

Objectius

En aquesta quinzena aprendreu a:

- Distingir entre els diferents tipus de funcions la que tingui com a gràfica una recta i treballar amb aquestes funcions.
- Determinar el pendent d'una recta i la seva relació amb el creixement.
- Calcular l'equació d'una recta que passa per dos punts donats.
- Reconèixer la gràfica d'una funció polinòmica de segon grau qualsevol.
- Representar gràficament una funció polinòmica de segon grau $y=ax^2+bx+c$.
- Determinar el creixement o decreixement d'una funció de segon grau i trobar el seu màxim o mínim.

Abans de començar.

1. Funcions polinòmiques pàg. 4
Característiques
2. Funcions de primer grau pàg. 5
Terme independent
Coeficient de primer grau
Recta que passa per dos punts
Aplicacions
3. Funcions de segon grau pàg. 8
La paràbola $y=x^2$
Traslacions d'una paràbola.
Representar funcions quadràtiques
Aplicacions

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

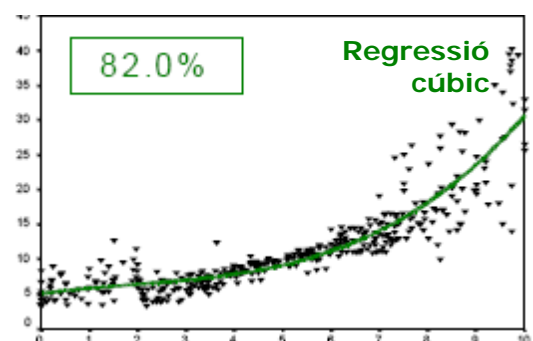
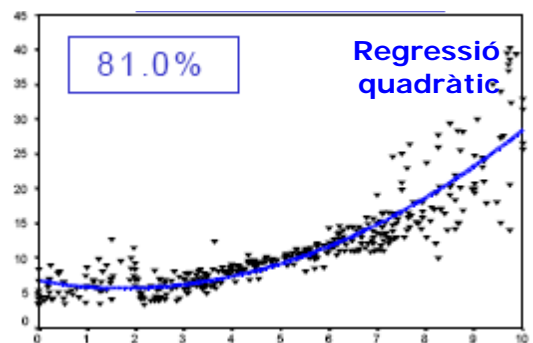
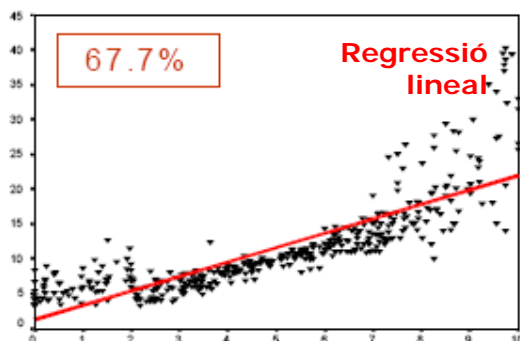
Abans de començar



¿ Per què les funcions polinòmiques?

Quan es recullen les dades d'un experiment s'obté un núvol de punts que cal estudiar. En la imatge es veu com un programa ajusta aquest núvol a diferents funcions polinòmiques (corbes de *regressió*), indicant la bondat de l'ajust en cada cas.

Gràfiques agafades de <http://eio.usc.es/eipc1/MATERIALES/311121873.pdf>



Funcions polinòmiques

1. Funcions polinòmiques

Característiques

Les funcions polinòmiques són aquelles l'expressió de les quals és un polinomi, com per exemple:

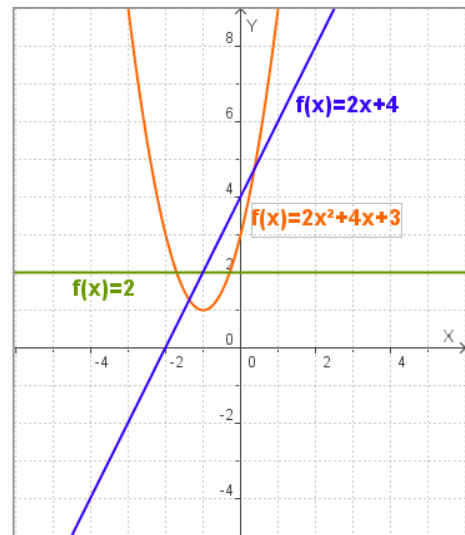
$$f(x) = 3x^4 - 5x + 6$$

Es tracta de funcions contínues el domini de les quals és el conjunt dels nombres reals.

En l'escena es poden veure les gràfiques de les funcions polinòmiques de grau menor a 3, que són les que s'estudiaran en aquesta quinzena.

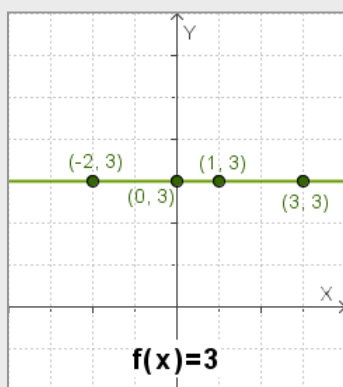
Observeu la forma segons el grau:

- ✓ les de grau zero com $f(x) = 2$, són rectes horitzontals;
- ✓ les de primer grau, com $f(x) = 2x + 4$, són rectes obliqües;
- ✓ les de segon grau, com $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$, són paràboles l'eix de les quals és paral·lel al de les ordenades.

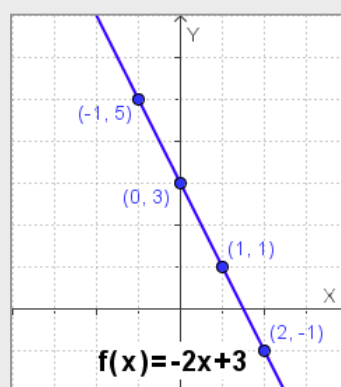


Exercicis resoltos

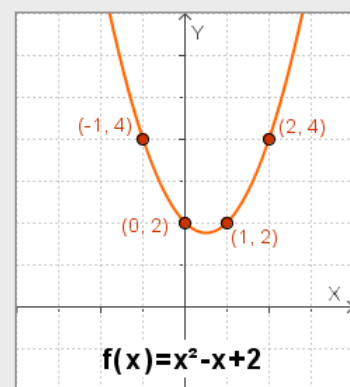
1. En cada cas feu una taula de valors i comproveu que els punts obtinguts són de la gràfica.



x	f(x)
0	3
1	3
2	3
-2	3

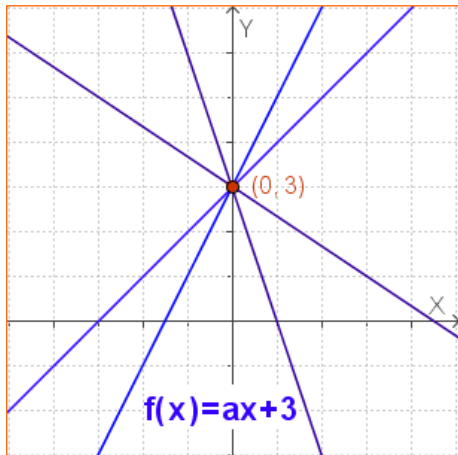


x	f(x)
0	3
1	1
2	-1
-1	5



x	f(x)
0	2
1	2
2	4
-1	4

2. Funcions de primer grau

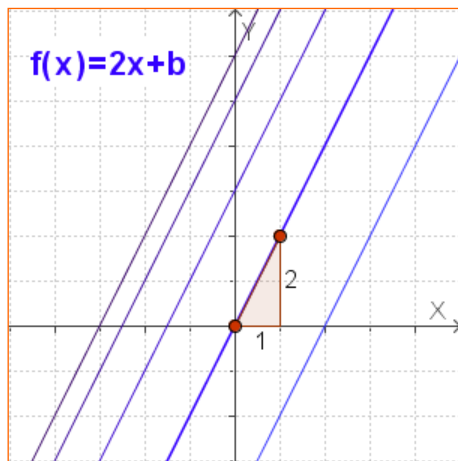


Terme independent

En qualsevol funció $f(x)$ el punt de tall de la seva gràfica amb l'eix y o eix d'ordenades, és el punt $(0, f(0))$, per tant, el seu valor a zero defineix el punt de tall amb l'eix d'ordenades.

En el cas de les funcions polinòmiques $f(0)$ coincideix amb el coeficient de grau zero o **terme independent** de la funció, per tant, tot just veure l'expressió ja reconeixem un punt de la seva gràfica, el punt de tall a l'eix d'ordenades

✓ La gràfica de $f(x) = ax + b$ talla a l'eix OY en **b**



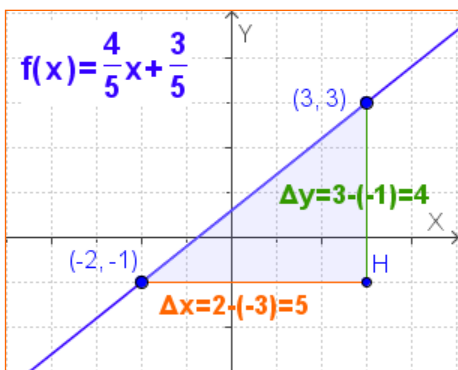
Pendent

És fàcil veure que en modificar el coeficient de x en aquestes funcions, el que canvia és la inclinació de la recta, i aquesta es mesura amb la tangent de l'angle que forma la recta amb l'eix d'abscisses, és a dir, el **pendent** de la recta.

✓ La pendent de la recta $f(x) = ax + b$ és **a**

Observeu que quan **a** és positiva la funció és creixent, i quan és negativa, decreixent.

Així, veient els coeficients, sabem com és la gràfica de la funció sense necessitat de fer cap càlcul.



Recta que passa per dos punts

Per traçar una recta n'hi ha prou amb **dos** punts, per tant, per representar una funció polinòmica de primer grau, donant valors, n'hi haurà prou amb **dos** valors.

Si dos punts $P(3, 3)$ i $Q(-2, -1)$ defineixen una recta, en determinaran també l'equació, que podem trobar resolent un sistema:

Equació de la recta **$y = ax + b$**

$$\left. \begin{array}{l} \text{Passa per P: } 3a + b = 3 \\ \text{Passa per Q: } -2a + b = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow 5a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{5} \quad b = \frac{3}{5}$$

Siguin $P(x_0, y_0)$, $Q(x_1, y_1)$ dos punts, la pendent de la recta que passa per ambdós és

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

El pendent o $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ és constant

Per tant, l'equació de la recta que passa per dos punts (x_0, y_0) (x_1, y_1) és

$$\frac{Y - y_0}{X - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

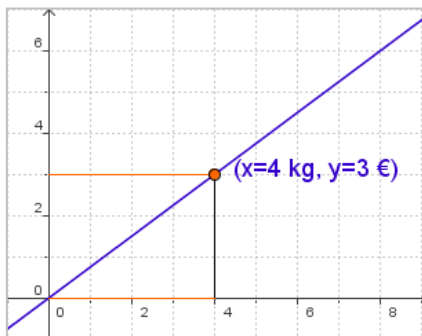
Funcions polinòmiques

Aplicacions

Vegem alguns exemples d'aplicació de les funcions polinòmiques de primer grau.

1) Funcions de proporcionalitat directa

Les funcions polinòmiques de primer grau amb terme independent zero representen la relació entre dues variables directament proporcionals.



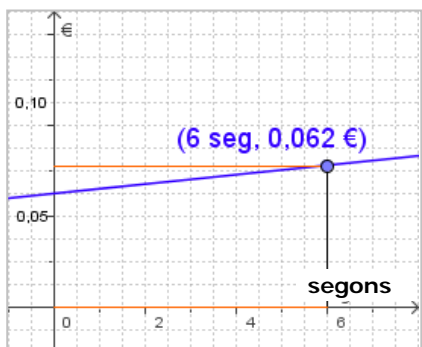
$$y = \text{constant} \cdot x$$

La gràfica de la funció de proporcionalitat directa és una recta que passa per l'origen, i el seu pendent és la constant de proporcionalitat

2) Tarifació telefònica per segons

Per calcular el preu d'una trucada s'utilitzen funcions polinòmiques de primer grau.

$$y = \text{preu per segon} \cdot x + \text{establiment de trucada}$$

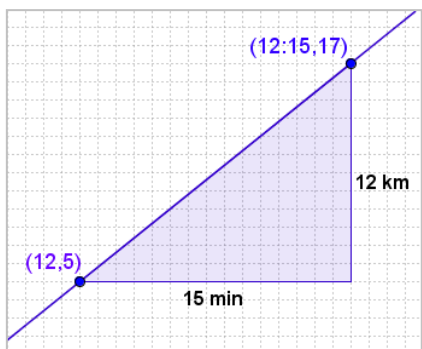


x seg	f(x) €
0	0,05
1	0,052
10	0,07
60	0,17

3) Recorregut amb velocitat constant

Si a les 12 sóc en el km 5 d'una carretera i mantenint una velocitat constant a les 12:15 sóc en el km 15, quina velocitat porto?

$$\text{Punt quilomètric} = \text{velocitat} \cdot t + \text{punt quilomètric inicial}$$



La velocitat és el **pendent** de la recta que passa pels punts (12,5) i (12:15, 17)

$$\begin{aligned} \text{vel} &= \frac{17 - 5}{15} = \frac{12 \text{ km}}{15 \text{ min}} = \\ &= \frac{12 \cdot 60 \text{ km}}{15 \text{ h}} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

Quant pagarem? X: kg de taronges que comprem
f(x): preu que es paga en euros

0,75

0,75 €/kg f(x) = 0,75x

El preu d'una trucada
X: segons que dura la trucada
f(x): preu de la trucada en euros

Establiment de trucada: 0,05 €
Cost per segon: 0,002

f(x) = 0,002x + 0,05

A quina velocitat?
t: temps transcorregut
f(t): punt quilomètric

Punt quilomètric inicial: km 5
Velocitat: ? km/h

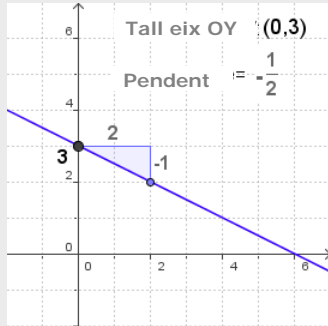
f(t) = vel · t + 5

Exercicis resolts

2. Representeu la gràfica de $f(x)$:

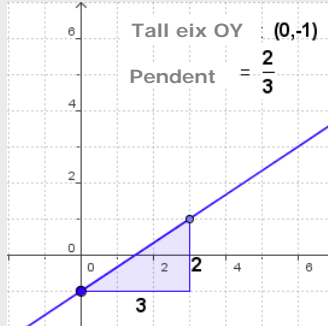
a) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

Coefficient de grau 0: **3**
 Coefficient de grau 1: **$-\frac{1}{2}$**



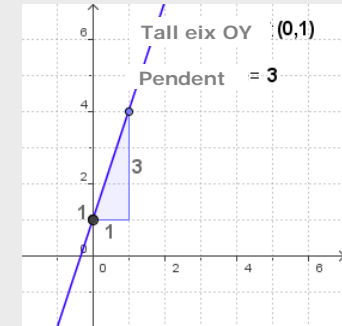
b) $f(x) = \frac{2}{3}x - 1$

Coefficient de grau 0: **-1**
 Coefficient de grau 1: **$\frac{2}{3}$**

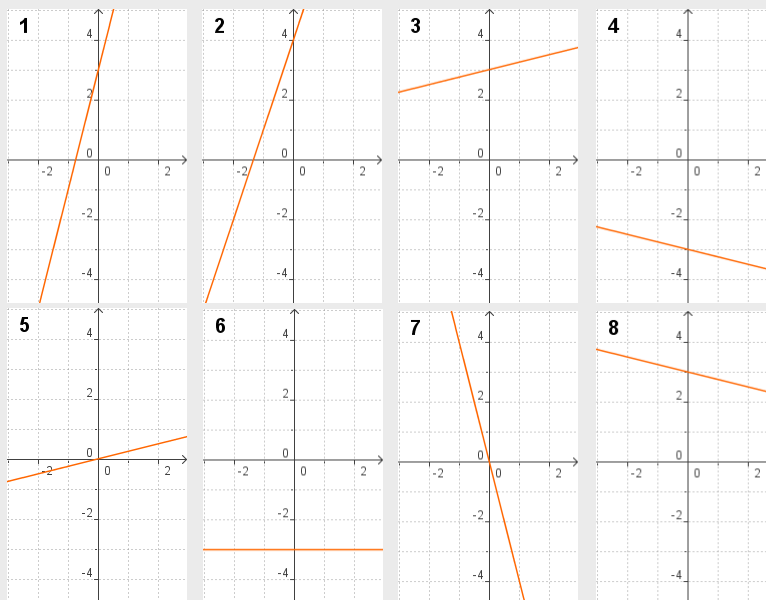


c) $f(x) = 3x + 1$

Coefficient de grau 0: **1**
 Coefficient de grau 1: **3**



3. Quina gràfica correspon a cada equació?



a) $y = x/4 + 3 \rightarrow$ **3**

b) $y = 4x + 3 \rightarrow$ **1**

c) $y = -x/4 - 3 \rightarrow$ **4**

d) $y = -x/4 + 3 \rightarrow$ **8**

e) $y = -3 \rightarrow$ **6**

f) $y = 3x + 4 \rightarrow$ **2**

g) $y = x/4 \rightarrow$ **5**

h) $y = -4x \rightarrow$ **7**

4. Quina equació correspon a la recta que passa pels punts indicats?

1) $(-1, 5)$

$(1, -5)$

a) $y = x/5 + 3 \rightarrow$ **2**

2) $(-2, 2,6)$

$(2, 3,4)$

b) $y = 5x + 3 \rightarrow$ **6**

3) $(-2, -0,4)$

$(2, 0,4)$

c) $y = -x/5 - 3 \rightarrow$ **5**

4) $(-2, 3,4)$

$(2, 2,6)$

d) $y = -x/5 - 3 \rightarrow$ **4**

5) $(-2, -2,6)$

$(2, -3,4)$

e) $y = -3 \rightarrow$ **8**

6) $(-1, -2)$

$(1, 8)$

f) $y = 3x + 5 \rightarrow$ **7**

7) $(-1, 2)$

$(1, 8)$

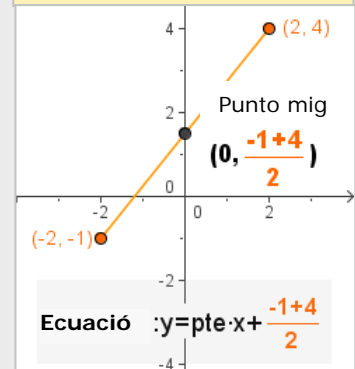
g) $y = x/5 \rightarrow$ **3**

8) $(-1, -3)$

$(1, -3)$

h) $y = -5x \rightarrow$ **1**

Quan el valor absolut de les abscisses és el mateix, el tall amb l'eix OY el defineix el **punt mig**.



Funcions polinòmiques

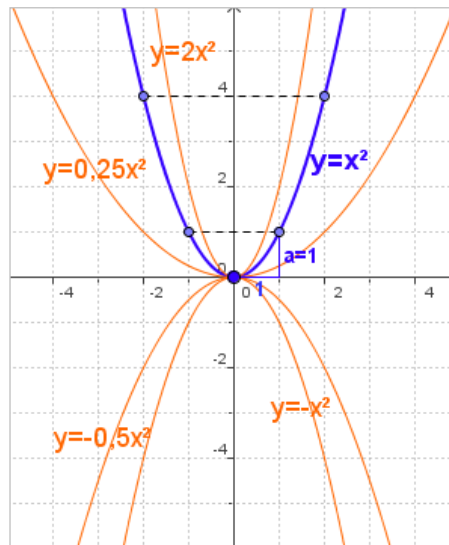
3. Funcions de segon grau

La gràfica de les funcions polinòmiques de segon grau és una paràbola d'eix vertical.

La paràbola $y=ax^2$

Observeu a l'animació com es construeix la gràfica de $f(x)=a \cdot x^2$ i com canvia segons els valors i el signe de **a**.

- ✓ És simètrica respecte de l'eix OX.
- ✓ El signe de **a** determina la concavitat de la gràfica.
 - Si **a > 0**, té un **mínim** en (0,0)
 - Si **a < 0**, té un **màxim** en (0,0)

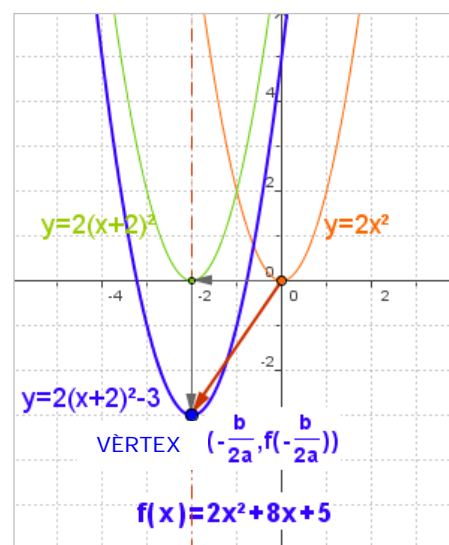


Translacions d'una paràbola

A la figura veiem la gràfica de $f(x)=ax^2+bx+c$. En modificar els valors dels coeficients **b** i **c** s'observa que la gràfica no canvia de forma, només es trasllada, així la gràfica de $y=f(x)$ té la mateixa forma que $y=ax^2$ traslladada:

- ✓ $-\frac{b}{2a}$ unitats en **horitzontal** $\rightarrow y = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2$
cap a la dreta si $-b/(2a) > 0$, cap a l'esquerra si $-b/(2a) < 0$
- ✓ $c - \frac{b^2}{4a}$ o $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ en **vertical** $\rightarrow y = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$
a dalt si $f(-b/(2a)) > 0$, a baix si $f(-b/(2a)) < 0$.

- L'**eix** de simetria és **$x = -b/(2a)$**
- El **vèrtex**, màxim o mínim, de la paràbola és **$(-b/(2a), f(-b/(2a)))$**



Representar funcions quadràtiques

Per representar una funció de segon grau

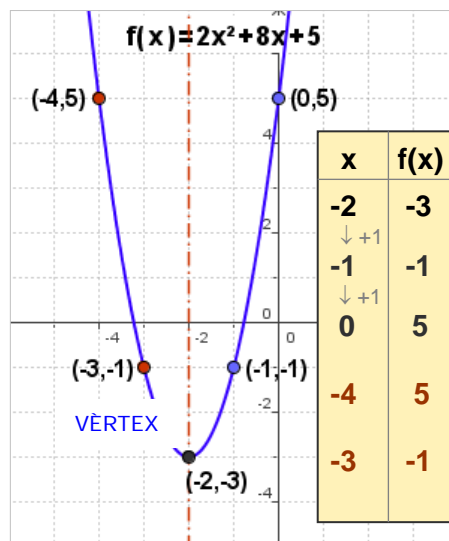
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

comencem per col·locar el seu vèrtex: $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

Es dibuixa l'eix de simetria i a continuació fem una taula de valors augmentant en una unitat el valor de **x** cada vegada. Quan tenim alguns punts dibuixem els simètrics.

Igual com en altres representacions gràfiques és interessant trobar els punts de tall amb els eixos,

- El punt de tall amb l'eix **OY** és **c**
- Els punts de tall amb l'eix **OX** són les solucions de l'equació **$ax^2+bx+c=0$**



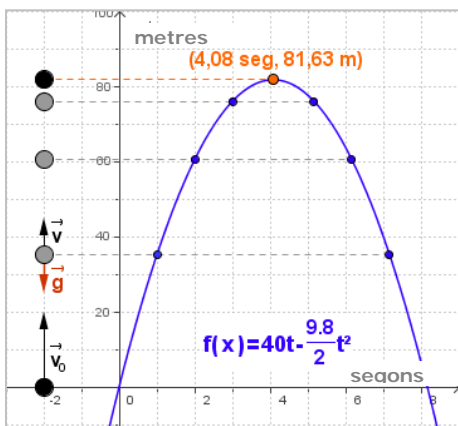


Aplicacions

Mitjançant les funcions polinòmiques de segon grau es poden estudiar algunes situacions, presents en el món físic i la vida real.

A més, el vèrtex de la paràbola és el màxim o mínim relatiu i alhora absolut de la funció quadràtica corresponent; mínim si és convexa (cap a dalt) o màxim si és còncava (cap a baix).

Llavors per a calcular els extrems relatius d'aquestes funcions és senzill, n'hi ha prou amb calcular les coordenades del vèrtex, com podeu observar en els exemples sigüents.



1) Moviment uniformement accelerat

Un exemple de moviment uniformement accelerat o d'acceleració constant és el de **caiguda lliure**, en què intervé l'acceleració de la gravetat.

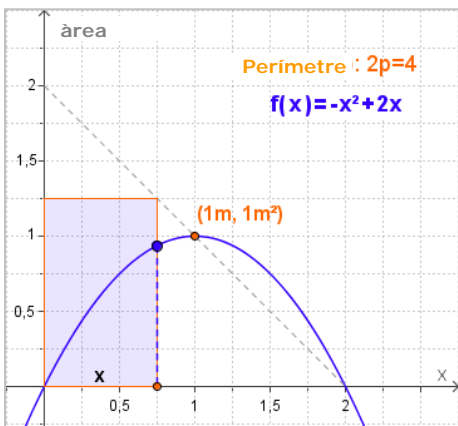
Les equacions d'aquest moviment són:

$$v = v_0 + gt \quad e = v_0t + \frac{1}{2}gt^2 \quad v_0: \text{vel. inicial} \quad g \approx 9.8 \text{ m/seg}^2$$

- Es llança des de terra cap amunt un objecte amb velocitat inicial 40 m/segon, quina altura assolirà?

$$f(x) = v_0x - 4.9x^2 \quad x: \text{temps} \quad g \approx -9.8 \text{ m/seg}^2$$

És una paràbola de vèrtex $(v_0/g, f(v_0/g))$, després l'altura màxima que assolirà és $f(v_0/g)$ m.



2) Rectangle d'àrea màxima

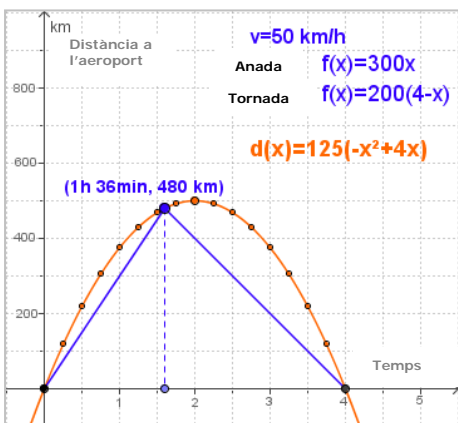
Amb un mateix perímetre es poden construir diferents rectangles, entre tots aquests volem trobar el d'àrea màxima.

- Entre tots els rectangles el perímetre dels quals és $2p$ m, quines dimensions té el d'àrea màxima?

$$\text{Perímetre} = 2p \quad \text{base} = x \quad \text{altura} = 2 - x$$

$$\text{Àrea} = \text{base} \cdot \text{altura} \quad f(x) = x \cdot (p - x) \quad f(x) = -x^2 + px$$

És una paràbola de vèrtex $(p/2, (p/2)^2)$, després es tracta d'un quadrat de costat $p/2$ m.



3) Punt de no retorn

Un avió té combustible per a 4 hores, viatjant a velocitat constant de 250 km/h sense vent. En enlairar-se el pilot observa que porta vent a favor de v km/h, quina és la màxima distància a la qual pot viatjar amb la seguretat de tenir prou combustible per tornar?

$$\text{Velocitat anada: } 250 + v \quad \text{Distància a l'aeroport: } f(x) = (250 + v)x$$

$$\text{Vel. tornada: } 250 - v \quad \text{Distància a l'aeroport: } f(x) = (250 - v)(4 - x)$$

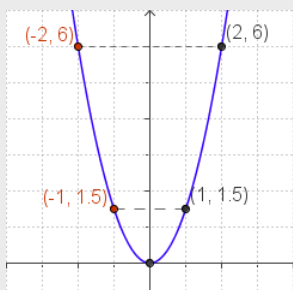
El punt en el qual es tallen les dues rectes és el punt de no retorn, si el pilot va més enllà no tindrà combustible suficient per tornar.

En variar la velocitat del vent els punts de no retorn obtinguts estan sobre la paràbola: $d(x) = 125x(4 - x)$

Exercicis resoltos

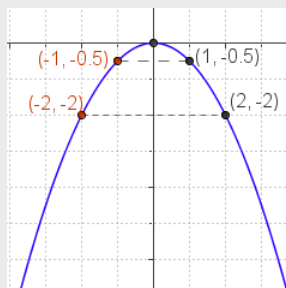
5. Dibuixeu la gràfica de les funcions següents:

a) $f(x) = 1,5x^2$



Vèrtex (0,0)
 $x=1$ $f(1)=1,5$
 $x=2$ $f(2)=6$
 els seus
 simètrics
 respecte a OY:
 (-1, 1,5)
 (-2, 6)

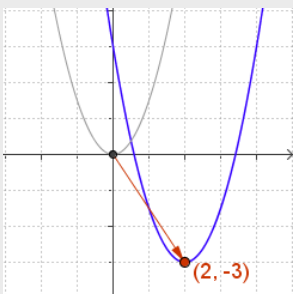
b) $f(x) = -0,5x^2$



Vèrtex (0,0)
 $x=1$ $f(1)=-0,5$
 $x=2$ $f(2)=-2$
 els seus
 simètrics
 respecte a OY:
 (-1, 0,5)
 (-2, -2)

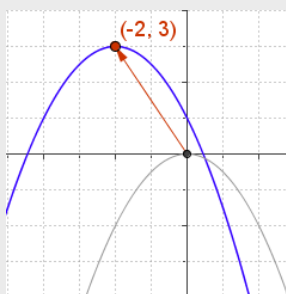
6. Escriviu l'equació de la funció que resulta de traslladar el vèrtex de la paràbola al punt indicat.

a) $y = 1,5x^2$ a $A(2, -3)$



Vèrtex (2,-3)
 $\rightarrow 2$ unitats
 a la dreta:
 $y = 1,5(x-2)^2$
 $\downarrow 3$ unitats cap
 avall:
 $y = 1,5(x-2)^2 - 3$
 $y = 1,5x^2 - 6x + 3$

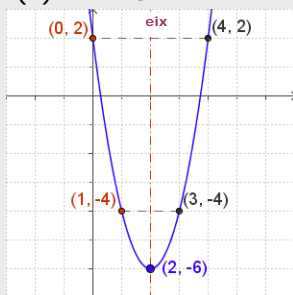
b) $y = -0,5x^2$ a $B(-2, 3)$



Vèrtex (-2,3)
 $\leftarrow 2$ unitats
 a l'esquerra:
 $y = -0,5(x+2)^2$
 $\uparrow 3$ unitats cap
 amunt:
 $y = -0,5(x+2)^2 + 3$
 $y = -0,5x^2 - 2x + 1$

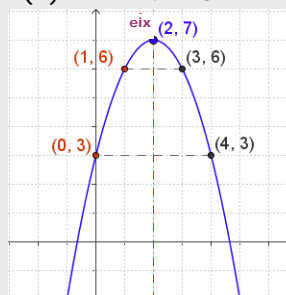
7. Representeu gràficament les paràboles següents:

a) $f(x) = 2x^2 - 8x + 2$



Vèrtex (2, -6)
 Eje : $x=2$
 $x=3$ $f(3)=-4$
 $x=4$ $f(4)=2$
 els seus simètrics
 respecte a l'eix:
 (1, -4)
 (0, 2)

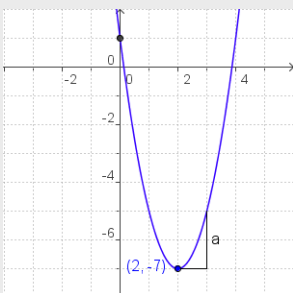
b) $f(x) = -x^2 + 4x + 3$



Vèrtex (2, 7)
 Eje: $x=2$
 $x=3$ $f(3)=6$
 $x=4$ $f(4)=3$
 els seus simètrics
 respecte a l'eix:
 (1, 6)
 (0, 3)

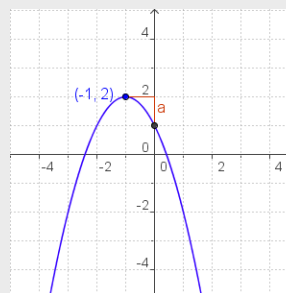
8. Escriviu l'equació $y = ax^2 + bx + c$ de la paràbola de la gràfica Vèrtex (2, -7)

a)



$a=2$
 Vèrtex (2, -7)
 $2 = -b/4 \Rightarrow \mathbf{b=-8}$
 Talleu OY a 1
 després **$c=1$**
 $y = 2x^2 - 8x + 1$

b)

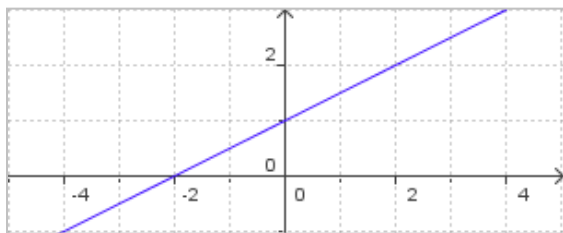


$a=-1$
 Vèrtex (-1, 2)
 $-1 = -b/(-2)$
 $\Rightarrow \mathbf{b=-2}$
 Talleu OY a 1
 després **$c=1$**
 $y = -x^2 - 2x + 1$



Per practicar

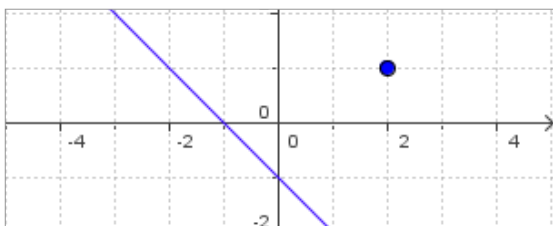
1. Escriuiu l'equació de la funció que representa el pes d'un cavall si neix amb 30 kg i augmenta a raó d'1 kg cada 2 dies.
2. Escriuiu l'equació de la funció que representa el preu en finalitzar la connexió en un ciber, si l'establiment de la connexió costa 0,10 € i cada minut val 0,03 €.
3. Escriuiu l'equació de la funció que representa el núm. de la pàgina del llibre que estic llegint, sabent que tots els dies avanço el mateix nombre de pàgines, el dia 10 anava per la 290, i el dia 17 per la 465.
4. Escriuiu l'equació de la funció que representa la quantitat total en € (IVA inclòs) a pagar en una factura, en funció del preu sense IVA, sabent que el percentatge d'augment aplicat és del 16%.
5. Escriuiu l'equació de la funció de la gràfica. Determineu el pendent de la recta i els talls amb els eixos.



6. Representeu gràficament les funcions:

a) $f(x) = x - 1$ b) $f(x) = \frac{4}{3}x + 2$

7. Trobeu l'equació de la recta paral·lela a la de la gràfica que passa pel punt (2,1)

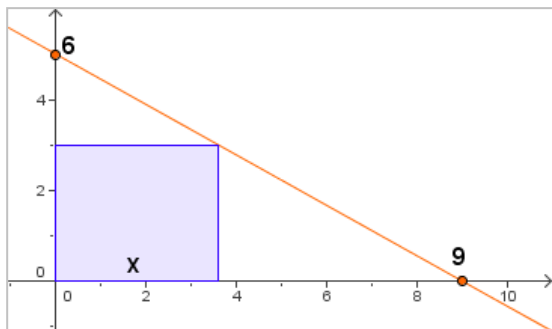


8. Trobeu l'equació de la recta paral·lela a la $y = 2x + 1$, que passa pel punt $(-1, 5)$
9. Trobeu l'equació de la recta que passa pels punts:
 - a) (0,70) (-7, 8)
 - b) (0,2) (-1,0)
10. Trobeu l'equació de la recta de pendent 4, que talla a l'eix d'abscisses en -10 .
11. Trobeu l'equació de la recta de pendent 5, que talla a l'eix d'ordenades en 15.
12. Estan alineats els tres punts?
 - a) (0, 4) (2, 10) y (3, 11)
 - b) (3, 36) (5, 54) y (9, 90)
13. En Juan rep una factura mensual de 160 minuts de telèfon. Decidiu quina tarifa li interessa més:
 - a) Quota mensual de 10 € més 5 cèntims cada minut.
 - b) Sense quota mensual i 12 cènt. minut.
14. Certa companyia ofereix un mòbil rebaixat segons els punts aconseguits tal com indica la taula, correspon aquesta taula a una funció polinòmica de primer grau? En cas afirmatiu quina és l'equació?

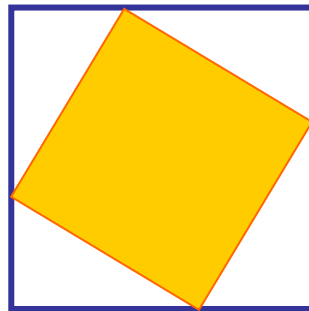
Punts (x) :	3000	5000	6000
Preu € (y):	220	200	190
15. A la factura del telèfon veiem que una trucada de 2 minuts ens costa 0,26 € i una altra de 5 minuts 0,44 €. Quin és el preu de l'establiment de trucada? Quant es pagarà per una trucada de 9 minuts?
16. Calculeu el valor de b perquè la gràfica de la funció $f(x) = 2x^2 + bx - 4$ passi pel punt $(-3, 2)$.

Funcions polinòmiques

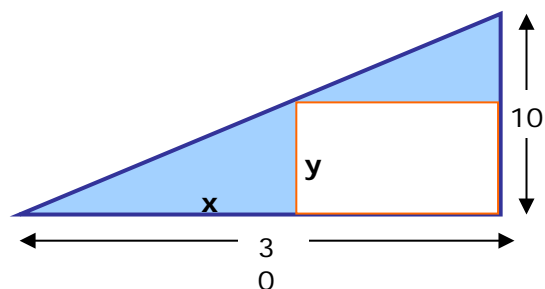
17. Calculeu el valor de a perquè la gràfica de la funció $f(x) = ax^2 - f(x) = ax^2 - 5x - 2$, passi pel punt $(-0,5, 1)$.
18. Calculeu el valor de c perquè la gràfica de la funció $f(x) = -2x^2 + 3x + c$, passi pel punt $(2, 1)$.
19. Escriviu l'equació de la paràbola que té coeficient $a = -2$, talla a l'eix d'ordenades en $(0, 2)$ i el seu vèrtex és el punt $(-1, 4)$.
20. Escriviu l'equació de la paràbola que té coeficient $a = 1$, talla a l'eix d'ordenades en $(0, -3)$ i el seu vèrtex és el punt $(-2, -7)$.
21. Escriviu l'equació de la paràbola que passa pels punts $A(0, 5)$, $B(4, 21)$ i $C(-1, 11)$.
22. En llançar verticalment cap amunt un objecte, amb velocitat inicial 24 m/segon, l'altura màxima que assoleix ve donada per: $f(x) = 24x - 5x^2$ ($g = 10$ m/seg² i x : temps). Calculeu l'altura màxima que assoleix.
23. Amb un llistó de 194 cm de llarg volem fer un marc per a un quadre. Calculeu la superfície màxima que es pot emmarcar.
24. En un comerç venen 144 unitats d'un producte a 12 € la unitat. Se sap que per cada euro que augmenta el preu es venen 3 unitats menys. A quant s'han de vendre per obtenir-ne el màxim benefici?
25. Calculeu el valor de x perquè l'àrea del rectangle de la figura sigui màxima. Dos nombres sumen 24, calculeu quins són si la suma dels seus quadrats és mínima.



26. Dos nombres sumen 24, calculeu quins són si la suma dels seus quadrats és mínima.
27. En un quadrat de costat 20 cm, se n'inscriu un altre com indica la figura. Quant mesurarà el costat del quadrat inscrit perquè la seva àrea sigui mínima?



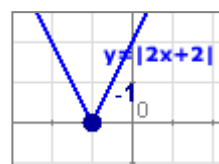
28. Calculeu el que ha de mesurar x perquè l'àrea acolorida de blau a la figura sigui mínima.



29. Decidiu si la funció $f(x)$ és contínua

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 3x + 4 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

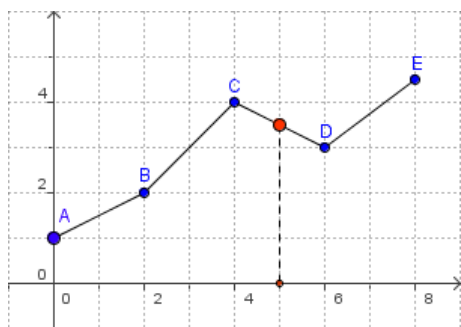
30. La gràfica del valor absolut d'una funció es traça fent la simetria de la gràfica de la funció, respecte de l'eix $-X$, a la part que queda per sota d'aquest. Representeu gràficament la funció $f(x) = |x^2 - 6x + 8|$
31. El valor absolut d'una funció polinòmica es pot expressar com una funció definida a trossos, en la qual cada tros és un polinomi. Expresses en trossos de funcions polinòmiques la funció $f(x) = |2x + 2|$





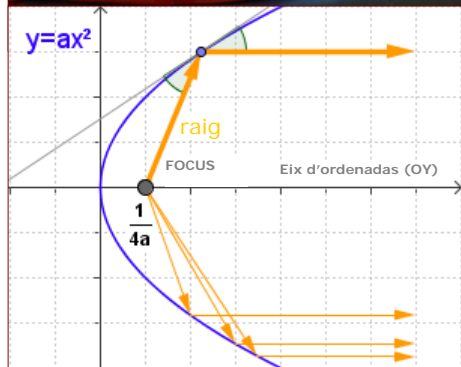
Interpolació

Quan s'estudia un fenomen, s'obté un conjunt de dades, per conèixer com es comportaria la variable dependent se sol recórrer a un procés d' **interpolació** que permet conèixer de manera aproximada el valor que pren una funció desconeguda a partir d'un conjunt de dades observades.

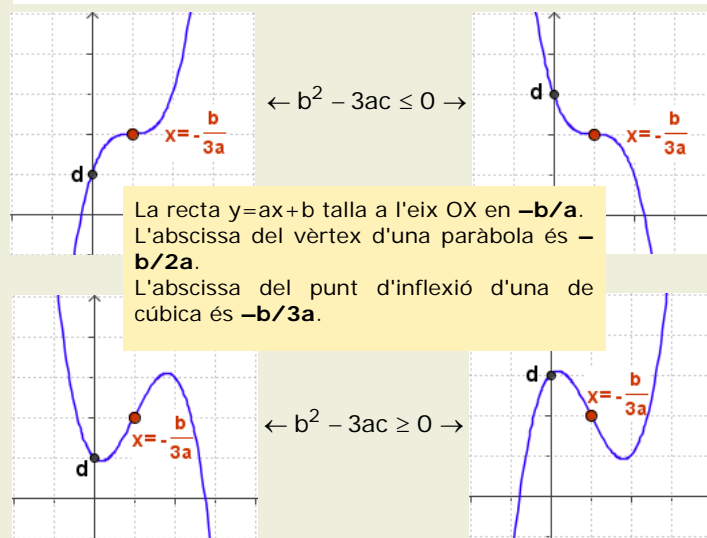


La forma més senzilla és l'anomenada **interpolació lineal** en la qual la funció s'aproxima mitjançant una funció lineal a trossos, com es veu a la figura. Si en comptes d'usar rectes utilitzem paràboles, es parla d'interpolació quadràtica, i en general d'interpolació polinòmica.

En les paràboles tots els raigs que parteixen del **focus** o hi incideixen són reflectits en la mateixa direcció. I per això els fars dels cotxes o les antenes tenen forma parabòlica.



De tercer grau: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$



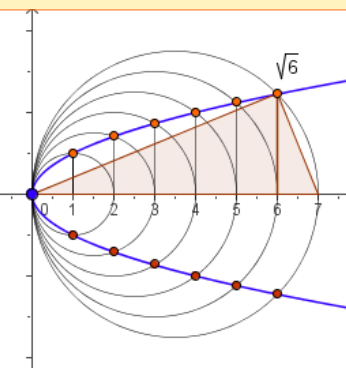
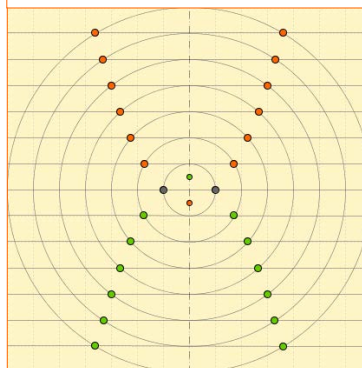
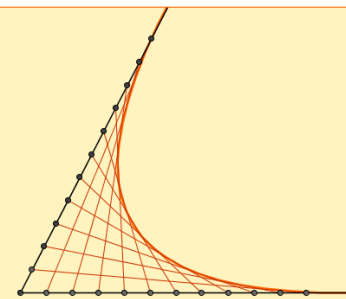
$$f(x) = x^2 + 2x + 4$$

Les diferències que s'obtenen en restar valors consecutius de $f(x)$ ens donen la taula de valors de $f(x) = 2ax + (b-a)$ i les seves diferències la funció constant $2a$.

x	f(x)	Diferències	Diferències
0	4		
1	7	3	
2	12	5	2
3	19	7	2
4	28	9	2
5	39	11	2
6	52	13	2
7	67	15	2

Altres maneres de dibuixar paràboles

Mitjançant circumferències concèntriques i rectes paral·leles; unint punts traçats a intervals regulars sobre dues semirectes o aplicant el teorema de l'altura, són diferents formes d'obtenir paràboles.

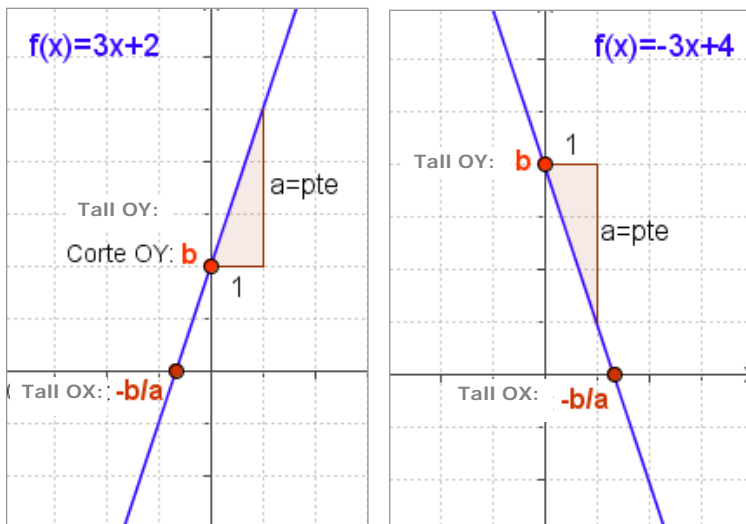


Funcions polinòmiques



**Recordeu
el més important**

Funcions de primer grau, rectes.



$f(x)=ax+b$

La gràfica de les funcions polinòmiques de primer grau és una recta.

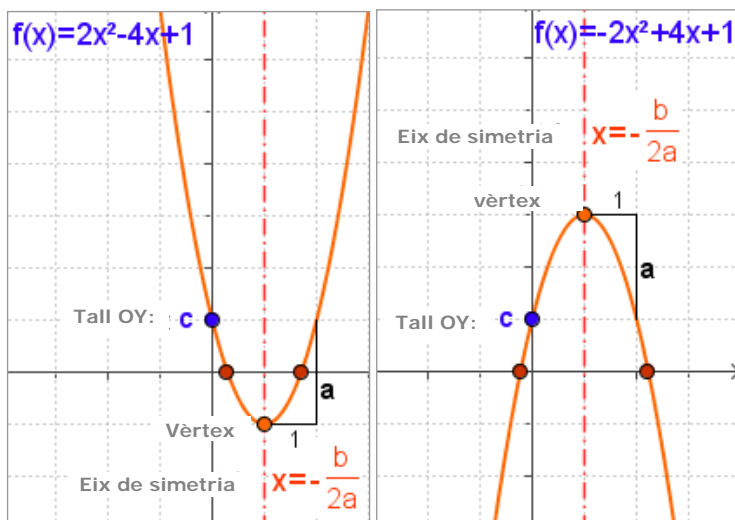
- ✓ **a** és el pendent
 - Si $a > 0$ creixent.
 - Si $a < 0$ decreixent.
- ✓ Tall eix OY: **b**
- ✓ Tall eix OX: **$-b/a$**

Recta que passa per dos punts:

$$(x_0, y_0) \quad (x_1, y_1)$$

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Funcions de segon grau, paràboles



$f(x)=ax^2+bx+c$

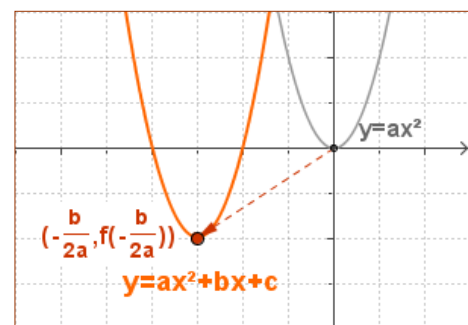
La gràfica de les funcions polinòmiques de segon grau és una paràbola.

- ✓ **a** indica la concavitat
 - Si $a > 0$ té un mínim.
 - Si $a < 0$ té un màxim.
- ✓ Eix de simetria: $x = -b/2a$
- ✓ Vèrtex: $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$
- ✓ Tall eix OY: **c**
- ✓ Tall eix OX: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

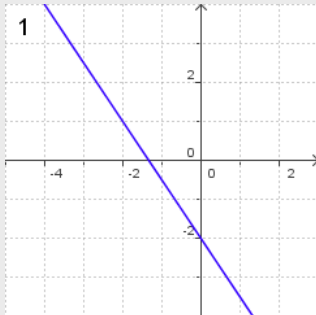
Translacions de la paràbola

Per dibuixar la paràbola $y=ax^2+bx+c$, n'hi ha prou amb traslladar $y=ax^2$ portant el seu vèrtex (0,0) al punt

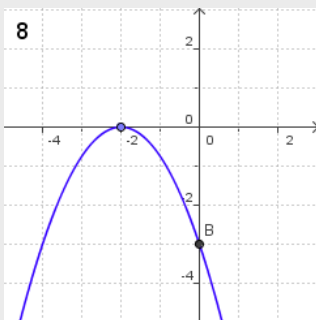
$$\left(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$$



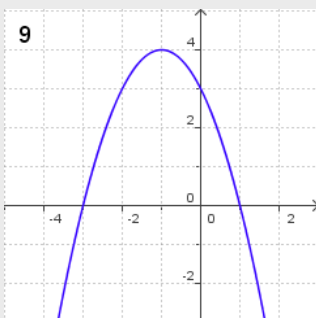
Autoavaluació



1. Quina és el pendent de la recta de la gràfica?
2. Calculeu l'equació de la recta paral·lela a la $y=-0,75x-2$ que passa pel punt $(2, 3)$
3. Quina és l'equació de la recta que passa pels punts $A(2,3)$ i $B(4, 0)$
4. Calculeu els punts de tall amb els eixos coordenats de la recta $y=-0,75x+1,5$



5. Calculeu el vèrtex de la paràbola $y=-1,5x^2-9x-18$
6. Una paràbola curta a l'eix d'abscisses en $(4, 0)$ i $(9, 0)$. Quin és el seu eix de simetria?
7. Esbrineu els punts en els quals la paràbola $f(x)=-2x^2+x+3$ talla l'eix d'abscisses.

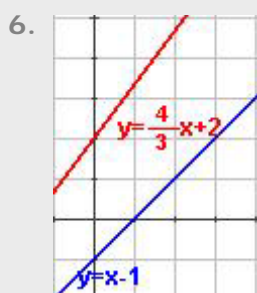


8. La paràbola de la gràfica és com la $y=-0,75x^2$. Introduïu els coeficients de la seva equació.
9. La paràbola de la gràfica és $y=-x^2-2x+3$. Quin interval és la solució de la inequació $-x^2-2x+3>0$
10. Amb una corda de 35 m de llarg es vol tancar una parcel·la rectangular per tres dels seus costats, ja que un toca amb un riu. Quina és la superfície màxima que es pot tancar?

Funcions polinòmiques

Solucions dels exercicis per practicar

1. x : dies y : kg $y=0,5x+30$
2. x : min y : € $y=0,03x+0,10$
3. x : dia y : núm. pàg. $y=25x+40$
4. $y=1,16x$
5. Pendent = $1/2$
Tall OY = 1 Tall OX = -2
Eq. $y = 1/2 x + 1$

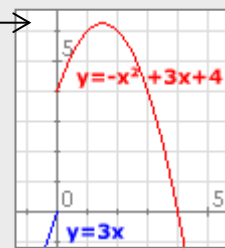
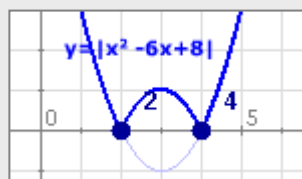


7. $y=x-1$
8. $y=2x+y$
9. a) $y = 62/7x+70$ b) $y = 2x+2$
10. $y=4x+40$
11. $y=5x+15$
12. a) No b) Si

13. Interessa més la a)
14. $y=-0,01x+250$
15. 0,14 € l'establiment de trucada 0,68 € una trucada de 9 minuts=4
16. $b=4$ 17. $a=2$ 18. $c=3$
19. $y=-2x^2+4x+2$
20. $y=x^2+4x-3$
21. $y=2x^2-4x+5$
22. 28,8 m 23. 2352,25 cm²
24. 18 25. 4,5 26. 12 y 12
27. $10\sqrt{2}$ 28. 15

29. No és contínua en $x=0$ →

30.



$$31. |2x+2| = \begin{cases} -2x-2 & \text{si } 2x+2 < 0 \leftrightarrow x < -1 \\ 2x+2 & \text{si } 2x+2 \geq 0 \leftrightarrow x \geq -1 \end{cases}$$

Solucions

AUTOAVALUACIÓ

1. pendent = -1,5
2. $y = -0,75x + 4,5$
3. $y = -1,5x + 6$
4. (0, 1,5) (2,0)
5. (-3, -4,5)
6. $x=6,5$
7. En -1 y 1,5
8. $y = -0,75x^2 - 3x - 3$
9. (-3, 1)
10. 153,13 m²

o
u
s
o
b
l