



## Polinomis

### Continguts

1. Expressions algebraiques  
Dels enunciats a les expressions  
Valor numèric  
Expressió en coeficients
2. Divisió de polinomis  
Divisió  
Divisió amb coeficients  
Regla de Ruffini  
Teorema del residu
3. Descomposició factorial  
Factor  $x^n$   
Polinomis de  $2n$  grau  
Regla de Ruffini reiterada  
Identitats notables

### Objectius

- Treballar amb expressions literals per obtenir valors concrets en fórmules i equacions en diferents contextos.
- La Regla de Ruffini.
- Teorema del residu.
- Reconèixer els polinomis amb coeficients reals irreductibles.
- Factoritzar polinomis amb arrels enteres.



**Abans de començar**

Una forma de dividir gràficament un polinomi entre un binomi, consisteix en dibuixar quadrats de costat  $x$  (àrea  $x^2 u^2$ ), rectangles de costats  $x$  i  $1$  (àrea  $x u^2$ ) i quadrats de costat  $1$  (àrea  $1 u^2$ ) en funció del polinomi.

Observa en l'escena com es pot fer una divisió de polinomis.

Amb què coincideix la quantitat de quadrats o rectangles que apareixen dibuixats?  
\_\_\_\_\_.

A la dreta apareix un segment que correspon al divisor (en aquest cas  $2x+2$ ).

Sobre ella intenta construir un rectangle el més alt possible utilitzant les peces que apareixen a l'esquerra, que corresponen al polinomi (en aquest cas  $2x^2+4x+4$ ) 2 de mida  $x^2$ , 4 de mida  $x$  i unes altres 4 de mida la unitat)

**Dividir  $2x^2 + 4x + 4$  entre  $2x + 2$**

Arrossega les peces sobre la base assenyalada,  $2x + 2$  i forma un rectangle amb aquesta base, el més alt possible.

11111

x	x
x	x

$x^2$	$x^2$
-------	-------

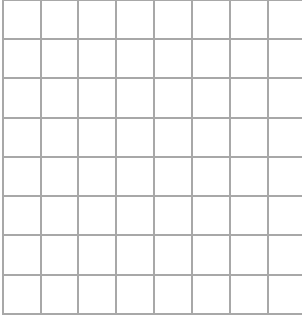
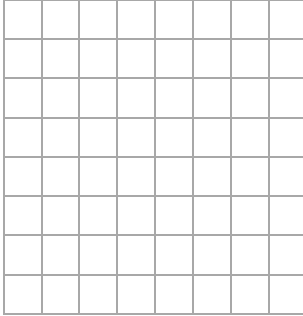
Base =  $2x + 2$  → divisor

Quan ho aconseguis apareixerà el resultat de la divisió i a la dreta la comprovació de que efectivament està correctament resolta.

Amb què coincideix l'altura del rectangle obtingut? \_\_\_\_\_.

I amb què els elements que sobren? \_\_\_\_\_.


**EXERCICI:** Repeteix el procés amb cada nou cas que es proposa en l'escena i representa dos dels que hagi resolt:

Dividir _____ entre _____ Col·loca les peces:  Base _____	Dividir _____ entre _____ Col·loca les peces:  Base _____
Dividend: Divisor: Quocient: Residu:	Dividend: Divisor: Quocient: Residu:

Pots clicar el botó



per repassar conceptes que et seran útils en aquest tema.

Prem  per anar a la següent pàgina.

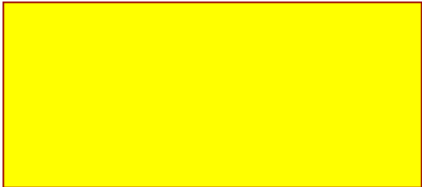
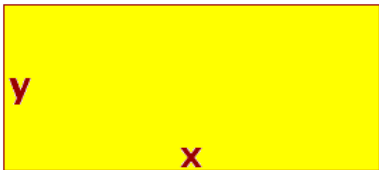


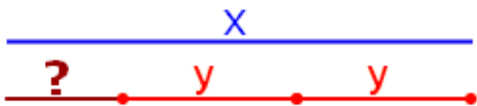
# 1. Expressions algebraiques

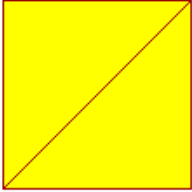
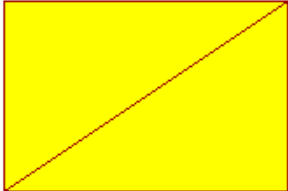
## 1.a. Transformar enunciats en expressions

Llegeix el text de la pantalla.

CONTESTA AQUESTES QUESTIONS:	RESPOSTES
Quina característica tenen els monomis?	
Què s'obté si sumem o restem diversos monomis?	

En la escena es proposen **deu** exercicis per transformar enunciats en expressions algebraiques. Contesta els següents exercicis i comprova el resultat.


1	(Fes primer el dibuix) 	Calcula l'expressió algebraica que ens dona el nombre de quadradets del rectangle:		
		Expressió	Grau	Coeficients
2		Quin monomi ens dona l'àrea d'un rectangle de base $x$ i altura $y$ ?		
		Expressió	Grau	Coeficients
3		Quin monomi ens dona el volum d'un cub d'aresta $x$ ?		
		Expressió	Grau	Coeficients
4		Quin monomi ens dona l'espai recorregut a una velocitat constant de $x$ km/h durant $t$ hores?		
		Expressió	Grau	Coeficients
5		Quin polinomi ens dona la longitud del segment marró?		
		Expressió	Grau	Coeficients

6	$\frac{x+y}{2}$	Quin polinomi ens dóna la mitjana aritmètica de dos nombres?		
		Expressió	Grau	Coeficients
7	$3x$ és el triple de $x$	Quin polinomi ens dóna el triple d'un nombre menys cinc?		
		Expressió	Grau	Coeficients
8	$x^2$ és el quadrat de $x$	Quin polinomi ens dóna la suma dels quadrats de dos nombres?		
		Expressió	Grau	Coeficients
9	<p>Aplica el teorema de Pitàgoras, <math>x^2 + x^2 = \text{diagonal}^2</math></p> 	Quina expressió ens defineix la diagonal d'un quadrat?		
		Expressió	Grau	Coeficients
10	<p>Aplica el teorema de Pitàgoras, <math>x^2 + y^2 = \text{diagonal}^2</math></p> 	Quina expressió ens defineix la diagonal d'un rectangle de base $x$ i altura $y$ ?		
		Expressió	Grau	Coeficients

Prem



per fer un qüestionari. Escriu en el requadre la nota obtinguda: →

Prem  per anar a la següent pàgina.

### 1.b. Valor numèric

Llegeix en la pantalla la definició de valor numèric i les normes que has de tenir en compte per calcular-lo.

A continuació completa el següent paràgraf:

El resultat de \_\_\_\_\_ les variables per nombres en una expressió \_\_\_\_\_ és un nombre, que anomenarem valor \_\_\_\_\_.

Cal aplicar la prioritat de \_\_\_\_\_ realitzant primer les \_\_\_\_\_, després els productes i \_\_\_\_\_, i, finalment, les \_\_\_\_\_ i restes.

En l'escena es proposen cinc exercicis per trobar el valor numèric d'una expressió algebraica. Resol cada un dels exercicis arrossegant l'etiqueta taronja que conté el nombre per substituir-la per la variable de l'expressió i seguint pas a pas el desenvolupament per trobar el valor numèric. Fes les operacions en la següent taula:

<b>Valor numèric</b>		
<i>Enunciat</i>	<i>Desenvolupament</i>	<i>Resultat</i>
1. L'expressió _____ té com valor numèric en $x = \underline{\quad}$		
2. L'expressió _____ té com valor numèric en $x = \underline{\quad} / \underline{\quad}$		
3. L'expressió _____ té com valor numèric en $x = \underline{\quad}$		
4. L'expressió _____ té com valor numèric en $x = \underline{\quad}$ i $y = \underline{\quad}$		
5. L'expressió _____ té com valor numèric en $x = \underline{\quad}$ i $y = \underline{\quad}$		


Clica en el botó  per fer els exercicis.

S'obre una escena en la qual es calcula el valor numèric d'un polinomi per a  $x=10$  o també per a qualsevol altre nombre que tu introdueixis en el control corresponent:



Clicant en la fletxa: > a la dreta de la línia verda pots accedir a uns altres tres exemples en els que, igual que abans, també pots canviar el valor de x.



Prem  per anar a la següent pàgina.

### 1.c. Polinomis. Expressió en coeficients

Llegeix el text de la pantalla.

#### EXERCICI 1:

CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
En quines parts podem subdividir un polinomi?	
On podem trobar fraccions, nombres negatius o arrels?	

Es molt convenient que recordis la manera d'expressar un polinomi amb els seus coeficients, per aconseguir-ho fixa't en l'escena de la dreta i explica a continuació un exemple.

#### EXERCICI 2. Completa un dels exemples de l'escena:

<p><b>En aquest polinomi _____ hi ha alguns coeficients i exponents amagats.</b></p> <p><b>1r Completem el polinomi</b></p> <p><b>2n Veure l'expressió en coeficients del polinomi</b></p>
--

Clica en el botó  per fer els exercicis.

Apareix un polinomi.

Escriu el seu grau en el requadre corresponent i prem Intro.

Apareixen uns altres requadres en els que has d'escriure els coeficients del polinomi.

Fes uns quants exercicis fins que en tinguis com a mínim dos de seguits correctament resolts.

#### EXERCICI 3:

CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
Què és el grau d'un polinomi?	
Quants coeficients cal posar si el grau d'un polinomi és n?	

## EXERCICIS

1. Determina l'expressió dels següents enunciat:

Enunciat	Expressió
Quin monomi ens dóna l'àrea d'un rectangle de base $3x$ i altura $2y$ ?	
Quin monomi ens dóna el volum d'un cub d'aresta $x$ ?	
Quin polinomi ens dóna l'espai recorregut a una velocitat constant de $x$ km/h durant $(t+1)$ hores?	
Quin polinomi ens dóna el triple de la suma d'un nombre menys cinc, i el doble d'aquest nombre?	
Quina expressió ens defineix la diagonal d'un rectangle de base $x$ i altura $2y$ ?	

2. Escull l'expressió algebraica en cada cas:

Enunciat	Expressió			
	A	B	C	D
1. El triple d'un nombre més sis.	$6x + 3$	$3x + 6$	$3(x + 6)$	$\frac{x}{3} + 6$
2. La cinquena part d'un nombre més deu.	$\frac{x}{5} + 10$	$\frac{x + 10}{5}$	$10x + 5$	$5x + 10$
3. Un quart de la suma d'un nombre més set.	$\frac{x + 7}{4}$	$\frac{x}{4} + 7$	$\frac{14 + 7}{4}$	$\frac{7}{4} + x$
4. La semisuma de dos nombres.	$\frac{xy}{2}$	$\frac{x + y}{2}$	$\frac{x}{2} + y$	$\frac{x - y}{2}$
5. La meitat del producte de dos nombres.	$\frac{x}{2}y$	$\frac{x}{2} \frac{y}{2}$	$\frac{x - y}{2}$	$\frac{x7}{2}$
6. L'arrel quadrada de la suma de dos quadrats.	$x + y$	$x^2 + y^2$	$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$	$\sqrt{x^2 + y^2}$
7. El 40 % d'un nombre.	$0,4x$	$\frac{40x}{100}$	$\frac{40}{10}x$	$\frac{100x}{40}$
8. El quadrat de la suma de dos nombres.	$(z + y)^2$	$x^2 + y^2$	$x + y^2$	$(12 + y)^2$
9. El quadrat de la semisuma de dos nombres.	$\frac{x^2 + y^2}{4}$	$\frac{x + y^2}{2}$	$\frac{(x + y)^2}{4}$	$\frac{(x + y)^2}{2}$
10. La mitjana aritmètica de tres nombres.	$0,5x + 0,5y + 0,5z$	$\left(\frac{x + y}{2} + z\right) / 2$	$\frac{x + y + z}{3}$	$\frac{x + y + z}{2}$

### EXERCICIS

3. Troba els valors numèrics indicats en cada cas:

Enunciat	Desenvolupament	Resultat
$2 - 7x^5$ en $(-2)$		
$3 + 5x^3$ en $\left(\frac{2}{3}\right)$		
$3\sqrt{x} - 3x^3$ en $9$		
$\frac{x^5}{y^3} + 4$ en $x = -2; y = 3$		
$\frac{x^5}{y^4} + 1$ en $x = 4; y = 4$		

4. Valor numèric en  $-3$  de  $P(x) = 2x^2 + 5x + 6$ .

5. Valor numèric en  $0,1$  de  $P(x) = 3x^2 + 7x + 2$ .

6. Donats els polinomis, contesta les preguntes.

$X^3 + 4x - 2$	$X^4 - 2x^3 - x^2 - 2x$														
Grau del polinomi? <input style="width: 40px; height: 25px;" type="text"/>	Grau del polinomi? <input style="width: 40px; height: 25px;" type="text"/>														
<table border="1" style="width: 100%; height: 25px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> </tr> </table>								<table border="1" style="width: 100%; height: 25px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> </tr> </table>							
Escriu els coeficients en els requadres	Escriu els coeficients en els requadres														

Prem per anar a la següent pàgina.



## 2. Divisió de polinomis

### 2.a. Divisió

Llegeix en la pantalla l'explicació sobre la divisió de polinomis, observa varis exercicis proposats en l'escena i realitza les activitats proposades.

CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
Quina és la fórmula que relaciona els termes d'una divisió?	
Quan es compleix la fórmula anterior?	

En l'escena es proposen exemples de divisió de polinomis. Completa un dels exemples **pas a pas**.

_____ : _____ (Fes aquí la divisió pas a pas)	
Dividim els monomis de major grau.	
Multipliquem l'últim monomi escrit en el quocient pel divisor i el canviem de signe.	
Sumem.	
Repetim el procés fins arribar al terme independent del quocient.	
Determinem el quocient i el residu.	

Clica en el botó  per fer uns exercicis.

Realitza dos exercicis proposats. Divideix en l'espai reservat  $P(x)$  entre  $Q(x)$  i introdueix els coeficients del quocient i del residu en els quadrats de l'escena, prem intro per comprovar el resultat.

<i>Exercici 1.</i>	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
Realitza la divisió:		Quocient =
		Residu =

<i>Exercici 2.</i>	$P(x) =$
	$Q(x) =$
Realitza la divisió:	Quocient =
	Residu =

Prem per anar a la següent pàgina.

## 2.b. Divisió amb coeficients

Llegeix en la pantalla l'explicació sobre un altre mètode per realitzar la divisió de polinomis, en aquest cas fent servir els coeficients.

En l'escena es proposen exemples de divisió de polinomis utilitzant el mètode amb coeficients.

Desenvolupa un exemple de cada una de las tres opcions i prem el botó per veure pas a pas la divisió.

	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
S'escriuen els coeficients del dividend i del divisor.		
Obtenim el primer valor de la divisió dividint les primeres xifres. Multipliquem pel divisor i es resta al dividend.		
Repetim el procés tantes vegades com sigui necessari.		
Determinem el quocient i el residu.		
	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
S'escriuen els coeficients del dividend i del divisor.		
Obtenim el primer valor de la divisió dividint les primeres xifres. Multipliquem pel divisor i es resta al dividend.		
Repetim el procés tantes vegades como sigui necessari.		
Determinem el quocient i el residu.		

<b>3</b>	$P(x) =$	
	$Q(x) =$	
S'escriuen els coeficients del dividend i del divisor.		
Obtenim el primer valor de la divisió dividint les primeres xifres. Multipliquem pel divisor i es resta al dividend.		
Repetim el procés tantes vegades com sigui necessari.		
Determinem el quocient i el residu.		

Prem per anar a la següent pàgina.

### 2.c. Regla de Ruffini. Divisió entre $x - a$

Llegeix l'explicació del mètode, determinat pel metge i matemàtic italià Ruffini, per resoldre divisions en que el divisor és un binomi de grau 1,  $x - a$ .

En l'escena observa detingudament una animació en la que s'explica el procés a seguir. En la part de dalt veuràs la divisió resolta a partir dels coeficients, tal i com has après en l'apartat anterior, i a sota pots veure la forma de fer-ho fent servir el mètode de Ruffini.

Clica en el botó per fer exercicis.

Realitza com a mínim dos exercicis proposats.

Per fer-los has d'escriure pas a pas els coeficients i els resultats de les operacions en los requadres corresponents. En acabar prem *intro* per comprovar el resultat.

Resol aquí dos exemples:

<b>1</b>	$P(x) =$	<b>2</b>	$P(x) =$
	$Q(x) =$		$Q(x) =$
Quocient:		Quocient:	
Residu:		Residu:	

Prem per anar a la següent pàgina.

## 2.d. Teorema del residu

Llegeix el tex de la pantalla.

**EXJERCICI 1.** Contesta aquestes qüestions:

	RESPOSTES
Al dividir un polinomi $P(x)$ per $(x-a)$ ... Quin és el grau del residu?	
Si anomenem $C(x)$ al quocient... Quina és la fórmula que relaciona els termes que intervenen en la divisió?	

**EXERCICI 2.** Completa:

En la fórmula:  $P(x) = (x-a) \cdot C(x) + \text{residu}$   
 Si substituïm ara la  $x$  per  $a$ , tenim:  $P(a) = \underline{\hspace{2cm}}$

Així arribem al: **Valor numèric de P en a =**         

Aquest resultat es coneix com   

Observa l'escena de la dreta.

Està dividida en dues parts. En la de dalt apareix un polinomi  $P(x)$  i un valor numèric  $a$  a calcular:  $P(a) = \dots$

En la part de sota apareix la divisió pel mètode de Ruffini d'aquest mateix polinomi  $P(x)$  entre  $(x-a)$ .

Resol pas a pas dos exemples calculant  $P(a)$  i fent la divisió.

Pots fer-ho tu mateix si cliques  o indicar la manera automàtica en

Completa dos exemples en els següents requadres:

$P(x) =$ Trobar $P(\quad) =$ <input type="button" value="Uns altres valors"/> <input type="button" value="Començo jo?"/> <input type="button" value="tu?"/>	$P(x) =$ Trobar $P(\quad) =$ <input type="button" value="Uns altres valors"/> <input type="button" value="Començo jo?"/> <input type="button" value="tu?"/>
El valor numèric de $P(x)$ en $\quad$ és el residu de la divisió de $P(x)$ entre $(x - \quad)$ $P(\quad) =$	El valor numèric de $P(x)$ en $\quad$ és el residu de la divisió de $P(x)$ entre $(x - \quad)$ $P(\quad) =$

**EXERCICI 3.** Contesta aquestes qüestions:

Si el valor numèric de $P(x)$ en $a$ és: $P(a) = 0$	RESPOSTES
Quant val el residu de la divisió de $P(x)$ entre $(x-a)$	
Quina relació hi ha entre $P(x)$ i $(x-a)$ ?	
Què és " $a$ " del polinomi $P(x)$ ?	

**EXERCICI 4.** Completa la fórmula que apareix en el requadre groc:



Clica en el botó  per fer els exercicis.

Apareix una escena amb un polinomi  $P(x)$  i un binomi de la forma  $(x-a)$ . Calcula el residu de la divisió de  $P(x)$  entre  $(x-a)$  i introdueix el resultat obtingut en el requadre per comprovar si ho has fet bé.

Copia aquí tres d'aquests exercicis:

Exercici 1	Exercici 2	Exercici 3

### EXERCICIS


7. Troba el quocient i el residu de la divisió de  $P(x)$  entre  $Q(x)$  en cada cas
  - a)  $P(x) = 3x^2 - 11x - 13$        $Q(x) = x^2 - 3x - 4$
  - b)  $P(x) = -9x^3 - 15x^2 + 8x + 16$        $Q(x) = 3x + 4$
  
8. Aplica la regla de Ruffini per dividir
 
$$P(x) = x^3 + 5x^2 - 2x + 1$$

$$Q(x) = 2x^4 - 5$$
      entre  $x - 3$ 

$$R(x) = x^3 - 4x + 3x^2$$
  
9. Aplica la regla de Ruffini per dividir
 
$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

$$Q(x) = x^4 - 2$$
      entre  $x + 1$ 

$$R(x) = x^3 - 4x^2 - x$$
  
10. Si el valor numèric d'un polinomi en 2 és igual a 3 i el quocient de dividir-lo entre  $x - 2$  és  $x$ . Saps de quin polinomi es tracta?
11. Troba  $m$  perquè  $mx^2 + 2x - 3$  sigui divisible entre  $x + 1$
12. Aplica el Teorema del residu i la regla de Ruffini per trobar el valor numèric de  $P(x) = x^3 - 15x^2 + 24x - 3$  en  $x = 13$
13. Existeix algun valor de  $m$  perquè el polinomi  $x^3 + mx^2 - 2mx + 5$  sigui divisible per  $x - 2$ ?

Prem  per anar a la següent pàgina.

### 3. Descomposició factorial

#### 3.a. Treure factor comú una potència de x

**EXERCICI 1:**

CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
Com podem determinar on comença i on acaba un sumand d'una expressió algebraica?	
Quants sumands té l'expressió: $4x^3 + 2x^2 - 6x - 2x^2 - 9$ ?	

**EXERCICI 2:**

CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
Què és el primer que hem d'observar per descompondre un polinomi en factors?	
Quan això serà possible?	

Observa l'animació i després omple la següent taula amb dos exemples dels que surten en l'escena de la dreta.

Introdueix primer el factor comú, escrivint el coeficient i l'exponent de x, i si està bé, al prémer Intro, et sortirà a sota el text:

#### Prem treure el factor

Exemple 1:	Exemple 2:
$P(x) =$ Factor comú → <input type="text"/> $x^{\square}$ $P(x) =$	$P(x) =$ Factor comú → <input type="text"/> $x^{\square}$ $P(x) =$

Clica en el botó per fer exercicis.

Realitza quatre exercicis proposats i escriu els resultats en la següent taula:

Polinomi	Factorització
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$
$P(x) =$	$P(x) =$

Prem per anar a la següent pàgina.

### 3.b. Polinomis de 2n grau

Recordem la resolució d'equacions de segon grau:

#### EXERCICI 1:

CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
A què anomenem discriminant?	
Per a què serveix el discriminant?	

Per cada una de les tres següents equacions de 2n grau, observa el valor del discriminant (fixa't en el seu signe) i el valor de les arrels de l'equació. Escriu després la descomposició factorial del polinomi de 2n grau del primer membre.

#### EXERCICIO 2. Completa la següent taula:

Equació	Discriminant	Signe	Arrels	Factorització
$2x^2 - 8x + 6 = 0$	$\Delta = b^2 - 4ac = 16$	Positiu	$x = 1 ; x = 3$	$2x^2 - 8x + 6 = 2(x-1)(x-3)$
$3x^2 + 6x + 3 = 0$				
$2x^2 + 6 = 0$				

Observa l'escena de la dreta i completa la següent taula amb tres dels exemples que en ella hi surten, procurant que n'hi hagi un de cada tipus (Discriminant positiu, negatiu i nul):

Passos	Equació 1	Equació 2	Equació 3
Identificar a, b i c.			
Aplicar la fórmula.			
Estudiar el nombre de solucions.			
Descomposició.			

Clica en el botó



per conèixer les fórmules de Cardano.

En l'escena pots observar l'explicació i varis exemples d'aquestes fórmules:

Si l'equació de 2n grau és de la forma: $x^2 + bx + c = 0$ I si $X_1$ i $X_2$ són les seves solucions, es compleixen les fórmules de Cardano:	$\begin{cases} X_1 + X_2 = \\ X_1 \cdot X_2 = \end{cases}$
--	--

Clic el botó

Començar

per practicar amb aquestes fórmules... En acabar...

Prem



per anar a la següent pàgina.

### 3.c. Regla de Ruffini reiterada

Llegeix l'explicació de la pantalla i completa la conclusió a la que s'arriba respecte de la relació entre les arrels d'un polinomi i el terme de menor grau en el següent requadre:




Clica en el botó  per copiar un exemple.

Anem a descompondre en factors el polinomi		$P(x) = x^4 - 15x^2 + 10x + 24$				
Determinem les possibles arrels enteres (els divisors del terme independent: 24)						
Provem amb <b>1</b> <b>No</b> és arrel (el residu és diferent de zero). Ja no cal tornar-lo a provar després.	1 )	1	0	-15	10	24
Provem amb <b>-1</b> <b>Si</b> és arrel (el residu és zero).  Obtenim un polinomi de grau menor, en aquest cas de grau 3. →	-1 )	1	0	-15	10	24
Seguim provant. Ara amb <b>2</b>	2 )					
I finalment amb <b>3</b>	3 )					
Obtenim la factorització:	$P(x) =$					

En l'escena de la dreta pots resoldre tants exemples com et facin falta per entendre bé el procediment. Copia dos d'aquests exemples en els següents requadres:

Exemple 1:	Exemple 2:
$P(x) =$ <div style="text-align: center;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> <hr/> <div style="text-align: center;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> <hr/> <div style="text-align: center;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> $P(x) =$	$P(x) =$ <div style="text-align: center;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> <hr/> <div style="text-align: center;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> <hr/> <div style="text-align: center;"> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> </div> $P(x) =$

Prem  per anar a la següent pàgina.



### 3.d. Identitats notables

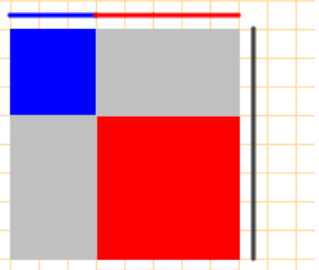
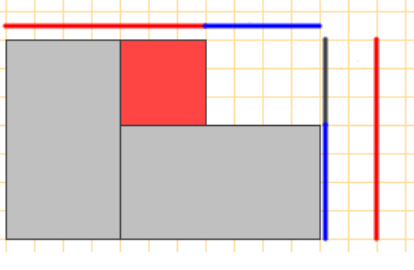
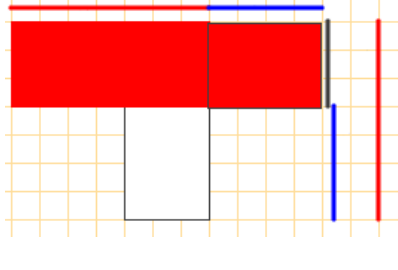
Observa l'animació per veure com s'obtenen les identitats notables clicant en 


Fes les operacions algebraiques en els següents requadres per obtenir cada una de les identitats notables:

Quadrat d'una suma	Quadrat d'una diferència	Suma per diferència
$a + b$ $\times a + b$ <hr/> <hr/>	$a - b$ $\times a - b$ <hr/> <hr/>	$a + b$ $\times a - b$ <hr/> <hr/>
$(a+b)^2 =$	$(a-b)^2 =$	$(a+b) \cdot (a-b) =$

CONTESTA AQUESTES QÜESTIONS:	RESPOSTES
Quantes identitats notables hi ha?	
A què és igual el quadrat de la suma? Quants sumands apareixen?	
Quina diferència existeix entre el quadrat d'una suma i el d'una diferència?	
Enuncia la igualtat notable que ens falta	

En l'escena de la dreta pots observar com podem deduir aquestes fórmules a partir d'una sèrie de gràfics. Observa-ho i desenvolupa cada una d'elles en el següent espai:

Quadrat d'una suma	Quadrat d'una diferència	Suma per diferència
		
$a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b =$	$a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b =$	$a^2 - b^2 =$

Prem  per realitzar un qüestionari. Escriu en el requadre la nota obtinguda: →

## EXERCICIS

14. Treu factor comú una potència de  $x$  en cada un dels següents polinomis:

$P(x) = 2x^3 + 3x$	
$Q(x) = x^4 + 2x^6 - 3x^5$	
$R(x) = 2x^6 + 6x^5 + 8x^3$	

15. Troba la descomposició factorial de  $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$


16. Factoritza:

$2x^2 - 8x + 6$	
$-x^2 + 3x + 4$	
$x^2 + 2x + 3$	
$x^2 + 6x + 9$	

17. Troba la descomposició factorial de  $x^7 - x^6 - 4x^4$

18. Troba la descomposició factorial de  $x^4 - 4$

19. Troba la descomposició factorial de  $x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2$

Prem  per anar a la següent pàgina.



## Recorda el més important – RESUM

$-4x^3 - x^2 + 3$			
-4	-1	0	3

**Expressió en coeficients**

 Polinomi:  $6x^4 + 5x^2 - 6x + 3$ ,

Coeficients: \_\_\_\_\_

Regla de Ruffini. Teorema del residu

Relació entre arrel i divisor:

Arrel = -3    Factor o divisor: \_\_\_\_\_

 Arrel = \_\_\_\_\_    Divisor o factor:  $(x - 6)$ 

Igualtats notables:

1)

2)

3)

Descomposició factorial. Mètodes:


1)

2)

3)

Descomposició factorial. Exemple:

$$P(x) = 2x^4 + 10x^3 + 2x^2 - 42x - 36$$

 Prem  per anar a la següent pàgina.



## Per practicar

Ara pots practicar resolent diferents exercicis a la teva llibreta.

En les següents pàgines trobaràs EXERCICIS de:

**Operacions amb polinomis**  
**Descomposició factorial**

En els següents **EXERCICIS** d'**operacions amb polinomis** escriu l'enunciat que surt en el teu ordinador que compleixi la condició proposada i els resols en el requadre de la dreta. Després comprova la solució en l'ordinador.

**Fes-ne com a mínim dos de cada tipus.**

Escull en el menú l'opció: **Nombres**

1. Troba l'expressió algebraica d'un nombre de \_\_\_ xifres si la xifra de les unitats és \_\_\_\_\_ la xifra de les desenes.

2. Troba l'expressió algebraica d'un nombre de \_\_\_ xifres si la xifra de les unitats és \_\_\_\_\_ la xifra de les desenes.

### Coeficients

3. Quin és el grau del polinomi: \_\_\_\_\_?  
 Quin és el seu coeficient de grau \_\_\_\_?  
 I el de grau \_\_\_\_?  
 Calcula el valor numèric per a  $x =$  \_\_\_\_\_

4. Quin és el grau del polinomi: \_\_\_\_\_?  
 Quin és el seu coeficient de grau \_\_\_\_?  
 I el de grau \_\_\_\_?  
 Calcula el valor numèric per a  $x =$  \_\_\_\_\_

### Suma i resta

5. Troba els coeficients de \_\_\_\_\_  
 $P(x) =$  \_\_\_\_\_  
 $Q(x) =$  \_\_\_\_\_

6. Troba els coeficients de \_\_\_\_\_  
 $P(x) =$  \_\_\_\_\_  
 $Q(x) =$  \_\_\_\_\_

**Multiplica.**

7. Troba els coeficients de \_\_\_\_\_

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

8. Troba els coeficients de \_\_\_\_\_

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

**Divideix**

9. Troba el quocient i el residu de la divisió de  $P(x)$  entre  $Q(x)$

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

10. Troba el quocient i el residu de la divisió de  $P(x)$  entre  $Q(x)$

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$Q(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

**Regla de Ruffini**

11. Fes la divisió de  $P(x)$  entre \_\_\_\_\_ aplicant la Regla de Ruffini

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

12. Fes la divisió de  $P(x)$  entre \_\_\_\_\_ aplicant la Regla de Ruffini

$$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

**Divisor  $x - a$  residu?**


13. Troba, aplicant el teorema del residu, el residu de la divisió de  $P(x)$  entre \_\_\_\_\_  
 $P(x) =$  \_\_\_\_\_

14. Troba, aplicant el teorema del residu, el residu de la divisió de  $P(x)$  entre \_\_\_\_\_  
 $P(x) =$  \_\_\_\_\_

**Troba  $m$** 

15. Troba  $m$ , aplicant el teorema del residu, perquè  $P(x)$  sigui divisible entre \_\_\_\_\_  
 $P(x) =$  \_\_\_\_\_

16. Troba  $m$ , aplicant el teorema del residu, perquè  $P(x)$  sigui divisible entre \_\_\_\_\_  
 $P(x) =$  \_\_\_\_\_

Prem  per anar a la següent pàgina.

En els següents EXERCICIS de **descomposició factorial** escriu l'enunciat que apareix en el teu ordinador que compleixi la condició proposada i els resols en el requadre de la dreta. Després comprova la solució en l'ordinador.

**Treu factor comú**

17. Treu factor comú en el polinomi  $P(x)$  [Fes un mínim de quatre exercicis]

a) \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

d) \_\_\_\_\_

a) \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

d) \_\_\_\_\_

**Arrels enteres**

18. Descompondre el següent polinomi en factors primers

\_\_\_\_\_

On \_\_\_\_\_ és factor comú en tots els monomis.

19. Descompondre el següent polinomi en factors primers

\_\_\_\_\_

On \_\_\_\_\_ és factor comú en tots els monomis

**Aplicar identitats** (Hi ha dos tipus d'exercicis. Fes-ne un mínim de dos de cada tipus)

20. Descompondre, aplicant les identitats notables, el següent polinomi

\_\_\_\_\_

21. Descompondre, aplicant les identitats notables, el següent polinomi

\_\_\_\_\_

22. Descompondre, aplicant les identitats notables, el següent polinomi

\_\_\_\_\_

23. Descompondre, aplicant les identitats notables, el següent polinomi

\_\_\_\_\_

**Conegudes les arrels**

24. Troba la descomposició d'un polinomi de grau 3 que té per arrels \_\_\_\_\_ i el seu valor numèric en \_\_\_\_\_ és igual a \_\_\_\_\_

25. Troba la descomposició d'un polinomi de grau 3 que té per arrels \_\_\_\_\_ i el seu valor numèric en \_\_\_\_\_ és igual a \_\_\_\_\_

**Efectua el quadrat** (Hi ha dos tipus d'exercicis. Fes-ne com a mínim dos de cada tipus)

26. Efectua la potència \_\_\_\_\_

27. Efectua la potència \_\_\_\_\_

28. Efectua la potència \_\_\_\_\_

29. Efectua la potència \_\_\_\_\_

**Càlcul mental**

30. Calcula mentalment \_\_\_\_\_


31. Calcula mentalment \_\_\_\_\_

**Simplificar fraccions** (Hi ha tres tipus d'exercicis. Fes-ne com a mínim un de cada tipus)

32. Aplicant les identitats notables, simplifica la fracció:

33. Aplicant les identitats notables, simplifica la fracció:

34. Aplicant les identitats notables, simplifica la fracció:

Prem  per anar a la següent pàgina.



## Autoavaluació



Completa aquí cada un dels enunciats que van sortir en l'ordinador i els resols, després introdueix el resultat per comprovar si la solució és correcta.

1 Calcula  $P(x) \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$  i escriu els coeficients del resultat.

$P(x) =$

$Q(x) =$

$R(x) =$

2 Escriu els coeficients del quocient i del residu de la divisió de  $P(x)$  entre  $Q(x)$ .

$P(x) =$

$Q(x) =$

3 Calcula el valor numèric de \_\_\_\_\_ per a  $x =$  \_\_\_\_\_.

4 És certa la igualtat?  
\_\_\_\_\_

5 Calcula  $m$  perquè el residu de la divisió de \_\_\_\_\_ entre \_\_\_\_\_ sigui \_\_\_\_\_.

6 Si  $P(x) = ax^2 + bx +$  \_\_\_\_\_ i  $a \cdot 6^2 + b \cdot 6 =$  \_\_\_\_\_, Quin és el residu de la divisió de  $P(x)$  entre  $x - 6$ ?

7 Calcula una arrel entera del polinomi  
\_\_\_\_\_

8 Troba la descomposició factorial de  
\_\_\_\_\_

9 El polinomi \_\_\_\_\_ té per  
arrels \_\_\_\_\_ i \_\_\_\_\_, calcula l'altra?

10 Les arrels d'un polinomi de grau 3 són \_\_\_\_\_,  
\_\_\_\_\_ i \_\_\_\_\_; el seu coeficient de grau 3  
és \_\_\_\_\_. Calcula el seu valor numèric en  
\_\_\_\_\_.



## Per practicar més

1. Troba l'expressió algebraica d'un nombre de tres xifres si la xifra de les unitats és 4 vegades la xifra de les desenes.
2. Quin és el grau de  $2x^5 - x^3 + 3x^2$ ? El seu coeficient de grau 3? I el de grau 2? Calcula el seu valor numèric en  $x=2$
3. Troba  $P(x) \cdot 3 \cdot Q(x)$ , on  $P(x) = 4x^2 + 4x$  i  $Q(x) = 6x^2 + 2x$ .
4. Multiplica els polinomis  $P(x) = -3x^3 + 4x^2 - x - 2$  i  $Q(x) = -x^2 + 7$ .
5. Troba el quocient i el residu de la divisió de  $x^3 + 2x^2 + 5x - 7$  entre  $-x^2 + x - 1$ .
6. Fes la divisió de  $x^3 + 4x^2 + 2x - 3$  entre  $x - 2$  amb la regla de Ruffini.
7. Aplica el teorema del residu per calcular el residu de la divisió de  $2x^3 - 2x^2 + x - 7$  entre  $x - 5$ .
8.
  - a) Troba  $m$  de manera que  $x^3 + mx^2 - 2mx + 6$  sigui divisible per  $x + 2$
  - b) Troba  $m$  de manera que  $x^3 + mx^2 - 8mx + 4$  sigui divisible per  $x - 1$ .
9. Efectua les potències
  - a)  $(3x + 2)^2$
  - b)  $(2x - 4)^2$
  - c)  $(x - 5)^2$
10. Descompon, aplicant les identitats notables, els polinomis:
  - a)  $x^4 - 72x^2 + 36^2$
  - b)  $x^4 - 16$
11. Descompon els següents polinomis, si és possible, aplicant l'equació de segon grau.
  - a)  $3x^2 - 10x + 3$
  - b)  $x^2 - 4x + 5$
12. Simplifica les següents fraccions algebraiques
  - a)  $\frac{x^2 + 8x + 16}{3x + 12}$
  - b)  $\frac{3x^2 - 12}{x^2 - 4x + 4}$
  - c)  $\frac{4x^2 + 4x + 1}{12x^2 - 3}$
13. Treu factor comú en  $12x^{12} + 24x^{10}$
14. Troba la descomposició en factors primers dels següents polinomis
  - a)  $3x^8 - 39x^7 + 162x^6 - 216x^5$
  - b)  $3x^9 + 12x^8 + 15x^7 + 6x^6$
15. Un polinomi de grau 3 té per arrels  $-5$ ,  $7$  i  $1$ . Troba la seva descomposició factorial sabent que el seu valor en  $2$  és  $128$ .
16. Com fas mentalment el càlcul de  $23^2 - 22^2$ ?