot 0,92 = 156,40 \Rightarrow CI = \frac{156,40}{0,92} = 170 \text{ euros}$$

19. Hem comprat un regal que valia 80 euros, però després de fer-nos un descompte hem pagat 71,20 euros. Quin percentatge ens han descomptat?

$$CI \cdot IV = CF \Rightarrow 80 \cdot IV = 71,20 \Rightarrow IV = \frac{71,20}{80} = 0,89 = 1 - \frac{11}{100} \Rightarrow 11\%$$

20. El preu d'un objecte en una tenda de regals és de 208 euros. En primer lloc augmenta el preu un 45% i posteriorment trona a augmentar un 66%. Quin és el preu final?

$$\text{Augment del 46\%: } \text{Índex de variació: } IV1 = 1 + \frac{45}{100} = 1 + 0,45 = 1,45$$

$$\text{Augment del 66\%: } \text{Índex de variació: } IV2 = 1 + \frac{66}{100} = 1 + 0,66 = 1,66$$

$$CF = CI \cdot IV1 \cdot IV2 = 208 \cdot 1,45 \cdot 1,66 = 500,66 \text{ euros}$$

21. El preu d'un objecte en una tenda de regals és de 180 euros. En primer lloc redueix el preu un 12% i posteriorment augmenta un 27%. Quin és el preu final?

$$\text{Disminució del 12\%: } \text{Índex de variació: } IV1 = 1 - \frac{12}{100} = 1 - 0,12 = 0,88$$

$$\text{Augment del 27\%: } \text{Índex de variació: } IV2 = 1 + \frac{27}{100} = 1 + 0,27 = 1,27$$

$$CF = CI \cdot IV1 \cdot IV2 = 180 \cdot 0,88 \cdot 1,27 = 201,17 \text{ euros}$$

3. Interès simple i compost

Interès simple

Si depositem un capital C en un banc durant un any, el banc ens donarà una quantitat I , anomenada **interès**, que s'obté aplicant un percentatge $r\%$, anomenat **rèdit**, a la quantitat C .

Si depositem el capital durant t anys, l'interès es calcularà amb la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Si depositem el capital durant t mesos, el rèdit, que s'expressa en tant per cent anual, s'ha de dividir entre 12 mesos per calcular el rèdit que correspon a un mes. L'interès es calcularà amb la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200}$$

Si depositem el capital durant t dies, el rèdit, que s'expressa en tant per cent anual, s'ha de dividir entre 360 dies per calcular el rèdit que correspon a un dia. L'interès es calcularà amb la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000}$$

En finalitzar el període de temps el banc ens tornarà el nostre capital inicial més l'interès produït.

Calcular l'interès que produeix un capital de 16000 euros col·locat a un interès simple del 3,25% durant 4 anys.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$
$$I = \frac{16000 \cdot 3,25 \cdot 4}{100} = 2080 \text{ €}$$

Solució: 2080 €

Capital final:

$$16000 + 2080 = 18080 \text{ €}$$

Calcular l'interès que produeix un capital de 22800 euros col·locat a un interès simple del 4,5% durant 21 mesos.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200}$$
$$I = \frac{22800 \cdot 4,5 \cdot 21}{1200} = 1795,50 \text{ €}$$

Solució: 1795,50 €

Capital final:

$$22800 + 1795,50 = 24595,50 \text{ €}$$

Calcular l'interès que produeix un capital de 26500 euros col·locat a un interès simple del 2% durant 329 dies.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000}$$
$$I = \frac{26500 \cdot 2 \cdot 329}{36000} = 484,36 \text{ €}$$

Solució: 484,36 €

Capital final:

$$26500 + 484,36 = 26984,36 \text{ €}$$

EXERCICIS resolts

22. Calcular el capital que cal col·locar durant 3 anys a un rèdit del 4% per produir un interès de 5640 euros.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow C = \frac{I \cdot 100}{r \cdot t} = \frac{5640 \cdot 100}{4 \cdot 3} = 47000 \text{ euros}$$

23. Calcular el rèdit a què s'ha de col·locar un capital de 28500 euros durant 2 anys per produir un interès de 5150 euros.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow r = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t} = \frac{5150 \cdot 100}{28500 \cdot 2} = 9,04\%$$

24. Quants anys cal tenir un capital de 8500 euros a un rèdit del 3,75% per produir un interès de 2868,75 euros?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{I \cdot 100}{C \cdot r} = \frac{2868,75 \cdot 100}{8500 \cdot 3,75} = 9 \text{ años}$$

25. Calcular el capital que cal col·locar durant 10 meses a un rèdit del 5% per produir un interès de 2956 euros.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \Rightarrow C = \frac{I \cdot 1200}{r \cdot t} = \frac{2956 \cdot 1200}{5 \cdot 10} = 70944 \text{ euros}$$

26. Calcular el rèdit al que s'ha que col·locar un capital de 29500 euros durant 8 mesos perquè produeixi un interès de 1710 euros.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \Rightarrow r = \frac{I \cdot 1200}{C \cdot t} = \frac{1710 \cdot 1200}{29500 \cdot 8} = 8,69\%$$

27. Calcular l'interès que produeix un capital de 10400 euros col·locat a un interès simple del 1,5% durant 163 dies.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000} = \frac{10400 \cdot 1,5 \cdot 163}{36000} = 70,63 \text{ euros}$$

28. Quants dies cal tenir un capital de 40950 euros a un rèdit del 2% perquè produeixi un interès de 182 euros?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000} \Rightarrow t = \frac{I \cdot 36000}{C \cdot r} = \frac{182 \cdot 36000}{40950 \cdot 2} = 80 \text{ dies}$$

Problemes aritmètics

Interès compost

Un altre tipus de interès és l'anomenat **interès compost**, en el que cada cert temps, anomenat **període de capitalització**, els interessos generats pel capital inicial s'afegeixen al capital i generen més interessos.

Si anomenem al capital inicial CI, al rèdit r i al temps en anys t, el capital final CF és igual a:

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

Si el període de capitalització és mensual, en un any hi haurà 12 períodes de capitalització; si és trimestral, hi haurà 4 períodes de capitalització; si és semestral hi haurà 2 períodes. Si k és el nombre de períodes de capitalització en un any, la fórmula queda:

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t}$$

Taxa anual equivalent (T.A.E.)

Quan ingresem una quantitat de diners en un banc a un interès compost del r% anual, els interessos que produeix es van afegint al capital cada període de capitalització. La quantitat final que rebem serà més gran com més petit sigui aquest període, tal com es pot comprovar a la taula de la dreta.

La TAE indica el % de creixement real del capital durant un any. Es una quantitat un pèl superior al r%. Es calcula mitjançant la fórmula següent:

$$TAE = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} - 1 \right]$$

Es deposita un capital de 16000 € a un interès compost del 3,25% durant 4 anys. Calcula el capital final si el període de capitalització és anual.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

$$CF = 16000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{100}\right)^4$$

$$CF = 18183,61 \text{ euros}$$

Solució: 18183,61 €

Es deposita un capital de 16000 € a un interès compost del 3,25% durant 4 anys. Calcula el capital final si el període de capitalització és mensual.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{12 \cdot 100}\right)^{12 \cdot t}$$

$$CF = 16000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{12 \cdot 100}\right)^{12 \cdot 4}$$

$$CF = 18208,05 \text{ euros}$$

Solució: 18208,05 €

Capital final que s'obté en depositar durant 1 any un capital d'1 euro, per diferents interessos i diferents períodes de capitalització.

| % | 1 mes | 3 mesos | 4 mesos | 12 mesos |
|----|--------|---------|---------|----------|
| 1% | 1,0100 | 1,0100 | 1,0100 | 1,0100 |
| 2% | 1,0202 | 1,0202 | 1,0201 | 1,0200 |
| 3% | 1,0304 | 1,0303 | 1,0302 | 1,0300 |
| 4% | 1,0407 | 1,0406 | 1,0404 | 1,0400 |
| 5% | 1,0512 | 1,0509 | 1,0506 | 1,0500 |

EXERCICIS resoltos

29. Es deposita un capital de 8200 euros a un interès compost del 5,5% durant 6 anys. Calcular el capital final si el període de capitalització és anual.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 8200 \cdot \left(1 + \frac{5,5}{100}\right)^6 = 11306,51 \text{ euros}$$

30. Es deposita un capital de 29000 euros a un interès compost del 1,75% durant 7 anys. Calcular el capital final si el període de capitalització és trimestral.

Si la capitalització es trimestral, en un any hi haurà 4 períodes de capitalització.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{4 \cdot 100}\right)^{4 \cdot t} = 29000 \cdot \left(1 + \frac{1,75}{4 \cdot 100}\right)^{4 \cdot 7} = 32770,50 \text{ euros}$$

31. Es deposita un capital de 17600 euros a un interès compost del 4,5% durant 5 anys. Calcular el capital final si el període de capitalització és semestral.

Si la capitalització és semestral, en un any hi haurà 2 períodes de capitalització.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{2 \cdot 100}\right)^{2 \cdot t} = 17600 \cdot \left(1 + \frac{4,5}{2 \cdot 100}\right)^{2 \cdot 5} = 21985,98 \text{ euros}$$

32. Es col·loca un capital de 1000 euros a un interès del 1%. Calcular el capital final obtingut des d'1 fins 5 anys distingint els tipus d'interès simple i compost.

| Anys | Interès simple | Interès compost | Diferència |
|------|----------------|-----------------|------------|
| 1 | 1010,00 | 1010,00 | 0 |
| 2 | 1020,00 | 1020,10 | 0,10 |
| 3 | 1030,00 | 1030,30 | 0,30 |
| 4 | 1040,00 | 1040,60 | 0,60 |
| 5 | 1050,00 | 1051,01 | 1,01 |

33. Calcular la taxa anual equivalent (TAE) corresponent a un 2,5% anual amb capitalització mensual.

$$TAE = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^k - 1 \right] = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{2,5}{12 \cdot 100}\right)^{12} - 1 \right] = 2,53\%$$

34. Calcular la taxa anual equivalent (TAE) corresponent a un 4,75% anual con capitalització trimestral.

$$TAE = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^k - 1 \right] = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{4,75}{4 \cdot 100}\right)^4 - 1 \right] = 4,84\%$$

Problemes aritmètics

Capitalització

Les **operacions de capitalització** són operacions bancàries en les que s'ingressa una quantitat fixa cada període de temps. Aquesta quantitat s'afegeix a la quantitat existent i als interessos generats fins aquest moment i formen una nova quantitat, a la qual cal aplicar l'interès corresponent.

El capital final CF que s'obté en ingressar una quantitat c, durant t períodes, a un interès del r% en cada període, es pot calcular mitjançant la fórmula:

$$CF = \frac{c \cdot [(1+i)^{t+1} - (1+i)]}{i}$$

sent i l'interès en cada període de capitalització:

$$i = \frac{r}{k \cdot 100}$$

Amortització

En sol·licitar un préstec la quantitat rebuda CI es torna (s'amortitza) al banc mitjançant quantitats fixes c, anomenades **mensualitats o anualitats d'amortització**, cada cert període de temps t, mesos, anys, ...

Aquesta quantitat fixa que cal amortitzar es pot calcular amb la fórmula.

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

sent i l'interès en cada període de capitalització:

$$i = \frac{r}{k \cdot 100}$$

Una persona obre un pla de pensions quan té 33 anys. Cada mes ingressa 100 €. El banc li dona un interès del 5% anual. Quina quantitat tindrà quan tingui 67 anys?

$$67 - 33 = 34 \text{ anys}$$

$$CF = \frac{c \cdot [(1+i)^{t+1} - (1+i)]}{i}$$

$$CF = \frac{100 \cdot [(1+0,0042)^{34 \cdot 12 + 1} - (1+0,0042)]}{0,0042}$$

Solució: 107357,02 €

Una persona obre un compte d'estalvi habitatge durant 4 anys, amb una quota anual de 600 € i un interès del 2,75% anual. Quina quantitat tindrà quan retiri el diners?

$$CF = \frac{c \cdot [(1+i)^{t+1} - (1+i)]}{i}$$

$$CF = \frac{600 \cdot [(1+0,0275)^{4+1} - (1+0,0275)]}{0,0275}$$

Solució: 2569,60 €

Un comerciant sol·licita un préstec de 90000 € a un interès del 5,5% anual i a tornar en 16 anys. Quina quantitat haurà de pagar cada trimestre?

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

$$c = \frac{90000 \cdot 0,0138 \cdot (1+0,0138)^{16 \cdot 4}}{(1+0,0138)^{16 \cdot 4} - 1}$$

Solució: 2123,65 €

EXERCICIS resolts

35. Una persona obre un pla de pensions als 22 anys. Cada any ingressa 1000 €. El banc li dóna un interès del 5,25% anual. Quina quantitat tindrà als 65 anys? Quina quantitat de diners correspon a les seves quotes?

El pla de pensions està obert $65-22=43$ anys.

$$CF = \frac{c \cdot \left[(1+i)^{t+1} - (1+i) \right]}{i} = \frac{1000 \cdot \left[\left(1 + \frac{5,25}{100} \right)^{43+1} - \left(1 + \frac{5,25}{100} \right) \right]}{\frac{5,25}{100}} = 160925,18 \text{ euros}$$

Ha pagat de quotes: $43 \cdot 1000 = 43000$ euros.

36. Una persona té un compte d'estalvi habitatge durant 8 anys, amb una quota mensual de 150 euros i un interès del 2,5% anual. De quina quantitat disposarà quan retiri els diners?

$$CF = \frac{c \cdot \left[(1+i)^{t+1} - (1+i) \right]}{i} = \frac{150 \cdot \left[\left(1 + \frac{2,5}{12 \cdot 100} \right)^{12 \cdot 8+1} - \left(1 + \frac{2,5}{12 \cdot 100} \right) \right]}{\frac{2,5}{12 \cdot 100}} = 15955,88 \text{ euros}$$

37. Una persona té un compte d'estalvi en un banc. Diposita cada trimestre 400 euros, durant 10 anys. El banc li dóna un interès del 5%. Quina quantitat de diners tindrà als 5 anys?

$$CF = \frac{c \cdot \left[(1+i)^{t+1} - (1+i) \right]}{i} = \frac{400 \cdot \left[\left(1 + \frac{5}{4 \cdot 100} \right)^{4 \cdot 10+1} - \left(1 + \frac{5}{4 \cdot 100} \right) \right]}{\frac{5}{4 \cdot 100}} = 20853,27 \text{ euros}$$

38. Una persona té un préstec personal de 120000 € a un interès del 5% anual i a tornar en 20 anys. Quina quantitat haurà de pagar cada any? Quant pagarà en total?

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1} = \frac{120000 \cdot \frac{5}{100} \cdot \left(1 + \frac{5}{100} \right)^{20}}{\left(1 + \frac{5}{100} \right)^{20} - 1} = 9629,11 \text{ euros}$$

En total pagarà: $9629,11 \cdot 20 = 192582,20$ euros.

39. Una persona té un préstec hipotecari de 70000 € a un interès del 4,5% anual i a tornar en 15 anys. Quina quantitat haurà de pagar cada mes? Quina quantitat de diners pagarà en total?

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1} = \frac{70000 \cdot \frac{4,5}{12 \cdot 100} \cdot \left(1 + \frac{4,5}{12 \cdot 100} \right)^{12 \cdot 15}}{\left(1 + \frac{4,5}{12 \cdot 100} \right)^{12 \cdot 15} - 1} = 535,50 \text{ euros}$$

En total pagarà: $535,50 \cdot 12 \cdot 15 = 96390$ euros.



Per practicar

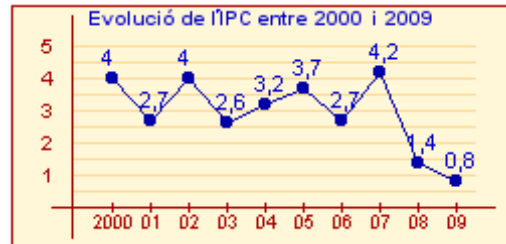
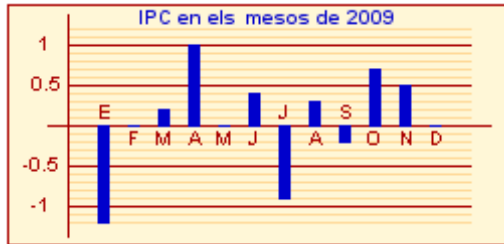
1. Una dissolució conté 176 gr. d'un compost químic per cada 0,8 litres d'aigua. Si s'han utilitzat 0,5 litres d'aigua, quants grams del compost químic caldrà afegir?
2. Si 10 paletes fan una construcció en 30 dies, quants se'n necessitaran per acabar el treball en 25 dies?
3. Un grup de 43 alumnes fan un viatge d'estudis. Han de pagar l'autobús entre tots i totes, pagant 90 € per persona. D'altra banda les despeses totals d'allotjament són de 12427 €. Quin seria el preu total i el preu individual si fossin 46 persones?
4. Per alimentar 11 pollastres durant 16 dies fan falta 88 quilos de pinso. Quants quilos de pinso caldran per alimentar 18 pollastres durant 8 dies?
5. Si 10 obrers treballant 9 hores diàries tarden a fer un treball 7 dies, quants dies tardaran a fer el mateix treball 5 obrers treballant 6 hores diàries?
6. Tres socis obren un negoci aportant 20000, 35000 i 50000 € respectivament. En acabar l'any obtenen uns beneficis de 4200 €. Com es repartiran aquests beneficis?
7. Tres cambrers d'un bar es reparteixen 238 € de les propines d'un mes de forma inversament proporcional al nombre de dies que han faltat a la feina, que ha estat 1, 4 i 6 dies respectivament. Quant correspon a cada un?
8. En el meu institut hi ha 450 estudiants. El nombre de noies representa el 52% del total. Quantes alumnes hi ha?
9. El 28 % dels alumnes d'un institut ha aprovat totes les assignatures. Sabent que han aprovat 196 persones. Quants alumnes hi ha a l'institut?
10. El pressupost d'enguany d'una població ha estat de 1868500 €. Pel proper any s'augmentarà un 1,7 %. Quin serà el nou pressupost?
11. La població d'una localitat costera ha passat de 44500 a 61410 habitants. Quin % ha augmentat?
12. Un bosc té 30900 arbres. En un incendi s'han cremat el 18 % dels arbres. Quants arbres queden?
13. Després de repartir el 90 % de les ampolles que portava, un repartidor de llet torna al seu magatzem amb 27 ampolles. Quantes en portava en sortir?
14. Dos germans col·loquen un mateix capital de 22100 € a un rèdit del 9% durant 6 anys. Un ho fa a interès simple i l'altre a interès compost amb capitalització anual. Quina diferència hi ha entre els interessos que rep cada un?
15. Una persona col·loca un capital de 18000 € durant 1 any a un interès compost del 4,2% amb capitalització mensual. Calcula la TAE que correspon i calcula el capital que s'obtindria amb les mateixes dades a un interès simple igual a la TAE.
16. Una persona obre un pla de pensions a l'edat de 28 anys. Cada mes ingressa 120 €. El banc li dona un interès del 1,5 %. Quants diners tindrà quan es jubili als 67 anys? Quants diners haurà ingressat durant la vigència del pla?
17. Hem sol·licitat un préstec hipotecari de 148000 € a pagar en 18 anys i a un interès del 9,1 % anual. Quant haurem de pagar cada mes? Quin serà l'import total del préstec?



IPC. Índex de Preus al Consum.

L'**IPC** és una mesura estadística que indica l'evolució dels preus dels bens i serveis que consumeixen les famílies a Espanya.

S'expressa en % i entre les seves aplicacions econòmiques està la ser un indicador de la inflació i la de servir de referència per la revisió dels salaris dels treballadors.

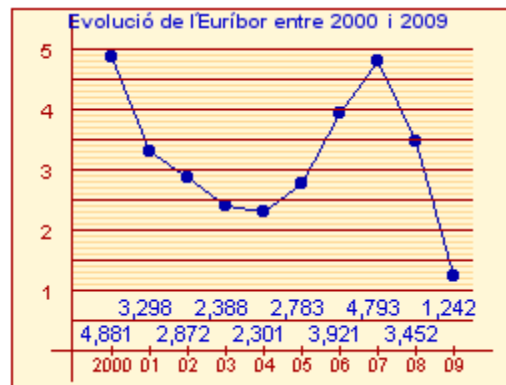


Euríbor. Tipus europeu d'oferta interbancària.

L'**euríbor** és la mitjana aritmètica dels tipus d'interès a què els principals bancs de la zona euro es presten diners uns als altres.

S'expressa en % i s'actualitza a diari. El seu valor a un any és el que s'utilitza de referència per l'interès dels préstecs hipotecaris.

Algunes entitats financeres utilitzen com índex l'**IRPH** (Índex de referència de préstecs hipotecaris).



El Banc Central Europeu i el preu dels diners.



El **Banc Central Europeu (BCE)** es fundà l'1 de juny de 1988. Té la seva seu a Francfort (Alemanya). És l'entitat responsable de la política monetària de la Unió europea.

La funció principal del BCE és mantenir el poder adquisitiu de l'euro. S'encarrega de fixar els tipus d'interès (preu dels diners).

L'euro s'adoptà com a moneda única l'1 de gener de 1999.





Recorda el més important

1. Proporcionalitat directa i inversa.

Magnituds directament proporcionals.

Si es multiplica o divideix una d'elles per un nombre, l'altra queda multiplicada o dividida pel mateix nombre.

Magnituds inversament proporcionals.

Si es multiplica o divideix una d'elles per un nombre, l'altra queda dividida o multiplicada pel mateix nombre.

Proporcionalitat composta.

La proporcionalitat composta consisteix en relacionar tres o més magnituds.

Al resoldre una activitat de proporcionalitat composta es relacionen les magnituds de dues en dues i es mantenen constants les altres.

També es pot resoldre mitjançant una regla de tres composta

Repartiments proporcionals.

Directament. Repartir una quantitat entre diverses parts de forma que cada una d'elles rebi una quantitat directament proporcional a un valor inicial de cada part.

Inversament. Es fa el repartiment de forma directament proporcional als inversos dels valors inicials de cada una de les parts.

2. Percentatges.

Per aplicar un percentatge $r\%$ a una quantitat C :

$$r\% \text{ de } C = \frac{C \cdot r}{100} = C \cdot \frac{r}{100}$$

Variacions percentuals.

S'anomena **índex de variació** a la variació que experimenta una unitat.

Per un augment: $I.V. = 1 + \frac{r}{100}$

Per una disminució: $I.V. = 1 - \frac{r}{100}$

Per una quantitat CI qualsevol la quantitat final es calcula amb: $CF = CI \cdot IV$

3. Interès simple i compost.

Interès simple. Si depositem un capital C en un banc, durant un temps t a un rèdit $r\%$, s'obté un interès I donat per:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000}$$

segons t s'expressi en anys, mesos o dies.

Interès compost. Si cada cert període de temps, els interessos generats s'afegeixen al capital, aquests produiran més interessos.

Aquests períodes de temps (anys, mesos, ...) s'anomenen **períodes de capitalització**.

Si k és el nombre de períodes de capitalització que hi ha en un any, el capital final és igual a:

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t}$$

Taxa anual equivalent (TAE).

Expressa el creixement real d'un capital durant un any. Es calcula amb la fórmula:

$$TAE = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^k - 1 \right]$$

sent k el nombre de períodes de capitalització.

Capitalització.

El capital final que s'obté en ingressar una quantitat c , durant t períodes a un interès del $r\%$ en cada període és:

$$CF = \frac{c \cdot [(1+i)^{t+1} - (1+i)]}{i} \quad i = \frac{r}{k \cdot 100}$$

Amortització.

Si tenim un préstec d'una quantitat CI , a un interès del $r\%$, a tornar en t quotes periòdiques, cada quota és igual a:

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1} \quad i = \frac{r}{k \cdot 100}$$

Autoavaluació



1. Un automòbil consumeix 14 litres de gasolina cada 60 quilòmetres. Quants litres consumirà en 90 quilòmetres?
2. Repartir 130 objectes de forma inversament proporcional a 4 i 9.
3. Si 37 aixetes iguals omplen un dipòsit de 15 m^3 en 6 hores, quant temps tardaran 2 aixetes en omplir un dipòsit de 35 m^3 ?
4. En un congrés hi ha 154 persones espanyoles. Sabent que suposen el 55 % del total, quantes persones hi ha en el congrés?
5. El preu d'un ordinador era 1060 €. En primer lloc s'aplica un augment del 6 % i després una rebaixa del 4 %. Quin és el seu preu final?
6. Calcular el interès que produeix un capital de 2500 € col·locat a un interès simple del 8 % durant 160 dies.
7. Es col·loca un capital de 6800 € durant 5 anys a un interès compost del 3,5% amb períodes de capitalització anuals. Calcular el capital final que s'obté.
8. Calcular la taxa anual equivalent corresponent a un 5,25 % amb capitalització mensual.
9. Una persona ha tingut obert un pla de pensions durant 31 anys a un 4,25 %. Cada any ha ingressat una quota única de 500 €. De quina quantitat de diners disposa ara?
10. Una persona té un préstec hipotecari de 101000 € a un interès del 9 % anual i a tornar en 23 anys. Quant haurà de pagar cada mes?

Solucions dels exercicis per practicar

1. 110 grams
2. 12 paletes
3. Preu total: 17164 €
Preu individual: 373,13 €
4. 72 quilos
5. 21 dies
6. 800 €, 1400 €, 2000 €
7. 168 €, 42 €, 28 €
8. 234 alumnes noies
9. 700 alumnes nois
10. 1900264,50 €
11. 38 %
12. 25338 arbres
13. 270 ampolles
14. 3029,91 €
15. Capital final: 18770,72 €
TAE: 4,28 %
16. Capital final: 76351,51 €
Ingressa: 56160,00 €
17. Quota mensual: 1395,20 €
Import: 301362,42 €

Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. 21 litres
2. 90 y 40 objectes respectivament
3. 259 hores
4. 280 persones
5. 1086,80 €
6. 88,89 €
7. 8076,27 €
8. 5,38 %
9. 32302,47 €
10. 867,86 €
11. 3 %