



# Probabilitat

## Continguts

1. Experiments aleatoris  
Espai mostral i esdeveniments  
Operacions amb esdeveniments  
Esdeveniments compatibles i incompatibles
2. Probabilitat d'un esdeveniment  
La regla de Laplace  
Freqüència i probabilitat  
Propietats de la probabilitat
3. Experiments compostos  
Regla de la multiplicació  
Extraccions amb i sense devolució  
Probabilitat condicionada  
Probabilitat amb diagrames d'arbre

## Objectius

- Trobar els esdeveniments d'un experiment aleatori i realitzar operacions amb ells.
- Calcular la probabilitat d'un esdeveniment aplicant la regla de Laplace.
- Conèixer les propietats de la probabilitat.
- Trobar la probabilitat d'un esdeveniment en un experiment compost.
- Trobar probabilitats d'esdeveniments dependents i independents.
- Aplicar la probabilitat a situacions de la vida quotidiana.



**Abans de començar**

**Investiga**

Imagina't que estàs en un concurs de televisió en el qual t'ofereixen tres portes i n'has de triar una.

Darrera d'una de les portes hi ha un cotxe i darrera de cada una de les altres, un burro.

Tries una porta, però abans d'obrir-la, el presentador, que sap el que hi ha darrera de cada porta, n'obre una de les dues que no has triat, darrera la qual, per suposat hi ha un burro i, aleshores, et dona l'oportunitat de canviar la teva tria.

Naturalment vols emportar-te el cotxe: què faries, canviar o no canviar de porta?

Abans de decidir, anem a experimentar jugant. Pots jugar tu o bé fer que jugui l'ordinador automàticament; després de diferents intents escriu els resultats:



<b>Manual</b>	<b>Canviant</b>	<b>Mantenint</b>	<b>Total</b>
Intents			
Cotxes			
% encerts			

<b>Automàtic</b>	<b>Canviant</b>	<b>Mantenint</b>	<b>Total</b>
Intents			
Cotxes			
% encerts			

**CONTESTA**


**RESPOSTA**

Quan tries tu, com aconseguixes més cotxes, canviant o mantenint?	
Quan es tria automàticament, com s'aconsegueixen més cotxes, canviant o mantenint?	
Després de lo vist, si vols emportar-te el cotxe, què faries, canviar de porta o no canviar?	



Si fas una aposta a la Bonoloto, quina probabilitat tens d'encertar els 6 nombres?

I tres? \_\_\_\_\_

Clica  per anar a la pàgina següent.

## 1. Experiments aleatoris

### 1.a. Espai mostral i esdeveniments

Llegeix les definicions de la pantalla i completa:

Són experiments **aleatoris**, aquells en els quals \_\_\_\_\_

S'anomena espai **mostral** \_\_\_\_\_


Un **esdeveniment elemental** és \_\_\_\_\_

Un **esdeveniment** és \_\_\_\_\_

Hi ha un esdeveniment que es verifica sempre, \_\_\_\_\_ i coincideix amb el \_\_\_\_\_

Fixa't en l'escena. Podem extreure de forma aleatòria una carta de la baralla. Apareixen diversos esdeveniments, i si moum el ratolí per sobre d'ells, apareixen els esdeveniments elementals que els formen. Amb l'ajuda de l'escena, completa aquesta taula:

ESDEVENIMENT	ESDEVENIMENTS ELEMENTALS
Treure el rei d'oros	
Treure oros o rei	
Treure una figura	

Clica  per anar a la pàgina següent.

### 1.b. Operacions amb esdeveniments

Llegeix les definicions de la pantalla i completa:


Amb els esdeveniments d'un experiment aleatori es poden realitzar diferents operacions. Donats dos esdeveniments A i B:

- La **unió** de A i B, **A∪B**, és l'esdeveniment format per \_\_\_\_\_  
Ocorre quan \_\_\_\_\_
- La **intersecció**, **A∩B**, és l'esdeveniment format pels \_\_\_\_\_  
Ocorre quan \_\_\_\_\_
- La **diferència** de A i B, **A\B**, és l'esdeveniment format per \_\_\_\_\_  
Ocorre quan \_\_\_\_\_
- L'**esdeveniment contrari** a un de donat A,  **$\bar{A}$** , és l'esdeveniment format per \_\_\_\_\_  
Ocorre quan \_\_\_\_\_
- L'esdeveniment contrari del **segur** és l'esdeveniment \_\_\_\_\_, que no es verifica mai, i que s'indica amb  $\emptyset$ .

A l'escena pots veure un exemple de diferents esdeveniments i els seus contraris:

En una urna hi ha 12 boles numerades del 1 al 12. Es treu una bola i es mira el nombre, i considerem els esdeveniments: A= "sortir parell" i B= "sortir múltiple de 3". Escribeu a continuació els esdeveniments elementals que formen els esdeveniments indicats a la taula:

A		$\bar{A}$	
B		$\bar{B}$	
A∪B		$\overline{A \cup B}$	
A∩B		$\overline{A \cap B}$	
A\B		$\overline{A \setminus B}$	
B\A		$\overline{B \setminus A}$	

Clica  per anar a la pàgina següent.

### 1.c. Esdeveniments compatibles i incompatibles

Llegeix les definicions de la pantalla i completa:

En un experiment aleatori hi ha esdeveniments que poden verificar alhora i d'altres que no.

- Dos esdeveniments es diuen **compatibles** si \_\_\_\_\_. En aquest cas,  $A \cap B \neq \emptyset$ : \_\_\_\_\_ verificar alhora.
- Dos esdeveniments es diuen **incompatibles** si no \_\_\_\_\_. En aquest cas,  $A \cap B = \emptyset$ , \_\_\_\_\_ verificar alhora.

Un esdeveniment i el seu contrari són sempre \_\_\_\_\_, però dos esdeveniments incompatibles no sempre són \_\_\_\_\_.


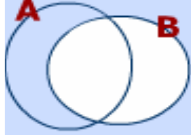
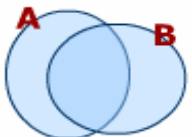
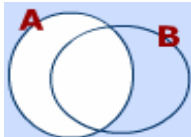




Donat l'espai mostral = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}, i els esdeveniments: **Vermell** = {1, 4, 7, 10}, **Verd** = {1, 2, 3}, **Blau** = {3, 6, 9, 12}, **Gris** = {7, 8, 9} i **Taronja** = {3, 5, 7}, amb l'ajuda de l'escena diguéis si són compatibles o no els esdeveniments:


ESDEVENIMENTS	COMPATIBLES / INCOMPATIBLES	ESDEVENIMENTS	COMPATIBLES / INCOMPATIBLES
Verd i vermell		Vermell i blau	
Verd i blau		Verd i groc	
Blau i gris		Vermell i groc	
Verd i gris		Groc i gris	
Vermell i gris		Groc i blau	

Representar els esdeveniments i les operacions mitjançant un diagrama, ajuda a entendre'ls millor.

Clica el botó  per fer uns exercicis.

Clica sobre dos interrogants de diferent color per aparellar una operació entre esdeveniments i el diagrama corresponent. Completa els resultats en aquesta taula:

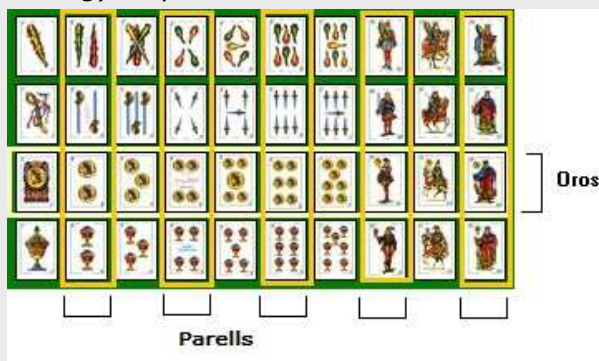
			
			
			
			

Clica  per anar a la pàgina següent.


### EXERCICIS

1. En una bossa tenim tres boles numerades: 1, 2 i 3. Considerem l'experiment d'extreure una bola i anotar-ne el número. Escriu tots els esdeveniments possibles. Indica quins d'ells són els elementals.

2. En una baralla, sota l'experiment d'extreure una carta, considera els esdeveniments a) parell, b) oros, c) parell i oros, d) parell o oros, e) parell menys oros, f) oros menys parell i g) no parell. Escriu els esdeveniments elementals que els formen.



3. En tirar un dau considerem els esdeveniments:  $A = \{\text{parell}\}$ ,  $B = \{\text{més gran que } 3\}$  i  $C = \{\text{imparell}\}$ . Dels tres parells d'esdeveniments possibles AB, AC i BC, indica quins són compatibles i/o incompatibles.

Clica  per anar a la pàgina següent.

## 2. Probabilitat d'un esdeveniment

### 2.a. La regla de Laplace

Llegeix les definicions de la pantalla.

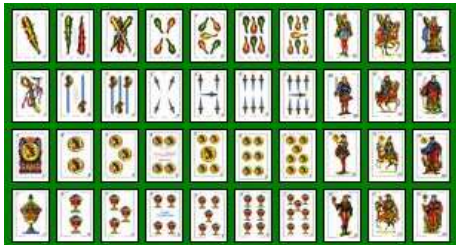
CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
Quan diem que un experiment aleatori és <b>regular</b> ?	
Què significa que els esdeveniments elementals són <b>equiprobables</b> ?	
Donat un esdeveniment A, a què anomenem <b>casos favorables</b> ? I <b>casos possibles</b> ?	
Podem aplicar sempre la <b>regla de Laplace</b> ? Si la resposta és negativa, indica quan es pot aplicar.	

A continuació escriu la fórmula de la **Regla de Laplace**

$$P(A) = \frac{\text{nre. casos}}{\text{nre. casos}}$$

Amb l'ajuda de l'escena de la dreta, calcula les probabilitats següents:

Extraiem una carta d'una baralla de 40



ESDEVENIMENTS	PROBABILITAT
Que sigui d'un coll determinat	
Que sigui d'un nombre determinat	
Que sigui un as o un basto	
Que sigui un as i un basto	
Que no sigui ni as ni basto	


Clica el botó



per fer uns exercicis.

Considerant l'experiment "tirar un dau" o "extreure una carta de la baralla espanyola", calcula les probabilitats següents:

- |                 |             |                  |                    |
|-----------------|-------------|------------------|--------------------|
| P(parell)=      | P(senar)=   | P(oros o copes)= | P(3 de bastos)=    |
| P(>4)=          | P(2 o 6)=   | P(oros)=         | P(bastos)=         |
| P(3)=           | P(>2 i <5)= | P(rei)=          | P(bastos o copes)= |
| P(<5 i parell)= | P(>2 o <5)= | P(rei d'oros)=   | P(figura)=         |
| P(3 o parell)=  | P(>3 i <5)= | P(un 3)=         | P(figura d'oros)=  |

Clica  per anar a la pàgina següent.

## 2.b. Freqüència i probabilitat

Llegeix les definicions de la pantalla i completa:

La **freqüència absoluta** d'un esdeveniment és \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_. La **freqüència relativa** és \_\_\_\_\_

La **lleï dels grans nombres** diu que quan repetim un experiment \_\_\_\_\_

Com a conseqüència de la llei dels grans nombres, tenim una nova **definició de probabilitat** d'un esdeveniment com \_\_\_\_\_

A l'escena de la dreta es simula el llançament de tres monedes; a partir dels resultats dels llançaments, compara les probabilitats i les freqüències dels esdeveniments:

Nre. de llançaments	>100	>200	>500	>1000		
fr(0 cares)=					P(0 cares)=	
fr(1 cares)=					P(1 cares)=	
fr(2 cares)=					P(2 cares)=	
fr(3 cares)=					P(3 cares)=	

### CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:

### RESPOSTES

Com és la probabilitat d'obtenir zero cares, major o menor que la seva freqüència?	
Com és la probabilitat d'obtenir dues cares, major o menor que la seva freqüència?	
Quan s'assemblen més les freqüències, amb 100 llançaments o amb més de 1000? Per què?	

Clica el botó  per fer uns exercicis.

Practica amb l'escena i escriu a continuació un exercici:

En una urna hi ha \_\_\_ boles blaves i vermelles, no sabem quantes de cada color. Per esbrinar-ho extraiem una bola, en mirem el color i la retornem a l'urna abans de treure'n una altra. Repeteix l'experiment moltes vegades i observa la tendència de les freqüències relatives. Després d'extreure més de 3000 boles contesta:

Quantes boles de cada color estimes que hi ha a l'urna?

**Blaves**

**Vermelles**

Clica  per anar a la pàgina següent.

## 2.c. Propietats de la probabilitat

Vista la relació entre freqüència relativa i probabilitat, es verifica que:

- La probabilitat d'un esdeveniment és un nombre \_\_\_\_\_.
- La probabilitat de l'**esdeveniment segur** és \_\_\_\_\_ i la de l'**esdeveniment impossible** és \_\_\_\_\_.
- La probabilitat de la **unió de dos esdeveniments incompatibles** és \_\_\_\_\_

I a més, d'aquestes propietats es dedueix que:

- La probabilitat de l'**esdeveniment contrari** és  $p(\bar{A}) =$  \_\_\_\_\_
- La probabilitat de la **unió de dos esdeveniments compatibles** és \_\_\_\_\_

A l'escena de la dreta hi ha un exemple resolt:

En una urna hi ha 10 boles numerades del 1 al 10. Es treu una bola i es mira el nombre. Considerem els esdeveniments:  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  i  $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ .


Amb ajuda de l'escena escriu la probabilitat dels esdeveniments de la taula:

$p(A)$	$p(A \cap B)$	$p(\bar{A})$	$p(\overline{A \cap B})$
$p(B)$	$p(A \setminus B)$	$p(\bar{B})$	$p(\overline{A \setminus B})$
$p(A \cup B)$	$p(B \setminus A)$	$p(\overline{A \cup B})$	$p(\overline{B \setminus A})$

Clica el botó  per fer un exercici.

Llegeix l'exemple resolt i a continuació fes tu un exercici de cada tipus:

<b>1</b>	En un grup el ___% parla francès, i el ___% parla anglès. Si el ___% parla els dos idiomes, quin percentatge parla algun dels dos, francès o anglès?
<b>2</b>	En una classe el ___% aprova Llengua i el ___% aprova Matemàtiques. Si el ___% ha aprovat alguna de les dues, quin percentatge ha aprovat les dues assignatures?
<b>3</b>	En un institut, el ___% dels estudiants de 4t d'ESO han triat Física i el ___% Tecnologia. Si el ___% ha triat totes dues, quin percentatge no cursa cap de les dues assignatures?

Clica  per anar a la pàgina següent.




### EXERCICIS

4. Tenim un dau de 20 cares  $\{1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,6,6,6,6,6\}$  perfectament equilibrat:
  - a) Quina és la probabilitat d'obtenir cada un dels resultats possibles?
  - b)  $P(\text{parell}) =$
  - c)  $P(\text{més gran que } 3) =$
  - d)  $P(\text{parell i més gran que } 3) =$
  - e)  $P(\text{parell o més gran que } 3) =$
  
5. En una bossa tenim 7 boles vermelles, 9 boles blaves i 4 verdes. Extraiem una bola. Calcula la probabilitat que:
  - a) No sigui vermella
  - b) Sigi vermella o blava
  
6. En una urna hi ha 40 boles vermelles i blaves, no sabem quantes de cada color. Per esbrinar-ho, extraiem una bola, mirem el color i la retornem a l'urna abans de treure'n una altra. Repetim l'experiment 1000 vegades i obtenim 807 boles vermelles i 193 boles blaves. Quantes boles de cada color estimes que hi ha a l'urna?
  
7. En un grup, el 40% juga a bàsquet i el 60% a futbol, sabent que el 85% practica algun dels dos esports, quin percentatge juga a tots dos?



8. En una classe el 68% aprova Llengua i el 66% Matemàtiques, si el 43% ha aprovat les dues assignatures, quin percentatge no aprova cap de les dues?.

Clica  per anar a la pàgina següent.

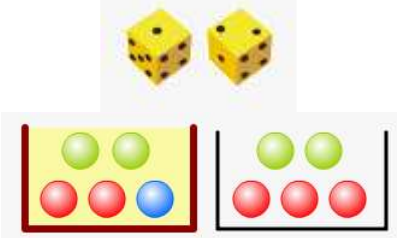
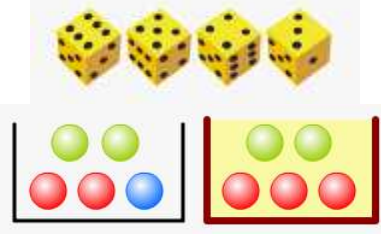
### 3. Experiments compostos


#### 3.a. Regla de la multiplicació

Un **experiment compost** és el que \_\_\_\_\_

Per calcular l'espai mostral d'un experiment compost convé, en molts casos, fer un diagrama d'arbre que representi totes les opcions. Cada resultat ve donat per un camí del diagrama. La probabilitat d'un esdeveniment en un experiment compost és el \_\_\_\_\_ de les probabilitats dels esdeveniments simples que el formen. Observa a l'escena com es construeix el diagrama d'arbre de l'exemple i com s'utilitza per calcular la probabilitat de cada esdeveniment.

Clica el botó  per fer un exercici

<b>1</b>	Es fa girar una ruleta un cop, segons el color que surti, es segueix un camí o l'altre. Cada camí porta a una altra ruleta. Per calcular la probabilitat de cada color final n'hi ha prou amb multiplicar l'obtinguda a la primera ruleta per la de la segona. Clica sobre <b>ALTRES RULETES</b> per començar; fes diferents exemples i a continuació copia'n un.		
	$P(\mathbf{A}) =$	$P(\mathbf{V}) =$	
	$P(\mathbf{N}) =$	$P(\mathbf{R}) =$	
<b>2</b>	Tenim dues urnes, A i B, amb boles vermelles, verdes i blaves. Tirem un dau, si surt 1 o 2 traiem una bola de A, i si surt 3, 4, 5 o 6 de B		
			
	$p(\mathbf{A} \text{ i Vermell}) = \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$	$p(\mathbf{A} \text{ i Verd}) = \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$	$p(\mathbf{A} \text{ i Blau}) = \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$
	$p(\mathbf{B} \text{ i Vermell}) = \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$	$p(\mathbf{B} \text{ i Verd}) = \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$	$p(\mathbf{B} \text{ i Blau}) = \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$

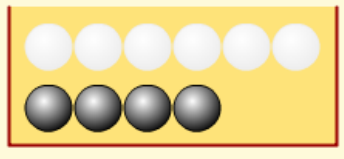
Clica  per anar a la pàgina següent.


### 3.b. Extraccions amb i sense devolució

Un exemple d'experiment compost el trobem en l'extracció successiva de cartes o de boles d'una urna, ...: en aquests casos s'ha de considerar si es retorna la carta, bola, etc. abans de treure la següent o no.

A la pàgina hi ha una escena amb un exemple d'extracció de cartes d'una baralla espanyola; practica amb ella abans de fer l'exercici.

Clica el botó  per fer un exercici.

En una urna hi ha 6 boles blanques i 4 negres. Traiem dues boles, una rere l'altra. Fes el diagrama d'arbre en cada cas:		
	<b>Amb devolució</b>	<b>Sense devolució</b>
Calcula les següents probabilitats:	<b>Amb devolució</b>	<b>Sense devolució</b>
quina és la probabilitat que les dues siguin blanques?		
quina és la probabilitat que la 1a sigui blanca i la 2a negra?		
quina és la probabilitat que les dues siguin negres?		

Clica  per anar a la pàgina següent.

### 3.c. Probabilitat condicionada

Quan es realitzen observacions de diferents esdeveniments, pot passar que uns depenguin d'altres.

S'anomena **probabilitat condicionada**, de B a A, i s'expressa  **$P(B/A)$**  a la probabilitat que

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Si cliques l'enllaç **Per què?** veuràs la demostració d'aquesta fórmula.

Donats dos esdeveniments, es diu que són **independents** si \_\_\_\_\_

Donats dos esdeveniments, es diu que són **dependents** si \_\_\_\_\_

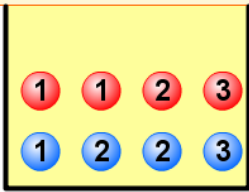
- A i B **independents**:  $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
- A i B **dependents**:  $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$

A l'escena de la dreta tens un exemple d'esdeveniments dependents; segueix les instruccions per veure l'explicació.

Primer fes tu els càlculs i comprova-ho a l'escena després:

Fixa't bé en les boles numerades que conté l'urna.  
Anem a extreure una bola, i volem esbrinar si tindràs premi.

Segueix les instruccions de l'escena per veure la teva probabilitat de premi.






Nombre	Vermella	Blava
$p(1)=$	$p(1/vermella)=$	$p(1/blava)=$
$p(2)=$	$p(2/vermella)=$	$p(2/blava)=$
$p(3)=$	$p(3/vermella)=$	$p(3/blava)=$

Explica a continuació quins esdeveniments són independents i per què:

Explica a continuació quins esdeveniments són dependents i per què:

Clica el botó  per fer un exercici

En una urna hi ha \_\_\_ boles de colors i buides, algunes de les quals tenen un premi a l'interior. La distribució de les boles segons colors i AMB PREMI o SENSE PREMI és a la taula. Completa la taula:

				TOTAL
AMB PREMI				
SENSE PREMI				
TOTAL				

Aquest tipus de taules s'anomenen **TAULES DE CONTINGÈNCIA** i es caracteritzen per \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Extraiem una bola a l'atzar, calcula les probabilitats demanades:


probabilitat que tingui premi  $p(\text{premi}) =$  \_\_\_\_\_

probabilitat que sigui verda  $p(\text{verda}) =$  \_\_\_\_\_

probabilitat que sigui verda i tingui premi  $p(\text{verda} \cap \text{premi}) =$  \_\_\_\_\_

si la bola és verda, la probabilitat que tingui premi  $p(\text{verda} / \text{premi}) =$  \_\_\_\_\_

Com són els esdeveniments *sortir bola verda* i *sortir bola amb premi*? \_\_\_\_\_

Clica  per anar a la pàgina següent.

### 3.d. Probabilitat amb diagrames d'arbre

Com has pogut veure, en els experiments compostos es pot fer un diagrama d'arbre, i cada resultat ve donat per un camí d'aquest arbre.

Per calcular una probabilitat només s'ha de dibuixar el camí corresponent, i el producte de les probabilitats de totes les branques que el formen serà el valor que busquem.

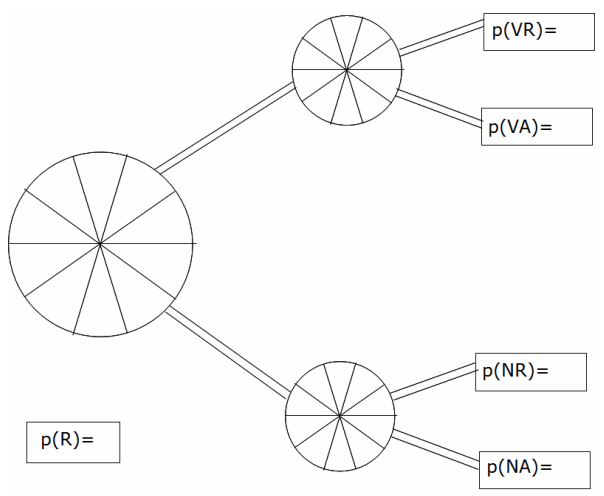
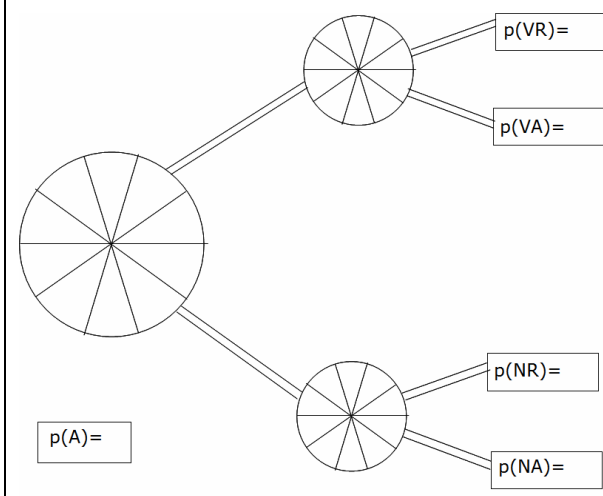
- Si passa A i després B:  $P(A \text{ i } B) = \underline{\hspace{2cm}}$
- La suma de les probabilitats de tots els camins és igual a  $\underline{\hspace{2cm}}$
- La probabilitat d'un esdeveniment compost per diferents camins, es calcula  $\underline{\hspace{2cm}}$  la dels camins respectius.

A l'exemple de l'escena de la dreta pots comprovar aquest darrer resultat. Juga i observa la suma total.

Clica el botó  per fer un exercici

A l'esquerra tens una ruleta que determina quin camí triem entre dos, i una ruleta en cada camí per triar el color; cada cop que cliques **Noves ruletes**, tens un exercici diferent, i després d'introduir els resultats, clica **Comprovar** per saber si ho has fet bé.

Fes a continuació dos exercicis, calculant les probabilitats que s'indiquen en cada cas:

	
---	--

Clica  per anar a la pàgina següent.

### EXERCICIS

9. Amb les ruletes de la figura adjunta, calcula la probabilitat de cada un dels camins.

$P(\text{blau}) =$

$P(\text{taronja}) =$

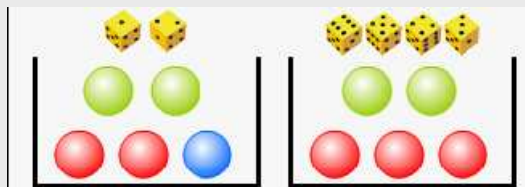
$P(\text{verd}) =$

$P(\text{vermell}) =$



10. Tirem un dau de 4 cares  $\{1,2,3,4\}$  i un altre de 10 cares  $\{1,2,2,3,3,3,4,4,4,4\}$ . Quina és la probabilitat d'obtenir dos 3? I dos 4?

11. Tirem un dau, si surt 1 o 2, traiem una bola de la urna A i si no, de la B. Quina és la probabilitat de treure la bola blava?

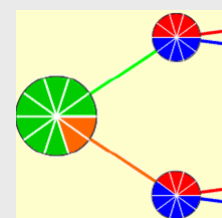


12. En una bossa tenim 5 boles numerades del 1 al 5. Extraiem dues boles,  
 a) quina és la probabilitat d'obtenir un 2 i un 3 si no retornem les boles tretes?  
 b) i quina si les retornem?
13. En una capsa hi ha 6 boles blanques i 4 boles negres, quina probabilitat hi ha de que extraient dues boles siguin les dues blanques? Fes-ho amb i sense devolució.

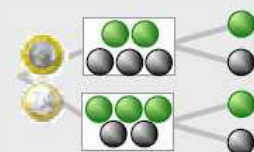
14. En una capsa hi ha 12 boles de tres colors: vermelles, verdes i blaves. Estan buides i en algunes hi ha premi i en d'altres no. La distribució de premis i colors és la que s'indica a la taula. Calcula la probabilitat dels successos "premi" i cada "color" i indica si són dependents o independents en cada cas.

	<span style="color:red">●</span>	<span style="color:green">●</span>	<span style="color:blue">●</span>	TOTAL
CON PREMIO	1	1	2	4
SIN PREMIO	1	2	5	8
TOTAL	2	3	7	12

15. Calcula la probabilitat d'obtenir vermell en les ruletes de la figura.



16. Llançem una moneda, si surt cara traiem una bola d'una urna amb 2 boles verdes i 3 boles negres, i si surt creu, la traiem d'una altra urna amb 3 boles verdes i 2 boles negres. Calcula la probabilitat que la bola extreta sigui verda.





## Recorda el més important – RESUM

### Experiments aleatoris

Un experiment aleatori és aquell en el qual \_\_\_\_\_ el resultat per molt que es repeteixi.

Espai **mostral** \_\_\_\_\_

Direm **esdeveniment** \_\_\_\_\_ Esdeveniment **segur**: \_\_\_\_\_

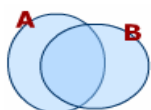
Esdeveniments **elementals**: \_\_\_\_\_ Esdeveniment **impossible**: \_\_\_\_\_

Un esdeveniment A: \_\_\_\_\_ Esdeveniment **contrari** a un esdeveniment A: \_\_\_\_\_

Dos esdeveniments són **compatibles** si \_\_\_\_\_ Dos esdeveniments són **incompatibles** si \_\_\_\_\_

### Operacions amb esdeveniments

**Unió  $A \cup B$**  : es verifica quan



**Intersecció  $A \cap B$**  : es verifica quan



**Diferència  $A - B$**  : es verifica quan



### Regla de Laplace

Es pot aplicar només quan els esdeveniments elementals són \_\_\_\_\_

$$p = \frac{N_{\text{casos}}}{N_{\text{casos}}}$$

### Propietats de la probabilitat

$p(\text{E. segur}) = P(E) = \underline{\hspace{2cm}}$ $p(\text{E. impossible}) = P(\emptyset) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{2cm}} \leq P(\text{esdeveniment}) \leq \underline{\hspace{2cm}}$ $p(\bar{A}) = 1 - p(\underline{\hspace{2cm}})$	A i B són <b>incompatibles</b> $p(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$	A i B són <b>compatibles</b> $p(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$
---	--	--

### Probabilitat condicionada

En esdeveniments consecutius poden produir-se dues situacions:

**Independents**

**Dependents**

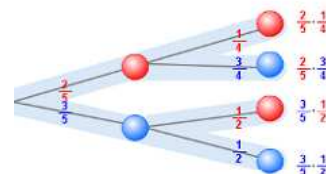
Probabilitat condicionada

$$p(B/A) = \underline{\hspace{2cm}}$$

### Experiments compostos

La probabilitat d'un camí

**P(A i després B)** = \_\_\_\_\_



Clica per anar a la pàgina següent.



## Per practicar

Ara practicaràs resolent diferents EXERCICIS. En les pàgines següents trobaràs EXERCICIS de:

**Esdeveniments i probabilitat senzills**

**Esdeveniments compostos i probabilitat condicionada.**

Completa l'enunciat amb les dades de cada EXERCICI de la pantalla i després resol-lo.

És important que primer el resolguis tu i després comprovis a l'ordinador si ho has fet bé.

### Esdeveniments i probabilitat senzills

#### 1 Esdeveniments (4 tipus d'exercicis)

**1.1.** Triem una fitxa de dòmino a l'atzar, descriu els esdeveniments:

A= La suma dels punts és més gran que \_\_\_\_

B= La suma dels punts és un múltiple de \_\_\_\_

Escriu  $A \cap B$  i  $A \cap \bar{B}$



**1.2.** Amb un diagrama d'arbre construeix l'espai mostral de l'experiment de tirar 4 monedes. Considera els esdeveniments

A= sortir una \_\_\_\_\_

B= sortir almenys dues \_\_\_\_\_

Escriu  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  i l'esdeveniment contrari de B



**1.3.** Tirem un dau de 12 cares i anotem el nombre de la cara superior. Descriu els esdeveniments

A=treure un nre. parell

B=treure un nre. més gran que \_\_\_\_

C=treure un nre. menor que \_\_\_\_

D=treure un múltiple de \_\_\_\_

Indica quins parells d'aquests esdeveniments són incompatibles.



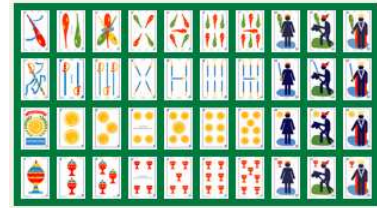


1.4. En l'experiment de treure una carta de la baralla espanyola, considera els esdeveniments:

A= treure una figura

B= treure \_\_\_\_\_

Escriu els esdeveniments  $\bar{A} \cap B$  i  $A \cap \bar{B}$

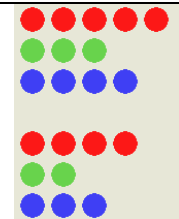


**2 Regla de Laplace (6 tipus d'exercicis)**

2.1. Dins d'una capsa hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles verdes i \_\_\_ boles blaves.

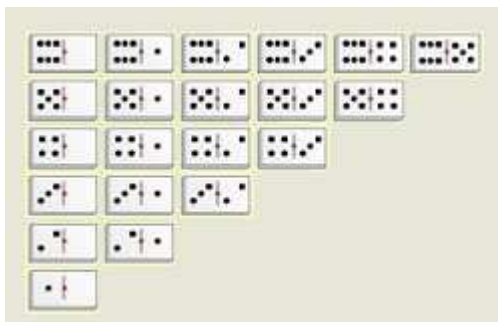
A una altra capsa hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles verdes i \_\_\_ boles blaves.

En quina capsa és més gran la probabilitat de treure una bola \_\_\_\_\_?



2.2. Damunt la taula tenim les dues cartes de la baralla espanyola que apareixen a la imatge; traiem una altra carta. Calcula la probabilitat que sigui \_\_\_\_\_.

2.3. Traiem totes les fitxes dobles d'un joc de dòmino i després triem una fitxa a l'atzar. Calcula la probabilitat que la suma dels punts sigui un múltiple de \_\_\_\_\_.



2.4. Formem tots els nombres de tres xifres possibles amb el \_\_\_\_, el \_\_\_\_ i el \_\_\_\_\_. En triem un a l'atzar. Calcula la probabilitat que acabi en \_\_\_\_\_.

2.5. Es tria a l'atzar un nombre entre els \_\_\_\_\_ primers nombres naturals (a partir del 1). Calcula la probabilitat dels esdeveniments:

A= sortir un nre. més gran que \_\_\_\_ i més petit que \_\_\_\_

B= sortir un múltiple de \_\_\_\_\_

2.6. Un professor benèvol ha decidit corregir un examen de probabilitat de la forma següent:

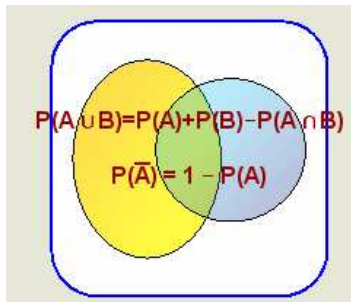
Tira dos daus i es fixa en la més gran de les puntuacions obtingudes, si aquesta és menor que \_\_\_\_ posa Insuficient i en els altres casos, Suficient. Amb aquest mètode, quina probabilitat té un estudiant de \_\_\_\_\_?



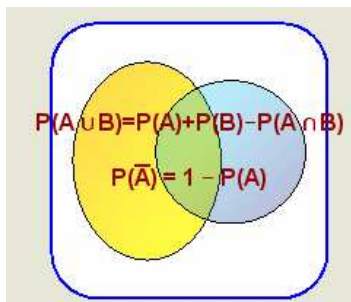
### 3 Propietats de la probabilitat (5 tipus d'exercicis)

3.1. Un dau està trucat de forma que les cares són un nombre \_\_\_\_\_ tenen \_\_\_\_\_ probabilitat de sortir que les que no ho són. Calcula la probabilitat de cadascuna de les cares i la de treure un nombre \_\_\_\_\_.

3.2. Considera dos esdeveniments A i B d'un experiment aleatori. Si  $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$  i  $P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ; calcula la probabilitat de  $A \setminus B$  i de  $B \setminus A$ .



3.3. La probabilitat d'un esdeveniment A és  $p(A) = \underline{\hspace{2cm}}$  i la d'un altre B és  $p(B) = \underline{\hspace{2cm}}$ . Si la probabilitat que passin els dos a la vegada és  $p(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ; calcula la probabilitat que no passi cap dels dos.



3.4. La probabilitat d'un esdeveniment A és  $\underline{\hspace{2cm}}$ . Calcula la probabilitat de l'esdeveniment contrari.

3.5. Dins una urna hi ha boles blanques, vermelles i negres, però no sabem quantes ni en quina proporció. En 1000 extraccions (amb reposició) hem obtingut bola blanca  $\underline{\hspace{2cm}}$  vegades, vermella  $\underline{\hspace{2cm}}$  vegades i negra  $\underline{\hspace{2cm}}$  vegades. En fer una nova extracció, quina probabilitat hi ha de treure una bola  $\underline{\hspace{2cm}}$ ? Si a l'urna hi ha  $\underline{\hspace{2cm}}$  boles, quantes estimes que hi haurà de cada color?

Clica per anar a la pàgina següent.

**Esdeveniments compostos i probabilitat condicionada.**

**4. Boles de l'urna** (Fes almenys dos exercicis sense canviar d'opció)

4.1. En una capsula hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. S'extreuen successivament i **amb** reposició dues boles. Calcula la probabilitat que totes dues siguin del mateix color.

4.2. En una capsula hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. S'extreuen successivament i **sense** reposició dues boles. Calcula la probabilitat que totes dues siguin del mateix color.

**5. Una de cada** (Fes almenys dos exercicis sense canviar d'opció)

5.1. En una capsula hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. En una altra hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. S'extreu una bola de cada capsula, calcula la probabilitat que totes dues siguin del mateix color.

5.2. En una capsula hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. En una altra hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. S'extreu una bola de cada capsula, calcula la probabilitat que totes dues siguin del mateix color.

**6. Primer el dau** (Fes almenys dos exercicis sense canviar d'opció)

6.1. En una urna, A, hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. En una urna, B, hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. Tirem un dau, si surt un nombre més gran que \_\_\_ es treu una bola de l'urna A i si no, de la B. Calcula la probabilitat que la bola sigui \_\_\_\_\_.

- 6.2. En una urna, A, hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. En una urna, B, hi ha \_\_\_ boles vermelles, \_\_\_ boles blanques i \_\_\_ boles negres. Tirem un dau, si surt un nombre més gran que \_\_\_ es treu una bola de l'urna A i si no, de la B. Calcula la probabilitat que la bola sigui \_\_\_\_\_.

**7. De la baralla** (Fes almenys dos exercicis sense canviar d'opció)

- 7.1. S'extreuen dues cartes d'una baralla espanyola **sense** reposició. Calcula la probabilitat que:  
 a) totes dues siguin del mateix coll  
 b) una sigui de \_\_\_\_\_ i l'altra de \_\_\_\_\_

- 7.2. S'extreuen dues cartes d'una baralla espanyola **amb** reposició. Calcula la probabilitat que:  
 a) totes dues siguin del mateix coll  
 b) una sigui de \_\_\_\_\_ i l'altra de \_\_\_\_\_

**8. Amb ulleres o sense** (Fes almenys dos exercicis sense canviar d'opció)

- 8.1. En un institut hi ha \_\_\_\_\_ estudiants, \_\_\_\_\_ dels quals són nois i la resta noies. El \_\_\_% dels nois i el \_\_\_% de les noies porten ulleres. Si triem un estudiant a l'atzar, calcula la probabilitat que **no porti** ulleres?

	amb ulleres	sense ulleres
H		
D		

- 8.2. En un institut hi ha \_\_\_\_\_ estudiants, \_\_\_\_\_ dels quals són nois i la resta noies. El \_\_\_% dels nois i el \_\_\_% de les noies porten ulleres. Si triem un estudiant a l'atzar, calcula la probabilitat que **porti** ulleres?

	amb ulleres	sense ulleres
H		
D		

**9. Fumadors i no fumadors** (Fes almenys dos exercicis sense canviar d'opció)

**9.1.** En una empresa treballen \_\_\_\_ homes i \_\_\_\_ dones. Hi ha \_\_\_\_ homes i \_\_\_\_ dones que són fumadors. Si triem una persona d'aquesta empresa a l'atzar, calcula la probabilitat que:

- a) sigui una dona fumadora
- b) sigui una dona si sabem que fuma.

	F	NF
H		
D		

**9.2.** En una empresa treballen \_\_\_\_ homes i \_\_\_\_ dones. Hi ha \_\_\_\_ homes i \_\_\_\_ dones que són fumadors. Si triem una persona d'aquesta empresa a l'atzar, calcula la probabilitat que:

- a) sigui una dona no fumadora
- b) sigui una dona si sabem que no fuma.

	F	NF
H		
D		

**10. Monedes a la butxaca** (Fes almenys dos exercicis sense canviar d'opció)

**10.1.** A una butxaca porto \_\_\_\_ monedes de 10 cèntims, \_\_\_\_ de 20 cèntims i \_\_\_\_ de 1 €. Trec dues monedes a l'atzar. Calcula probabilitat que:

- a) les dues siguin de \_\_\_\_\_
- b) tregui \_\_\_\_\_.

**10.2.** A una butxaca porto \_\_\_\_ monedes de 10 cèntims, \_\_\_\_ de 20 cèntims i \_\_\_\_ de 1 €. Trec dues monedes a l'atzar. Calcula probabilitat que:

- a) les dues siguin de \_\_\_\_\_
- b) tregui \_\_\_\_\_.


**11. Tirant a bàsquet** (Fes almenys dos exercicis sense canviar d'opció)

**11.1.** Un jugador de bàsquet acostuma a encertar el \_\_\_\_% dels seus tirs des del punt de llançament de personals. Si tira tres vegades, calcula la probabilitat que:

- a) faci bàsquet \_\_\_\_\_ cops
- b) no faci cap bàsquet

**11.2.** Un jugador de bàsquet acostuma a encertar el \_\_\_\_% dels seus tirs des del punt de llançament de personals. Si tira tres vegades, calcula la probabilitat que:

- a) faci bàsquet \_\_\_\_\_ cops
- b) no faci cap bàsquet

Clica  per anar a la pàgina següent.

## Autoavaluació



Completa aquí cada un dels enunciats que van apareixent a l'ordinador i resol-lo, després introdueix el resultat per comprovar si la solució és correcta.

- |  |  |
|--|--|
| <p>1 Escrivim cadascuna de les lletres de la paraula _____ en un paper i en traiem una a l'atzar. Escriu l'esdeveniment "sortir vocal"</p>   |  |
| <p>2 Una moneda està trucada de manera que la probabilitat de sortir _____ és _____ vegades la probabilitat de sortir _____. Calcula la probabilitat de sortir _____?</p>                                |  |
| <p>3 En una bossa hi ha 100 boles numerades del 0 al 99. S'extreu una bola. Calcula la probabilitat que entre les seves xifres no hi hagi el _____.</p>  |  |
| <p>4 Es tria una fitxa de dòmino, considera els esdeveniments: A="sortir una fitxa doble", B="la suma dels punts és múltiple de _____". Quina és la probabilitat de AUB?</p>                             |  |
| <p>5 Si A i B són dos esdeveniments tals que <math>P(A)=\_\_\_\_\_\_</math>, <math>P(B)=\_\_\_\_\_\_</math> i <math>P(A \cap B)=\_\_\_\_\_\_</math>. Calcula la probabilitat que no passi ni A ni B.</p> |  |
| <p>6 Llancem una moneda i un dau. Calcula la probabilitat que surti "_____ " i "nombre _____".</p>   |  |
| <p>7 Tenim dues urnes amb boles vermelles, verdes i blaves. Traiem una bola de cada urna. Calcula la probabilitat que les dues boles siguin _____.</p>   |  |
| <p>8 Els resultats d'un examen fet per dos grups de 4t d'ESO es mostren a la taula adjunta. Es tria un estudiant a l'atzar. Calcula la probabilitat que sigui del grup _____ si ha _____.</p>            |  |
| <p>9 Dins un calaix, tinc _____ mitjons de color blanc i _____ de color negre. Si agafo dos mitjons sense mirar, quina probabilitat hi ha que siguin del mateix color?</p>                               |  |
| <p>10 Es treuen dues cartes d'un joc de 40, una rere l'altra. Si l'extracció es fa _____ reposició, calcula la probabilitat que _____.</p>   |  |



## Per practicar més

1. Llancem un dau de dotze cares i anotem el nombre de la cara superior. Descriu els esdeveniments:

A="Treure un nombre parell"

B="Treure un nombre més gran que 6"

C="Treure un nombre més petit que 3"

D="Treure un múltiple de 3"

Indica quin d'aquests esdeveniments són incompatibles.

2. Triem una fitxa de dòmino a l'atzar, descriu els esdeveniments: A="La suma dels punts és més gran que 7"; B="La suma dels punts és múltiple de 5".  
Escriu  $A \cap B$  i  $A \cap \bar{B}$ .

3. En el experiment de treure una carta d'una baralla espanyola, considera els esdeveniments:

A="Treure una figura", B="Treure copes"

Escriu els esdeveniments:  $A \cap B$  i  $A \cap \bar{B}$ .



4. A l'escola municipal d'un poble hi ha classes per esports d'equip de bàsquet, futbol i voleibol. Hi ha 100 inscrits en esports d'equip, 70 van a classes de futbol, 60 de bàsquet i 40 a futbol i bàsquet. Quants van només a voleibol?

5. Amb un diagrama d'arbre, construeix l'espai mostral de l'experiment de llançar 4 monedes. Considera els esdeveniments:

A="Sortir una cara"

B="Sortir almenys dues creus"

Escriu  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  i l'esdeveniment contrari de B.

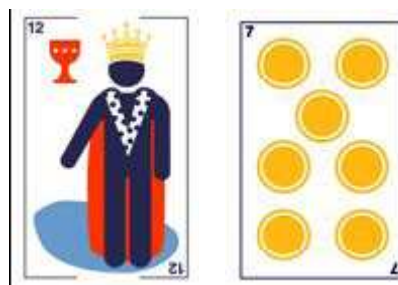
6. D'un joc de dòmino traiem totes les fitxes dobles. Si triem una fitxa a l'atzar, calcula la probabilitat que la suma dels punts sigui múltiple de 5.

7. Formem tots els nombres possibles de tres xifres amb el 3, el 5 i el 6, repetides o no. Triem un d'aquests nombres a l'atzar. Calcula la probabilitat que acabi en 5.

8. En una capsa hi ha 3 boles vermelles, 3 boles verdes i 2 de blaves; en una altra capsa hi ha 2 boles vermelles, 3 de verdes i 2 de blaves. Quina capsa té la probabilitat d'extreure una bola blava més gran?

9. Es tria a l'atzar un nombre del 1 al 30. Calcula la probabilitat que surti:  
a) un nombre més gran que 3 i més petit que 17.  
b) un múltiple de 3.

10. Damunt de la taula tenim les dues cartes que apareixen a sota; traiem una altra carta. Calcula la probabilitat que sigui d'oros?

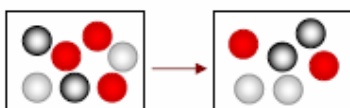


11. Per corregir un examen de probabilitat, un professor benèvol ha decidit fer-ho de la següent manera: Tira dos daus i es fixa en la més gran de les puntuacions obtingudes, i si es menor que 4 posa Insuficient i en els altres casos, Suficient.

Amb aquest mètode, quina probabilitat hi ha d'aprovar?



- 12.** La probabilitat d'un esdeveniment A és 0,15. Quina és la probabilitat de l'esdeveniment contrari?
- 13.** Un dau està trucat de forma que les cares amb un nombre senar tenen triple probabilitat de sortir que les cares amb nombre parell. Calcula la probabilitat de cada una de les cares i la de treure nombre senar.
- 14.** La probabilitat d'un esdeveniment A és 0,14 i la d'un altre B és 0,39. Si la probabilitat que passin els dos alhora és 0,13. Calcula la probabilitat que no passi cap dels dos.
- 15.** Considera dos esdeveniments A i B d'un experiment aleatori amb  $P(A)=0,16$  i  $P(A \cup B)=0,65$ ;  $P(A \cap B)=0,02$ ; calcula la probabilitat de  $A - B$  i de  $B - A$ .
- 16.** En una urna hi ha boles blanques, vermelles i negres, però no sabem quantes ni amb quina proporció. En 1000 extraccions, retornant la bola cada vegada, ha sortit bola blanca 223 cops, vermella 320 i negra 457. En fer una nova extracció, quina probabilitat hi ha de treure una bola vermella? Si en l'urna hi ha 23 boles, quantes boles estimes que hi haurà de cada color?
- 17.** En una capsa hi ha 3 boles vermelles, 2 boles blanques i 2 boles negres. Si s'extreuen dues boles, calcula la probabilitat que les dues siguin del mateix color si l'extracció es fa:
- amb devolució
  - sense devolució.
- 18.** En una capsa, A, hi ha 3 boles vermelles, 2 boles blanques i 2 negres; en una altra capsa, B, hi ha 2 boles de cada color. S'extreu una bola de la capsa A i es posa a la B, després es treu una bola de B. Calcula la probabilitat que aquesta bola sigui negra.



- 19.** En una capsa, A, hi ha 2 boles vermelles, 3 boles blanques i 3 de negres; en una altra capsa, B, hi ha 2 boles de cada color, vermell, blanc i negre. Es tira un dau, si surt un nombre més gran que 4, es treu una bola de la capsa A, i si no de la B. Calcula la probabilitat que la bola sigui vermella.
- 20.** D'una baralla espanyola de 40 cartes, s'extreuen dues cartes sense devolució, calcula la probabilitat que:
- les dues siguin del mateix coll,
  - una sigui d'oros i l'altra de copes.
- 21.** En un institut hi ha 450 estudiants, dels quals 290 són nois i la resta noies. El 20% dels nois i el 10% de les noies porten ulleres. Si triem un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que no porti ulleres?
- 22.** Porto en una butxaca 6 monedes de 10 cèntims, 2 de 20 cèntims i 2 de 1 €. Trec dues monedes a l'atzar. Quina és probabilitat que:
- les dues siguin de 1 euro
  - tregui 1,10 euros?
- 23.** En una empresa treballen 190 homes i 130 dones. Hi ha 19 homes i 26 dones que són fumadors. Si triem una persona d'aquesta empresa a l'atzar, calcula la probabilitat que:
- sigui una dona fumadora
  - sigui una dona sabent que fuma.

AJUDA: Completa la taula

	FUMA	NO FUMA	
HOMES	19		190
DONES	26		130
TOTAL			

- 24.** Un jugador de bàsquet sol encistellar el 80% dels seus tirs des del punt de llançament de personals. Si tira tres vegades, calcula la probabilitat que:
- encistelli dos cops
  - no encistelli cap vegada.