8 Geometria Analítica del pla

Continguts

Objectius

- Reconèixer els elements d'un vector identificant quan dos vectors són equipol·lents.
- Fer operacions amb vectors lliures tant analíticament com gràficament.
- Calcular el punt mitjà d'un segment i la distància entre dos punts donats.
- Conèixer i calcular les diferents formes de l'equació d'una recta.
- Esbrinar la posició relativa de dues rectes.
- Calcular rectes paral·leles i perpendiculars a una donada.

Autor: Xosé Eixo Branco
Versió en català: Montserrat Gelis Bosch

Abans de començar

Investiga

Clica sobre el botó i intenta resoldre el problema de la recerca del tresor

A l´escena de la dreta pots veure una explicació sobre "La recta d'Euler"
Comença situant els vèrtexs del triangle on et sembli convenient.
Clica a la part inferior de l'escena per accedir a les diferents explicacions:

Respon:
Com s'anomena el punt on es tallen les altures d'un triangle? ___________________
Com s'anomena el punt on es tallen les mitjanes d'un triangle? _________________
Com s'anomena el punt on es tallen les mediatrius d'un triangle? ______________
Quina recta es coneix amb el nom de "Recta d'Euler"? _____________________________
____
Quina és la relació entre les distàncies entre els tres punts anteriors? __________________
____

Clica per anar a la pàgina següent.

1. Vectors

1.a. Vectors fixos i vectors lliures

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat. Utilitza l'escena de la dreta per comprendre millor els conceptes que s'expliquen.
Respon:
Quants punts es necessiten per determinar un vector? _______
Quin nom reben aquests punts? ___________________________
Quins són els elements que caracteritzen un vector?

Element	Definició

Com es calculen els components d'un vector a partir de les coordenades del seu origen i del seu extrem? ____

$$\left.\begin{array}{l} A(x_1, y_1) \\ B(x_2, y_2) \end{array}\right\} \rightarrow \overrightarrow{AB}(\qquad , \qquad)$$

Quan es diu que dos vectors fixos són equipol·lents? _________________________________
____
Què és un vector lliure? ____
____
Quin és el vector posició d'un punt P? ______________________________________
Quins són els components del vector posició d'un punt $P(x_0,y_0)$? _________________

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

1. Donats els punts A(1,−2) i B(−4,1), calcula els components del vector $\overrightarrow{AB}$.
2. Calcula el punt extrem d'un vector equipol·lent a $\vec{v}(-7,4)$ i amb origen A(−2,−2).
3. Donats els punts A(−1,−1) i B(−6,3), calcula el mòdul del vector $\overrightarrow{AB}$.

Clica per anar a la pàgina següent.

1.b. Operacions amb vectors

Suma de vectors

Com s'obtenen els components del vector suma de dos vectors $\vec{u} = (u_x,u_y)$ i $\vec{v} = (v_x,v_y)$?

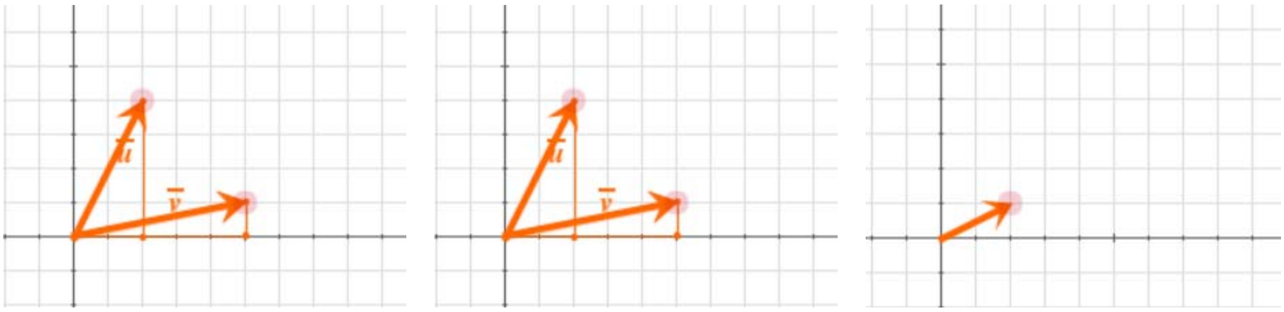
$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(u_x,u_y)\\ \vec{v}(v_x,v_y)\end{array}\right\} \rightarrow \vec{u}+\vec{v} = (\qquad , \qquad)$$

Producte d'un vector per un escalar

Com es multiplica un vector per un escalar?

$$\vec{u}(u_x,u_y) \rightarrow t\cdot\vec{u} = (\qquad , \qquad)$$

A l'escena pots veure les dues maneres d'obtenir gràficament la suma de dos vectors (per passar d'una a l'altra has de clicar a la part inferior esquerra "d'una altra manera") i la interpretació geomètrica del producte per un escalar.
Completa la suma gràfica, de les dues maneres i el producte (per a $t = 3$)



Clicant a **propietats** s'obre una finestra amb les propietats d'aquestes dues operacions amb vectors. Completa la taula següent amb les que falten:

Propietats de la suma de vectors

• Propietat COMMUTATIVA	$\vec{u}+\vec{v} = \vec{v}+\vec{u}$
•	
•	
•	
	L'element oposat és el que té: ________________________

Propietats del producte per un escalar

•	I amb les dues operacions, la PROPIETAT DISTRIBUTIVA:
•	
•	•

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

4. Donats els vectors $\vec{u}(2,4)$ i $\vec{v}(-3,3)$, efectua gràficament l'operació: $2\vec{u}+\vec{v}$.

5. Donats els vectors $\vec{u}(-1,2)$ i $\vec{v}(2,-3)$, efectua gràficament l'operació: $3\vec{u}-2\vec{v}$.

6. Donats els vectors $\vec{u}(1,-2)$, $\vec{v}(-3,1)$ i $\vec{w}(3,5)$, efectua l'operació: $4\vec{u}+\vec{v}-3\vec{w}$.

7. Donats els vectors $\vec{u}(0,-3)$, $\vec{v}(3,-2)$ i $\vec{w}(-4,1)$, efectua l'operació: $3\vec{u}-2\vec{v}-5\vec{w}$.

Clica per anar a la pàgina següent.

1.c. Combinació lineal de vectors

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat. Fixa't en els exemples que es mostren a l'escena per comprendre millor els conceptes que s'expliquen i respon:

Quan es diu que dos vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$ són linealment dependents?

Fórmula:

____

En cas contrari es diu que són: ________________________

Quan es diu que un vector $\vec{w}$ és combinació lineal d'uns altres dos vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$?

Fórmula:

____

Quan es diu que dos vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$ formen una base?

____

La base més utilitzada és la formada pels vectors: ________________________

S'anomena: ________________________

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

8. Els vectors $\vec{u}(3,1)$ i $\vec{v}(1,-2)$ tenen diferent direcció. Expressa el vector $\vec{w}(4,-1)$ com a combinació lineal seva.

9. Els vectors $\vec{u}(1,-3)$ i $\vec{v}(-1,1)$ tenen diferent direcció. Expressa el vector $\vec{w}(-6,12)$ com a combinació lineal seva.

Clica per anar a la pàgina següent.

1.d. Punt mitjà d'un segment

Llegeix a la pantalla l'explicació i observa a l'escena de la dreta com s'obté la fórmula per calcular el punt mitjà d'un segment.

Completa:

Les coordenades del **punt mitjà** d'un segment són ________________________
________________________.

$$\left.\begin{matrix} A(x_1, y_1) \\ B(x_2, y_2) \end{matrix}\right\} \rightarrow M = \left(\_\_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_\_ \right)$$

El punt mitjà divideix el segment en dues parts iguals, de la mateixa manera es poden calcular els punts que divideixen el segment en tres, quatre o més parts iguals.

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

10. Calcula el punt mitjà dels segments d'extrems:

a) A (7,–6) i B(5,2)
b) A (–5,4) i B(7,8)
c) A (3,–5) i B(4,7)
d) A (–2,0) i B(7,3)

11. Si A (–7,–4) i B(5,8), calcula els punts que divideixen el segment AB en tres parts iguals.

12. Si A (5,3) i B(–7,–5), calcula els punts que divideixen el segment AB en quatre parts iguals.

13. Si A (7,4) i B(–8,–6), calcula els punts que divideixen el segment AB en cinc parts iguals.

Clica per anar a la pàgina següent.

1.e. Producte escalar

Llegeix a la pantalla l'explicació i observa a l'escena exemples i propietats del producte escalar. Completa la fórmula per calcular el producte escalar de dos vectors en el següent requadre:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(u_x, u_y)\\ \vec{v}(v_x, v_y)\end{array}\right\} \rightarrow \vec{u} \circ \vec{v} =$$

Si coneixem el mòdul dels dos vectors i l'angle que formen, el seu producte escalar també es pot obtenir mitjançant la fórmula:

$$\vec{u} \circ \vec{v} =$$

Clicant sobre "explicació" pots veure que les dues definicions són equivalents.

A l'escena pots veure com es calcula el producte escalar de dos vectors utilitzant les dues fórmules.
Tria els vectors que vulguis, movent els extrems dels dos que apareixen amb el ratolí. Copia un exemple de cada un dels mètodes a continuació:

1 **Exemple de producte de vectors coneguts els seus components:**

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(\quad,\quad)\\ \vec{v}(\quad,\quad)\end{array}\right\} \rightarrow \vec{u} \circ \vec{v} =$$

Propietats del producte escalar

- $\vec{u} \circ \vec{v}$ ____
- Commutativa: ______________________
- Homogènia: ______________________
- Distributiva respecte de la suma: ______________________________

2 **Exemple de producte de vectors a partir dels seus mòduls i l'angle que formen:**

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(\quad,\quad)\\ \vec{v}(\quad,\quad)\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}|\vec{u}| =\\ |\vec{v}| =\end{array}\right\} \rightarrow \vec{u} \circ \vec{v} =$$

➔ Comprova que amb els dos procediments el resultat obtingut és el mateix.
➔

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

14. Donats els vectors $\vec{u}(-1,2)$ i $\vec{v}(2,-3)$, calcula $\vec{u} \circ \vec{v}$.

15. Donats els vectors $\vec{u}(3,-2)$ i $\vec{v}(-2,2)$, comprova que es compleix la propietat commutativa.

16. Els vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$ formen un angle de 60º i els seus mòduls són $|\vec{u}| = 7$ i $|\vec{v}| = 8$. Calcula el seu producte escalar.

17. Els vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$ formen un angle de 30º i els seus mòduls són $|\vec{u}| = \sqrt{75}$ i $|\vec{v}| = 10$. Calcula els seu producte escalar

18. Donats els vectors $\vec{u}(4,-4)$, $\vec{v}(-3,4)$ i $\vec{w}(2,-4)$, comprova que es compleix la propietat distributiva del producte escalar respecte de la suma.

Clica per anar a la pàgina següent.

1.f. Aplicacions del producte escalar

Distància entre dos punts
Donats els punts A(x_1,x_2) i B(y_1, y_2), la distància entre ells és ________________
______________________________________.

$$\left.\begin{array}{l}A(x_1,y_1)\\B(x_2,y_2)\end{array}\right\}\rightarrow d(A,B)=\left|\overrightarrow{AB}\right|=$$

Angle entre dos vectors
Donats dos vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$, podem calcular el cosinus de l'angle que formen i, per tant, l'angle:

$$\cos(\vec{u},\vec{v}) = \rule{4cm}{0.4pt}$$

A l'escena pots veure exemples de distàncies entre punts i angles entre vectors.

1 **Exemple de càlcul de la distància entre dos punts:**

Tria els punts que vulguis, movent-los amb el ratolí i copia aquí un exemple:

$$\left.\begin{array}{l}A(\quad,\quad)\\B(\quad,\quad)\end{array}\right\}\rightarrow d(A,B)=\left|\overrightarrow{AB}\right|=$$

2 **Exemple de càlcul de l'angle format per dos vectors:**

Tria els vectors que vulguis, movent els extrems amb el ratolí i copia un exemple:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(\quad,\quad)\\\vec{v}(\quad,\quad)\end{array}\right\}\rightarrow\cos(\vec{u},\vec{v}) = \rule{4cm}{0.4pt}$$

Vectors ortogonals

Què són vectors **ortogonals**? ____

Clica "practicar" per veure algun exemple de vectors ortogonals.

Llegeix l'explicació que apareix en aquesta finestra i respon:

Quina és la condició que han de complir dos vectors per ser **ortogonals**?

____

Copia aquí dos exemples dels que apareixen en aquesta escena:

1.- Calcula el valor de m perquè els vectors ________________ siguin ortogonals	
2.- Calcula un vector ortogonal a _______ i que tingui el mateix mòdul.	

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

19. Resol el problema plantejat a l'inici del tema "la recerca del tresor".

20. Calcula la distància entre els següents parells de punts:

a) A (2,−1) i B(3,4) c) A (3,−2) i B(7,−5)
b) A (−3,2) i B(7,−5) d) A (−2,0) i B(7,8)

21. Calcula l'angle que formen els següents parells de vectors:

a) $\vec{u}(3,-2)$ i $\vec{v}(-2,3)$ c) $\vec{u}(1,-2)$ i $\vec{v}(2,1)$
b) $\vec{u}(5,2)$ i $\vec{v}(-2,3)$ d) $\vec{u}(3,4)$ i $\vec{v}(-3,0)$

22. Calcula "m" perquè els següents parells de vectors siguin ortogonals

a) $\vec{u}(m,-2)$ i $\vec{v}(-2,3)$ c) $\vec{u}(8,-6)$ i $\vec{v}(3,m)$
b) $\vec{u}(m,2)$ i $\vec{v}(4,-6)$ d) $\vec{u}(5,-2)$ i $\vec{v}(m,6)$

23. Calcula un vector ortogonal a cada un dels següents i que tingui el mateix mòdul.

a) $\vec{u}(m,-2)$ i $\vec{v}(-2,3)$ c) $\vec{u}(8,-6)$ i $\vec{v}(3,m)$
b) $\vec{u}(m,2)$ i $\vec{v}(4,-6)$ d) $\vec{u}(5,-2)$ i $\vec{v}(m,6)$

Clica per anar a la pàgina següent.

2. Rectes

2.a. Equacions d'una recta

Llegeix a la pantalla l'explicació i observa a l'escena exemples de les diferents formes d'expressar l'equació d'una recta.
Respon i completa:
Què es necessita per determinar l'equació d'una recta?

Amb quina fórmula s'obté el vector posició d'un punt qualsevol d'una recta?

Equacions d'una recta que passa per un punt **P(x_1,y_1)** i de vector director: $\vec{v}$ **(v_x,v_y)**

• Equació vectorial	
• Equacions paramètriques	
• Equació contínua	
• Equació general	
• Equació explícita	

A l'escena de la dreta pots triar el punt i el vector que vulguis i veure les diferents equacions de la recta amb aquestes dades, així com el procediment per passar d'unes formes a altres. Copia un exemple aquí, escrivint en cada cas l'operació que es realitza per fer el pas corresponent:

Equacions d'una recta que passa per un punt **P(,)** i de vector director: $\vec{v}$ **(,)**

• Equació vectorial	
• Equacions paramètriques	
• Equació contínua	
• Equació general	
• Equació explícita	

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

24. Calcula les equacions de la recta que passa per P(−1,2) i de vector director $\vec{v}$ (2,−3).

25. Calcula les equacions de la recta que passa per P(0,−2) i de vector director $\vec{v}$ (3,-1).

26. Calcula les equacions de la recta que passa per P(1,−3) i de vector director $\vec{v}$ (2,0).

Clica per anar a la pàgina següent.

2.b. Altres equacions de la recta

Llegeix a la pantalla l'explicació i observa a l'escena exemples d'aquestes dues noves formes d'expressar l'equació d'una recta.
Respon i completa:

Quin és el valor del pendent d'una recta?

Amb quin angle es relaciona el pendent?

Com s'anomena el punt de tall de la recta amb l'eix OY?

Equacions d'una recta que passa per un punt **P(x_1,y_1)** i de pendent "**m**":

- Equació punt-pendent

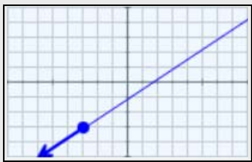
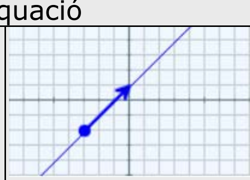
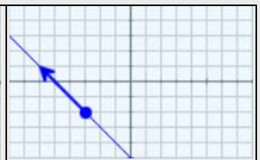
Si es coneixen dos punts de la recta:____

- Equació per dos punts

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

27. Associa cada recta amb la seva equació

				
$\begin{cases} x = -3 - 3t \\ y = -3 - 2t \end{cases}$	$(x,y) = (-3, 3) + t(-3, -2)$	$\dfrac{x+3}{-3} = \dfrac{y+2}{3}$	$3x - 3y + 3 = 0$	$y = x - 5$

28. Calcula les equacions de la recta que passa per P(2,–1) i té la direcció del vector $\vec{v}\,(0,1)$.

29. Calcula les equacions de la recta que passa per P(–1,–4) i de vector director $\vec{v}\,(-2,3)$.

30. Troba el pendent de la recta que passa pels punts P(–5,2) i Q(3,2). Escriu també la seva equació en forma explícita.

31. Troba el pendent de la recta que passa pels punts P(2,1) i Q(–3,1). Escriu també la seva equació en forma explícita.

32. Escriu l'equació general de la recta que passa pels punts P(–5,–4) i Q(–9,–1).

33. Escriu l'equació general de la recta que passa pels punts P(3,–1) i Q(–2,5).

34. Donada l'equació de la recta en forma contínua: $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-1}{-2}$, escriu les altres formes d'expressar l'equació (Vectorial, Paramètriques, General, Punt-pendent i Explícita)

35. Donades les equacions de la recta en forma paramètrica: $\left.\begin{array}{l} x = -3 + t \\ y = -2t \end{array}\right\}$, escriu les altres formes d'expressar aquesta equació (Vectorial, Contínua, General, Punt-pendent i Explícita)

36. Donada l'equació de la recta en forma general: $2x + 5y - 7 = 0$, escriu les altres formes d'expressar aquesta equació (Vectorial, Paramètriques, General, Punt-pendent i Explícita)

Clica per anar a la pàgina següent.

2.c. Posicions relatives de dues rectes

Llegeix a la pantalla l'explicació sobre les diferents posicions relatives que poden tenir dues rectes en el pla i observa a l'escena exemples de cada una d'aquestes posicions, fixa't bé en la relació entre els coeficients de les rectes en cada cas.

Respon i completa:

Quan dues rectes són **secants**?

Quan dues rectes són **paral·leles**?

Quan dues rectes són **coincidents**?

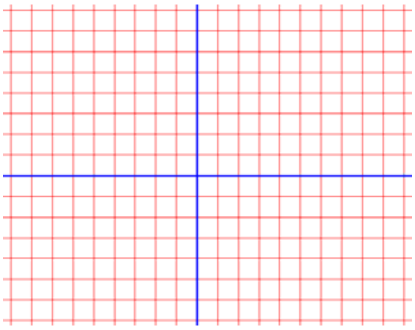
Atenent als coeficients de les respectives equacions generals, en cada cas es compleix:

Secants	Paral·leles	Coincidents
___ ≠ ___	___ = ___ ≠ ___	___ = ___ = ___

A l'escena repeteix diverses vegades clicant "Altres rectes" i en cada cas tria la posició relativa correcta en la qual apareixen les rectes que es mostren.

Dibuixa un exemple de cada tipus en els següents sistemes de coordenades.

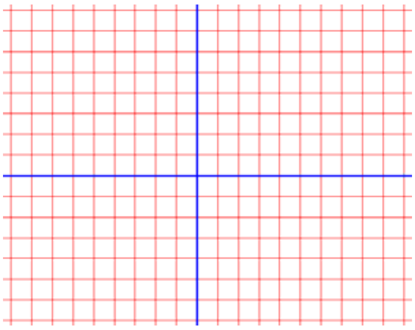
Secants



Recta 1:
Recta 2:
Relació entre coeficients:

___ ≠ ___

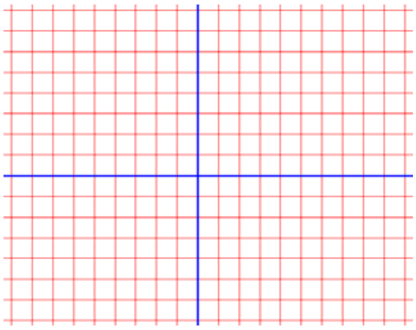
Paral·leles



Recta 1:
Recta 2:
Relació entre coeficients:

___ = ___ ≠ ___

Coincidents



Recta 1:
Recta 2:
Relació entre coeficients:

___ = ___ = ___

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

37. Una recta té de vector director $\vec{v}(2,3)$ i passa pel punt P(−1,2); el pendent d'una altra recta és $m = \frac{3}{2}$ i passa pel punt Q(1,−2). Com són aquestes rectes?

38. Una recta té de vector director $\vec{v}(2,1)$ i passa pel punt P(3,2); el pendent d'una altra recta és $m = -\frac{1}{2}$ i passa pel punt Q(1,0). Com són aquestes rectes?

Clica per anar a la pàgina següent.

2.d. Rectes paral·leles i perpendiculars

Llegeix a la pantalla l'explicació sobre els procediments a seguir per obtenir una paral·lela o una perpendicular a una recta donada.
Contesta y completa:

Quan són **paral·leles** dues rectes?	
Per escriure l'equació d'una recta **paral·lela** a una altra per un punt P...	
Quan són **perpendiculars** dues rectes?	
Per escriure l'equació d'una recta **perpendicular** a una altra per un punt P...	

A l'escena pots veure exemples de càlcul de paral·leles i perpendiculars.

1 **Exemple de càlcul d'una paral·lela**

Equació en forma contínua:	Punt pel qual passa:	Recta paral·lela en forma contínua:
Equació en forma general:	Punt pel qual passa:	Recta paral·lela en forma general:
Equació en forma explícita:	Punt pel qual passa:	Recta paral·lela en forma explícita:

2 **Exemple de càlcul d'una perpendicular**

Equació en forma continua:	Punt pel qual passa:	Recta perpendicular en forma contínua:
Equació en forma general:	Punt pel qual passa:	Recta perpendicular en forma general:
Equació en forma explícita:	Punt pel qual passa:	Recta perpendicular en forma explícita:

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

39. Calcula el valor de “a” perquè les rectes r i s siguin paral·leles, en cada un dels següents apartats:

a) r) $\frac{x+5}{-3}=\frac{y+4}{2}$; s) $\frac{x+8}{9}=\frac{y+8}{a}$

b) r) $\frac{x+2}{-2}=\frac{y+4}{4}$; s) $\frac{x+5}{a}=\frac{y-1}{-6}$

c) r) $-2x + 4y + 12 = 0$; s) $x + ay + 4 = 0$

d) r) $4x + 6y - 18 = 0$; s) $ax - 9y + 8 = 0$

40. Calcula el valor de “a” perquè les rectes r i s siguin perpendiculars, en cada un dels següents apartats:

a) r) $\frac{x-5}{3}=\frac{y+3}{2}$; s) $\frac{x-8}{a}=\frac{y+5}{-9}$

b) r) $\frac{x+4}{3}=\frac{y-4}{-4}$; s) $\frac{x+7}{12}=\frac{y-2}{a}$

c) r) $2x + 3y - 18 = 0$; s) $ax + 2y - 12 = 0$

d) r) $3x + 3y - 25 = 0$; s) $ax + 9y + 50 = 0$

41. Donada la recta d’equació $\frac{x+5}{-3}=\frac{y+4}{2}$, calcula una paral·lela que passi pel punt P(1,–2)

42. Donada la recta d’equació $\frac{x+5}{-3}=\frac{y+4}{2}$, calcula una perpendicular que passi pel punt P(1,–2)

43. Donada la recta d’equació $2x + 3y - 8 = 0$, calcula una paral·lela que passi pel punt P(3,2)

44. Donada la recta d’equació $2x + 3y - 8 = 0$, calcula una perpendicular que passi pel punt P(3,2)

45. Donada la recta d’equació $y = 3x - 2$, calcula una paral·lela que passi pel punt P(0,1)

46. Donada la recta d’equació $y = 3x - 2$, calcula una perpendicular que passi pel punt P(0,1)

47. Donada la recta d’equació $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$, calcula una paral·lela que passi pel punt P(2,1)

48. Donada la recta d’equació $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$, calcula una perpendicular que passi pel punt P(2,1)

Clica per anar a la pàgina següent.

3. Circumferències

3.a. Equació d'una circumferència

Llegeix a la pantalla l'explicació teòrica d'aquest apartat i observa a l'escena de la dreta com s'obté l'equació d'una circumferència (pots canviar el centre de posició amb el ratolí, i modificar el radi amb els botons que hi ha a la part superior dreta).

Respon i completa:

Quina és la definició de circumferència?

La definició de circumferència ens porta a l'equació:

Desenvolupant aquesta expressió, obtenim:

Que podem escriure:

____

On **A =** ______, **B =** ______ i **C =** ________________

Així podem calcular les coordenades del centre o el valor del radi a partir de l'equació.

Exemples

Equació de la circumferència de centre C(−2,3) i radi 5:	**A** = − 2 · (−2) = **+4** **B** = − 2 · 3 = **− 6** **C** = $(-2)^2 + 3^2 - 5^2$ = **−12**	$\mathbf{x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0}$
Centre i radi de la circumferència: $\mathbf{x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0}$	**A** = − 2 · a = −2 → **a = 1** **B** = − 2 · b = **4** → **b = −2** **C** = $1^2 + (-2)^2 - r^2$ = **−4** → **r = 3**	**Centre: C (1,−2)** **Radi: r = 3**

Clica sobre el botó per fer uns exercicis.

EXERCICIS

49. Troba l'equació de la circumferència de centre C(3,4) i radi 4

50. Troba l'equació de la circumferència que té el centre en el punt C(−1,−1) i que passa pel punt (2,3)

51. Calcula el centre i el radi de les circumferències següents:

a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$

b) $x^2 + y^2\ 4y - 21 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 26 = 0$

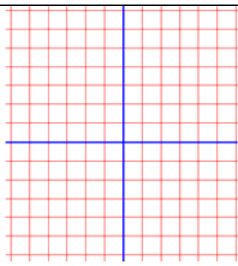
d) $x^2 + y^2 + 6y = 0$

Clica Per anar a la pàgina següent.

Recorda el més important – RESUM

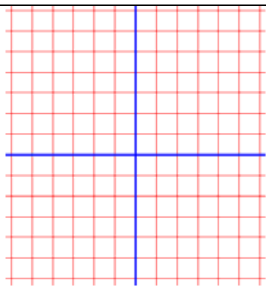
Vector Fix
Origen: Extrem:
Components: $\overrightarrow{AB}$

Vector lliure
____
____.



Caracteritzen un vector:
-
-
-

Operacions amb vectors
$\vec{u}$(,) ; $\vec{v}$(,)
- **Suma**
- **Producte per un escalar**

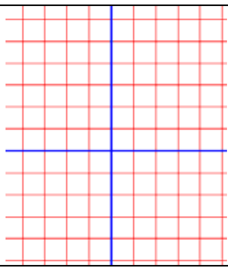


Producte escalar
Dues maneres de calcular-lo:
-
-

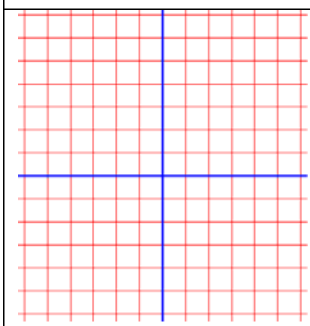
Punt mitjà d'un segment

A (,) ; B(,)

M:



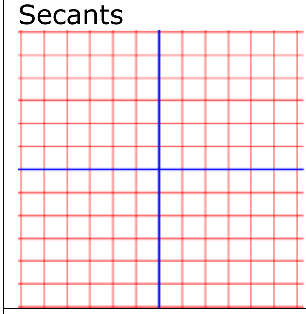
- **Mòdul d'un vector**
- **Distància entre dos punts**
- **Angle entre dos vectors**



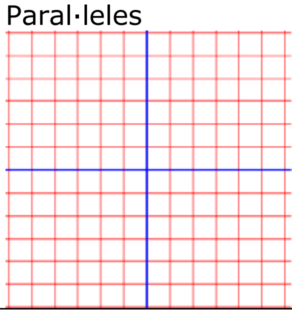
Equacions de la recta
- Vectorial:
- Paramètriques
- Contínua
- General
- Punt-Pendent
- Explícita

Posicions relatives de dues rectes Ax + By + C = 0 ; A'x + B'y + C' = 0

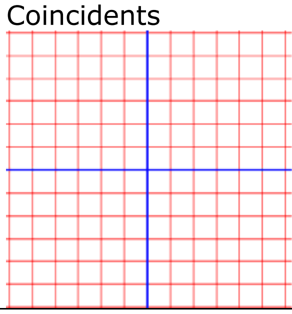
Secants



Paral·leles



Coincidents



Equació de la circumferència
Centre: C(a,b)
Radi: r

Clica per anar a la pàgina següent.

Per practicar

Practica ara resolent diferents EXERCICIS. A les següents pàgines trobaràs EXERCICIS de:

Vectors
Rectes

Procura fer-ne almenys un de cada tipus i un cop resolt comprova'n la solució

Completa l'enunciat amb les dades de cada EXERCICI de la pantalla i després resol-lo.
És important que primer el resolguis tu i després comprovis a l'ordinador si ho has fet bé.

Vectors

Vectors equipol·lents

1. Donats els punts A(,), B(,), C(,) i D(,); calcula els vectors $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD}$ i $\overrightarrow{DC}$. Quins són equipol·lents?:

Operacions amb vectors (Dos tipus d'exercicis)

2. Donats els vectors $\vec{u}$(,), $\vec{v}$(,) i $\vec{w}$(,), efectua l'operació:.

3. Els punts A(,), B(,) i C(,) són tres vèrtexs consecutius d'un paral·lelogram. Troba el quart vèrtex, D, aplicant la suma de vectors.

Punt mitjà i distàncies (Quatre tipus d'exercicis)

4. Calcula el punt on es tallen les diagonals del paral·lelogram de vèrtexs A(,), B(,), C(,) i D(,). Calcula també la mesura de les diagonals.

5. Comprova que el triangle de vèrtexs A(,), B(,) i C(,) i el de vèrtexs els punts mitjans dels seus costats, són semblants.

6. Els punts A(,), B(, 2), C(,) i D(,) són els vèrtexs d'un trapezoide. Comprova que els punts mitjans dels seus costats formen un paral·lelogram.

7. Calcula el simètric del punt A(, 1) respecte del punt P(,). Comprova també que la distància de A a P és la meitat de la distància de A al seu simètric.

Combinacions lineals (Dos tipus d'exercicis)

8. Calcula els components del vector $\vec{w} =$, sabent que $\vec{u} =$ i $\vec{v} =$

9. Expressa el vector $\vec{w} =$ com a combinació lineal de $\vec{u} =$ i de $\vec{v} =$

Producte escalar (Dos tipus d'exercicis)

10. Donats els vectors $\vec{u}$(,) i $\vec{v}$(,), calcula el seu producte escalar, els seus mòduls i l'angle que formen.

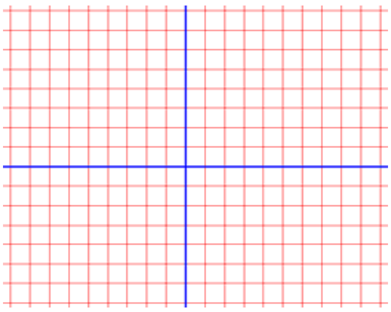
11. Comprova mitjançant vectors i amb el teorema de Pitàgores que el triangle de vèrtexs A(,), B(,) i C(,) és rectangle.

Rectes

Una recta (Quatre tipus d'exercicis)

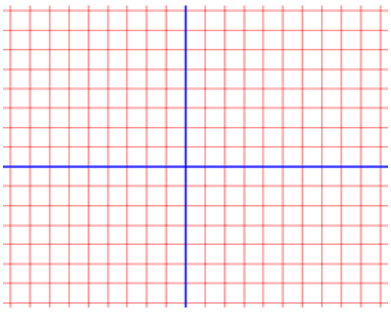
12. Donada la recta r, indica quin tipus d'equació és, representa-la i calcula:

- Un punt seu
- Un vector director
- El pendent



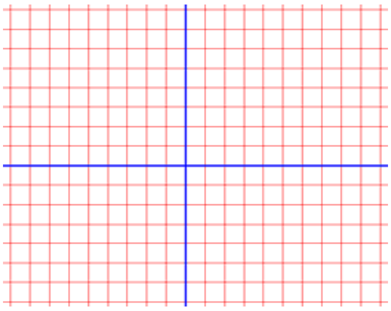
13. Donada la recta r, indica quin tipus d'equació és, representa-la i calcula:

- Un punt seu
- Un vector director
- El pendent



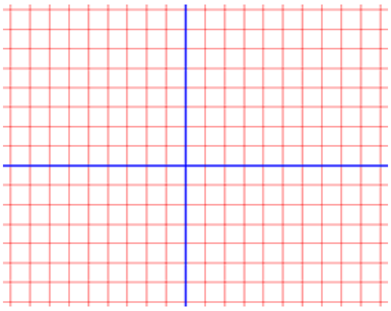
14. Donada la recta r, indica quin tipus d'equació és, representa-la i calcula:

- Un punt seu
- Un vector director
- El pendent



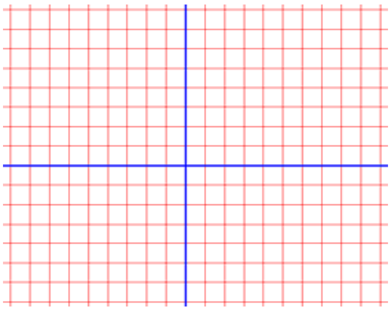
15. Donada la recta r, indica quin tipus d'equació és, representa-la i calcula:

- Un punt seu
- Un vector director
- El pendent

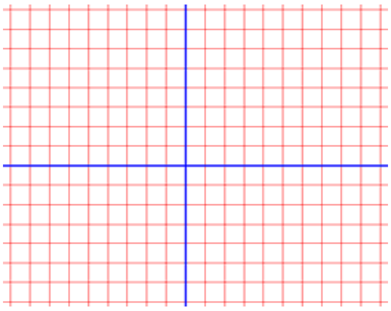


Troba l'equació (Quatre tipus d'exercicis)

16. Troba l'equació explícita de la recta de la gràfica

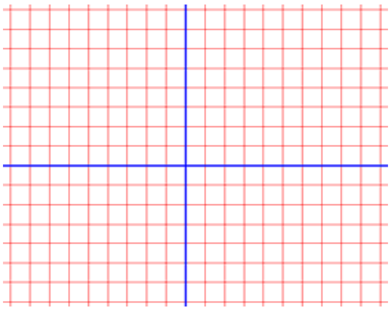


17. Troba l'equació general de la recta que passa pels punts P(,) i Q(,)



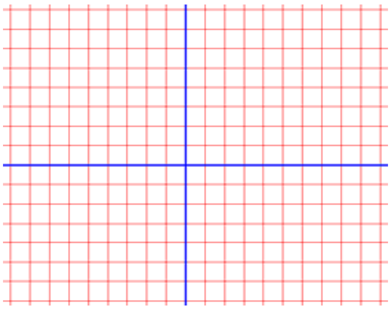
18. La recta r passa pel punt P(,) i té vector director $\vec{v}$ (,). Troba la seva equació en forma:

a) Vectorial b) Contínua c) General



19. La recta r passa pel punt P(,) i té pendent ___. Troba la seva equació en forma:

a) Punt-pendent b) Explícita c) General



Dues rectes (Tres tipus d'exercicis)

20. Troba l'equació de la recta paral·lela a r pel punt P

r) P(,)

21. Troba la posició relativa de les rectes r i s

r) s)

22. Troba l'equació de la recta perpendicular a r pel punt P

r) P(,)

En un triangle (Quatre tipus d'exercicis)

23. Comprova que les rectes r_1, r_2 i r_3 formen un triangle i calcula els seus vèrtexs

r_1) r_2) r_3)

24. Donat el triangle de vèrtexs A(,), B(,) i C(,), calcula:

➔ Les equacions de les mediatrius de cada costat i les coordenades del circumcentre

25. Donat el triangle de vèrtexs A(,), B(,) i C(,), calcula:

➔ Les equacions de les mitjanes i les coordenades del baricentre

26. Donat el triangle de vèrtexs A(,), B(,) i C(,), calcula:

➔ Les equacions de les altures i les coordenades de l'ortocentre

Autoavaluació

Completa aquí cada un dels enunciats que proposa l'ordinador i resol-lo, després introdueix el resultat per comprovar si la solució és la correcta.

1	Donats els punts A(,) i B(,). Calcula el mòdul del vector $\overrightarrow{AB}$	
2	Un vector equipol·lent a $\vec{v}$(,) té el seu ________ en el punt (,). Calcula el seu ____________.	
3	Donats els vectors $\vec{u}$(,) i $\vec{v}$(,) Calcula _____________ .	
4	Donats els vectors $\vec{u}$(,) i $\vec{v}$(,) Calcula el seu producte escalar.	
5	Donats els punts A(,) i B(,). Calcula la distància de l'origen de coordenades al punt mitjà del segment AB.	
6	Troba l'equació general de la recta que passa pel punt P(,) i té com a vector director $\vec{v}$(,)	
7	Quina és la posició relativa de les dues rectes següents? r: ____________ s: _____________	
8	Troba l'equació general de la recta que passa pel punt P(,) i és paral·lela a la recta _____________ ________________.	
9	Troba l'equació general de la recta que passa pel punt P(,) i és perpendicular a la recta ___________.	
10	Troba l'equació de la circumferència de centre C(,) i que passa pel punt P(,).	