11 Estadística

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Distingir els conceptes de població i mostra.
- Diferenciar els tres tipus de variables estadístiques.
- Fer recomptes i gràfics.
- Calcular i interpretar les mesures estadístiques de centralització i de posició.
- Calcular les principals mesures de dispersió.
- Entendre la importància de l'elecció de la mostra per a què sigui representativa.
- Utilitzar i representar variables bidimensionals.
- Calcular el centre de gravetat, la covariància, el coeficient de correlació i la recta de regressió en una distribució bidimensional.

Abans de començar

Recorda

El curs passat ja vas estudiar estadística, i en moltes ocasions has fet estadística encara que no te n'hagis donat compte. Anem a veure alguns exemples.

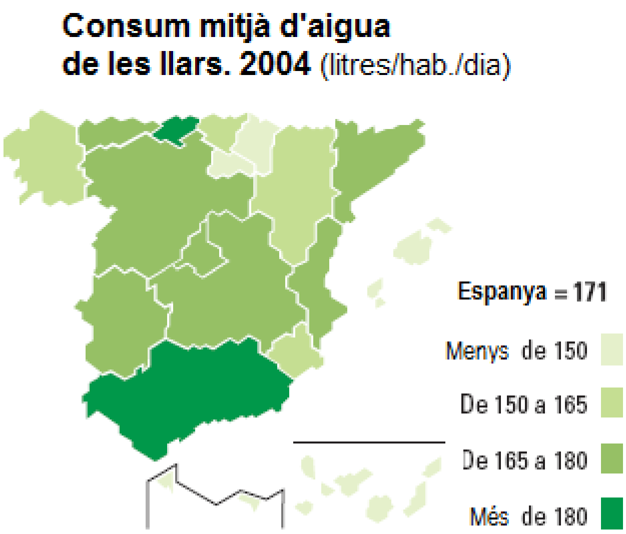
Nota mitjana

Al llarg d'un curs escolar tindràs moltes ocasions on calcular aquest valor. Si una nota depèn de dos exàmens i en un tens un 4, intentaràs treure almenys un 6 en l'altre.

Al final de l'institut, les mitjanes del batxillerat i de la prova de selectivitat. Comparacions amb la mitjana local o nacional. Les mitjanes de tall per a determinades carreres

Futbol

El jugador que més gols ha marcat, el porter que menys ha encaixat. La classificació de la lliga. La millor meitat de lliga. Els llocs de competicions europees, els de descens, núm. de vegades internacional, núm. de fases finals, minuts jugats, llançaments a porta, faltes.



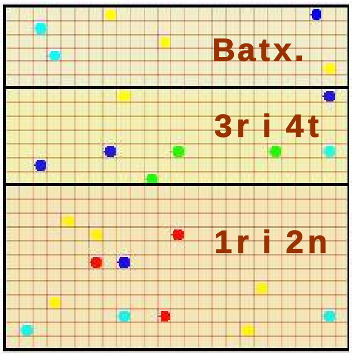
1. Estadística descriptiva

Població i mostra.

Població és el conjunt d'individus, amb alguna característica comú, sobre el qual es fa un estudi estadístic.

En la pràctica és freqüent haver de recórrer a una mostra per inferir dades de la població. La **mostra** és un subconjunt de la població, seleccionada de manera que posi de manifest les característiques de la mateixa, per això la propietat més important de les mostres és la seva **representativitat**.

El procés seguit en l'extracció de la mostra s'anomena **mostreig.**



Si cada quadrat representa cadascun dels alumnes d'un institut fictici i els preguntem sobre el seu color preferit, el total dels quadrats és la població, 625 alumnes, i els 26 enquestats constitueixen la mostra.

Variables estadístiques

La característica a estudiar en una població és la **variable estadística**.

Les variables estadístiques poden ser essencialment de dos tipus: **qualitatives** i **quantitatives.**

Les variables qualitatives són les que no apareixen en forma numèrica sinó com una categoria o atribut.

Les variables quantitatives són les que poden expressar-se numèricament, i a la vegada poden ser:

- ✓ Quantitatives **discretes**, si sols poden prendre un nombre finit de valors.
- ✓ Quantitatives **contínues** quan poden prendre qualsevol valor d'un interval.

- El color dels ulls, el formatge preferit, el continent on vius, són **variables estadístiques qualitatives**.
- El nre. d'ordinadors a casa, o de televisors i el nre. d'habitants per habitatge, per exemple, són variables estadístiques **quantitatives discretes.**
- El pes, l'altura, la velocitat, la densitat, la pressió, són **variables estadístiques quantitatives contínues.**

Les dades:

xi	fi
red	7
green	3
blue	1
yellow	6
cyan	5
Total	22

Tenen aquest diagrama de sectors

Gràfics en variables qualitatives.

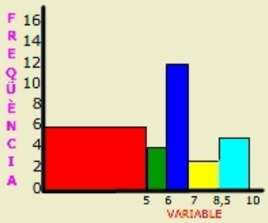
El diagrama de sectors és el més indicat per aquest tipus d'informació. El percentatge de dades de cada valor en una mostra es correspon amb el mateix percentatge de sector d'un cercle. Així per exemple, si les dades són A, A, A, A, A, B, B, B, C i C. Les freqüències són (A,5), (B,3) i (C,2), els percentatges seran (A,50%), (B,30%) i (C,20%) els que correspon a un gràfic de sectors amb (A, 180º), (B,108º) i (C, 72º).

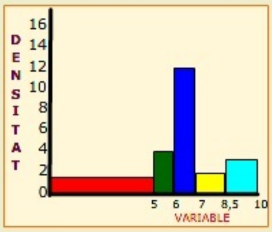
$$\frac{\text{freqüència}}{\text{nre. total de dades}} = \frac{\text{graus del sector}}{360}$$

Intervals	Recompte	Freq.	Dens.
[0 5)	𝍸 |	6	1,2
[5 6)	||||	4	4
[6 7)	𝍸 𝍸 ||	12	12
[7 8,5)	|||	3	2
[8,5 10)	𝍸	5	3,3

RECOMPTE DE LES NOTES EN 30 EXÀMENS

En el diagrama de freqüències l'àrea més gran correspon a la columna vermella, que no és la de més freqüència.





$$\text{Densitat} = \frac{\text{Freqüència}}{\text{Longitud de l'interval}}$$

Les **àrees** de les barres densitat són **proporcionals a les freqüències** a l'interval

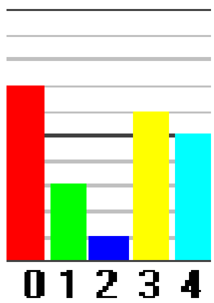
Gràfics en variables discretes.

Diagrama de barres. N'hi haurà prou que observis un exemple.

A les dades,

1	2	4	4	3
3	3	3	0	0
0	4	0	1	0
0	3	4	1	3
0	4			

els correspon el gràfic de la dreta.



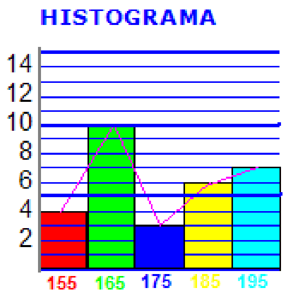
Gràfics en variables contínues.

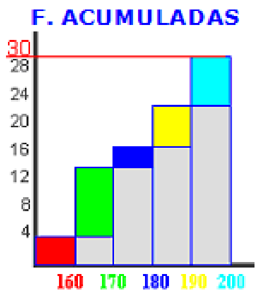
Histograma. Les dades es representen per rectangles de base l'amplitud de l'interval representat i amb l'altura que ens indica la freqüència absoluta, si tots els intervals són de la mateixa amplitud. Si no és així, les altures es calculen de manera que les **àrees** siguin proporcionals a les freqüències absolutes. A l'esquerra tens un exemple fet.

Polígon de freqüències. Unirem els centres de la part superior de tots els rectangles per obtenir-lo.

També s'acostuma a dibuixar l'histograma de les **freqüències acumulades**, en cada dada s'acumula la freqüència de les dades anteriors.

[150, 160]→4
[160, 170]→10
[170, 180]→3
[180, 190]→6
[190, 200]→7





EXERCICIS resolts

1. Classifica els següents exemples de variables estadístiques: Longitud d'un camió, Càrrega màxima, nre. de rodes, nre. d'eixos, tipus de camió, marques de pneumàtics, tipus de tapisseria, nre. de portes, altura màxima.

   Qualitatives: Tipus de camió, marques de pneumàtics, tipus tapisseria

   C. discretes: Nre. de rodes, nre. d'eixos, nre. de portes

   C. contínues: Longitud d'un camió, Càrrega màxima i altura màxima.

2. Calcula els graus que corresponen a cada valor en un gràfic de sectors fet a partir de les dades: R, R , V , V , V , V , V , A, A y A

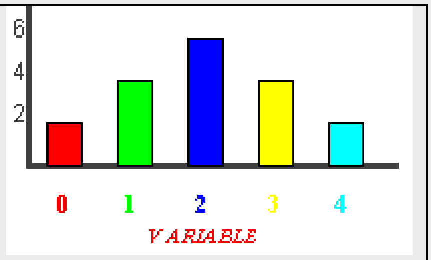
   Fem el recompte R → 2, V → 5 i A→3 I calculem

   $$\frac{2}{10} = \frac{\text{Graus R}}{360}, \quad \frac{5}{10} = \frac{\text{Graus V}}{360} \quad \text{i} \quad \frac{3}{10} = \frac{\text{Graus A}}{360} \quad \text{i obtenim}$$

   Graus R = 72, Graus V = 180 i Graus A =108

3. Agrupa les dades següents i fes un diagrama de barres adequat. Dades = { 0 1 0 2 3 4 1 2 2 1 2 2 3 4 3 2 1 3 }

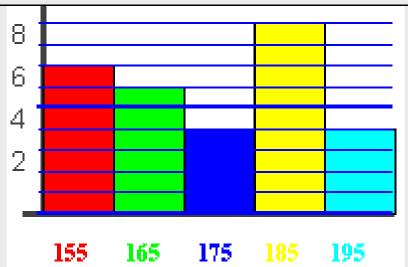
Marca	Freqüència
0	2
1	4
2	6
3	4
4	2



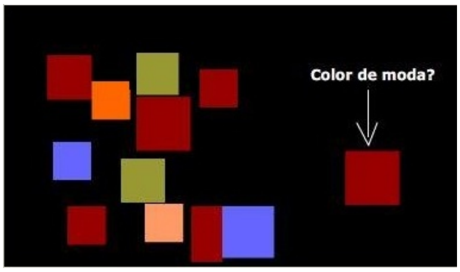
4. Classifica les dades en intervals i dibuixa un histograma adequat.

180	197	154	181	189	162	152	162	167	190
189	160	166	197	187	194	152	181	173	154
177	184	186	174	177	159	158	189	160	150

[150, 160]	155→ 7
[160, 170]	165→ 6
[170, 180]	175→ 4
[180, 190]	185→ 9
[190, 200]	195→ 4



2. Mesures de centralització



Per exemple, si tenim les observacions 6,7,8,6,7,6,8,6,9 i agrupem les dades veiem clarament que el valor 6 apareix més que cap altre. En aquest cas la **moda** és 6.

xi→fr
6→4
7→2
8→2
9→1

Si ordenem les dades, i com que el nre. de dades és senar, just el 7 queda en el centre.

6 6 6 6 7 7 8 8 1

Si les dades ordenades fossin 6,7,8,6,7,6,8,6,5 com que n'hi ha una quantitat parell, dues d'elles estarien en el centre:

5 6 6 6 6 7 7 8 8 1

i la mediana serà (6+7)/2 = 6.5

Mitjana, mediana i moda.

Un conjunt N d'observacions, N nombres, pot ser que per si sol no ens digui res. En canvi, si a més ens diuen que estan situats al voltant d'un o diversos valors centrals ja tenim una referència que sintetitza la informació.

Mitjana. La suma dels N nombres dividida entre N. Per exemple, per **3**, **4** y **5**, (**3**+**4**+**5**)/3 = 12/3 = 4;

per **1**, **1**, **4**, **8**, **8** y **8**, (**1**·2+**4**+**8**·3)/6=5**.**

$$\text{Mitjana} = \frac{x_1f_1 + x_2f_2 + \ldots + x_nf_n}{N}$$

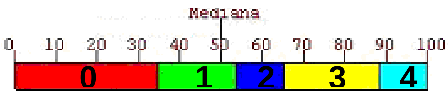
Moda. Si una observació es repeteix més que qualsevol altra, serà considerada la moda d'aquestes dades. Per exemple, si tenim les observacions 6,7,8,6,7,6,8,6,9 i agrupem les dades 6→4, 7→2, 8→2 y 9→1 veiem clarament que el valor 6 apareix més que cap altre. En aquest cas la moda és 6.

En el cas de variable contínua, agafarem com a moda la marca de l'interval de major freqüència, quan això passi. També pot passar que hi hagi dues modes o que no n'hi hagi cap que destaqui.

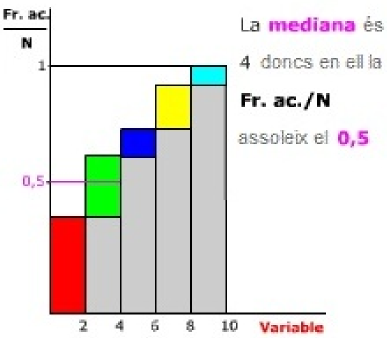
Mediana. El nombre tal que la meitat de les observacions són majors que ell i l'altra meitat menors.

En general, per a poques dades és millor procedir segons l'exemple de l'esquerra, segons tinguem una quantitat parell o senar.

Per a quantitats majors, haurem d'agrupar primer les dades en una taula. I determinar segments de longitud proporcional a la seva freqüència, disposar-los de forma lineal i marcar el centre com es pot veure en el següent exemple.



En aquest altre gràfic veiem indicada la mediana en un diagrama de Freqüències relatives acumulades:

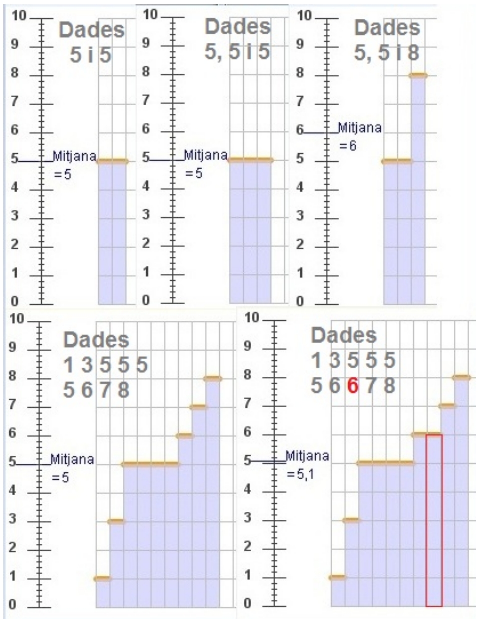


Evolució de la Mitjana.

1 Per a les dades 5 i 5 la mitjana és 5. Si afegim un 5 es manté en 5. Si afegim un 8 la mitjana passa a ser 6. (Figura de la dreta).

2 Si tenim 9 dades amb mitjana 5, necessitem afegir un 6 perquè la mitjana passi a ser 5,1. Si tenim 19 dades amb mitjana 5, ara necessitem una dada de valor 7 perquè la mitjana pugi a5,1. (Figura de la dreta).

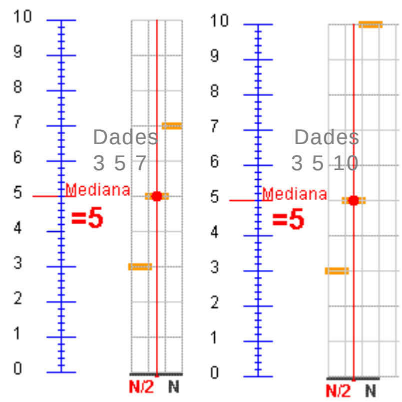
3 Per un conjunt de dades amb mitjana 5, si afegim un nou conjunt amb mitjana 5, per exemple 6 i 4, el conjunt resultant conserva la mitjana.



Evolució de la Mediana.

1 La mediana, per les dades 2, 3 i 4 és Me=3. Si canviem el 4 per 5 o per 6 o per qualsevol altre valor major segueix essent Me=3.

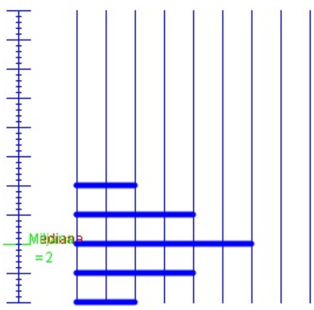
2 En canvi, si afegim una altra dada i tenim 2, 3, 4 i 4, per exemple, la Me=3,5. I si ara afegim un cinquè valor, un 4 o un 5 o un 6 o qualsevol altre major que 4, la mediana en 2, 3, 4, 4 i ?? passa a ser 4. És igual que el valor ?? sigui 5, 10 o 25**.**



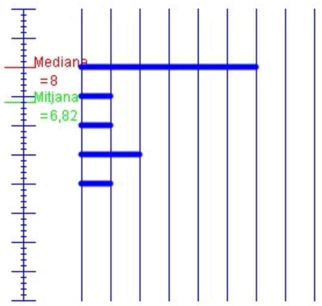
Per veure la mediana es traça una vertical des de l'eix horitzontal en N/2

Mitjana i mediana comparades

Per a les dades 4 i 6 la mitjana i la mediana coincideixen en 5. Afegir un 8 o un 11 és el mateix per a la mediana, que passa a ser en ambdós casos 6. No obstant això la mitjana amb un 8 passa a ser 6 i amb un 11 passa a ser 7. Els valors 8 i 11 es consideren observacions atípiques, estan distanciats de la resta de valors, fan més gran la mitjana i no afecten a la mediana. Si les dades estiguessin repartides simètricament respecte a un valor, aquest valor seria a la vegada la mitjana i la mediana. En canvi, si els valors a un costat de la mediana estan més allunyats d'ella que els de l'altre costat, la mitjana es desplaça cap a aquests valors allunyats que la fan més gran. Hi ha una asimetria.



Dades simètriques
Mediana igual a la Mitjana



Dades atípiques
Mediana diferent de la Mitjana

Per exemple, si tenim les observacions

1. 20, 24 i 28.

   Me = 24

2. I per a 20, 24, 28 i 30

   Me = (24+28)/2 = 26

3. Per a 20, 24, 28 i 100

   Me = (24+28)/2 = 26

En canvi la mitjana no es comporta de la mateixa forma per a les mateixes dades

1 $\overline{X} = 24$

2 $\overline{X} = 25{,}5$

3 $\overline{X} = 43$

EXERCICIS resolts

5. Calcula la mitjana en cada cas:

a) 4, 6, 8
b) 4, 6, 8, 6
c) 100, 120, 180, 200

Solucions: a) (4+6+8)/3 = 6
b) (4+6+8+6)= 24/4 = 6
c) (100+120+180+200)/4 = 150

6. Calcula la mitjana en cada cas:

a

Marca	Fr
10	2
20	4
30	3
40	2

b

Marca	Fr
100	2
200	4
300	3
400	2

a) $\overline{X} = \dfrac{10{\cdot}2 + 20{\cdot}4 + 30{\cdot}3 + 40{\cdot}2}{11} = 24{,}54$

b) $\overline{X} = \dfrac{100{\cdot}2 + 200{\cdot}4 + 300{\cdot}3 + 400{\cdot}2}{11} = 245{,}45$

7. Determina la moda i la mediana

a) 5,6,6 c) 1,2,3,4,2
b) 1,1,2,3 d) 3,2,3,2,2,2

Solucions: a) Me=6, Mo=6 c) Me=2 Mo=2
b) Me=1,5 Mo=1 d) Me=2 Mo=2

8. Calcula la moda i la mediana en cada cas:

a

Marca	Fr
10	2
20	4
30	3
40	2

b

Marca	Fr
100	2
200	3
300	4
400	1

Solucions:
a) Me=20 Mo=4
b) Me=250 Mo=300

9. S'han mesurat les altures en cm d'un grup de 30 persones i s'han obtingut les dades següents:

Altura en cm	f_i
(150,160]	7
(160,170]	9
(170,180]	10
(180,190]	3
(190,200]	1

Calcula la mitjana, la moda i la mediana.

a) Completem la taula afegint una columna per a x_i i dues més per a $x_i \cdot f_i$ i per a les freqüències acumulades.

Altura en cm	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	F_i	
(150,160]	155	7	1085	7	← Me
(160,170]	165	9	1485	16	← Mo
(170,180]	175	10	1750	26	
(180,190]	185	3	555	29	
(190,200]	195	1	195	30	
	SUMA:	30	5070		

$\overline{x} = \dfrac{5070}{30} = 169$ Me = 165 Mo = 175

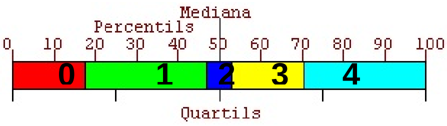
3. Mesures de posició

Quartils percentils

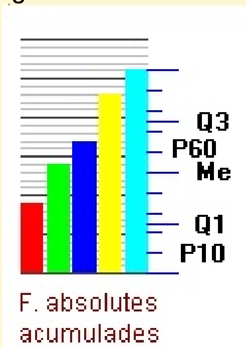
Donat un conjunt de dades numèriques corresponents a un estudi estadístic, si les ordenem de forma creixent i considerem la que estigui en el centre, ens estarem fixant en la **mediana**. És la primera que supera (o iguala) el 50% de valors, però també podem fixar-nos en altres posicions:

- Si ens fixem en el primer valor que supera o iguala el 25% o el 75%, estem parlant del **primer** o del **tercer quartil**, Q_1 i Q_3.
- Per a altres valors com el 10%, o el 80% parlem de **percentils**, P_{10} i P_{80} .

Exemple. Per a la variable de valors 0, 1, 2, 3, 4, i freqüències 0→9, 1→5, 2→3, 3→6, 4→3, dibuixem barres de longitud proporcional a les freqüències i dividim el total en parts iguals: en dues parts per a la mediana, quatre per als quartils i 10 per als percentils principals.



També podem fer un diagrama de freqüències acumulades i dividir en parts iguals com mostra el gràfic.

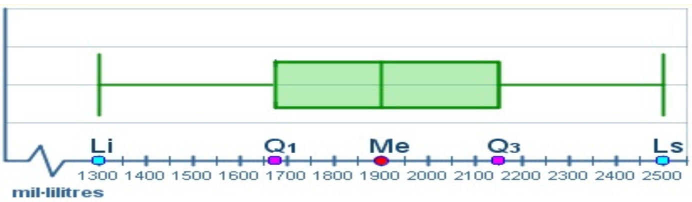


Diagrames de caixa

A partir del valor de la mediana i els quartils es poden representar les distribucions estadístiques mitjançant els anomenats "diagrames de caixa i bigotis".

Observa com es construeix amb les dades de la taula de la dreta. Un cop ordenades les dades, es calculen els valors mínim i màxim, els quartils i la mediana.

mín=1300 Q_1=1675 Me=1900 Q_3=2150 màx=2500



Es situen aquests valors sobre l'eix d'abscisses i es dibuixa la "caixa" des del primer al tercer quartil (el recorregut *interquartílic*), i els "bigotis" com indica la figura.

La taula mostra el consum diari d'aigua, en ml, dels 20 alumnes d'una classe.

Joan	1650
Lluís	1300
Alma	2400
Toni	2000
Rosa	2100
Lupe	1700
Cesc	1900
Tere	1500
Iris	1900
Pep	1850
Marc	2000
Lisa	2200
Juli	2300
Maya	1600
Àlex	1900
Albert	2500
Rita	2200
Marta	1650
Omar	2100
David	1750

Lluís	1300	Mín.
Tere	1500	
Maya	1600	
Marta	1650	
Juan	1650	Q_1
Lupe	1700	
David	1750	
Pep	1850	
Àlex	1900	
Iris	1900	Me
Cesc	1900	
Marc	2000	
Toni	2000	
Omar	2100	
Rosa	2100	Q_3
Lisa	2200	
Rita	2200	
Juli	2300	
Alma	2300	
Albert	2500	Màx.

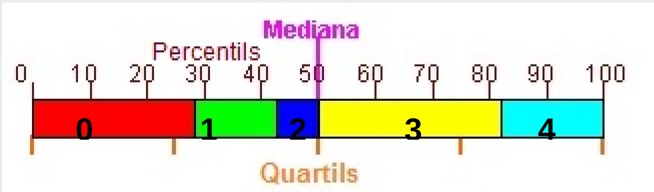
NOTA: La longitud dels bigotis no ha de passar una vegada i mitja la de la caixa, si hi ha valors extrems que superen aquesta mesura es dibuixen com punts aïllats.

EXERCICIS resolts

10. Calcula la mediana, quartils primer i 3r, i el percentil 30 60 i 90 de les dades.

4 1 3 3 2 3 1 3 3 4 0 0 0 4 4 3 0 3 0 3 2 1 0 0 4 3 0 1

Fem el recompte: 0→8, 1→4, 2→2, 3→9 y 4→5 i barres de longitud proporcional a la freqüència per a cada valor. A més a més partim la longitud total de la barra en 2, 4 i 10 trossos per obtenir la mediana, quartils i percentils, tal com es pot veure a la imatge.

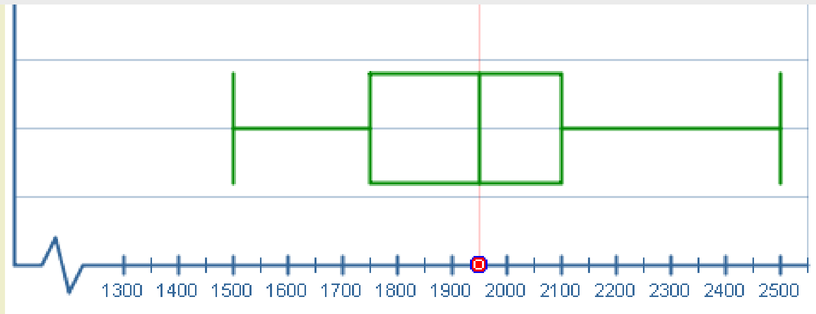


Es pot veure que la mediana està entre el blau i el groc, (3+2)/2 = 2.5, Q_1 en el vermell, Q3 en groc.

$Q_1=0$ Me=2,5 $Q_3=3$

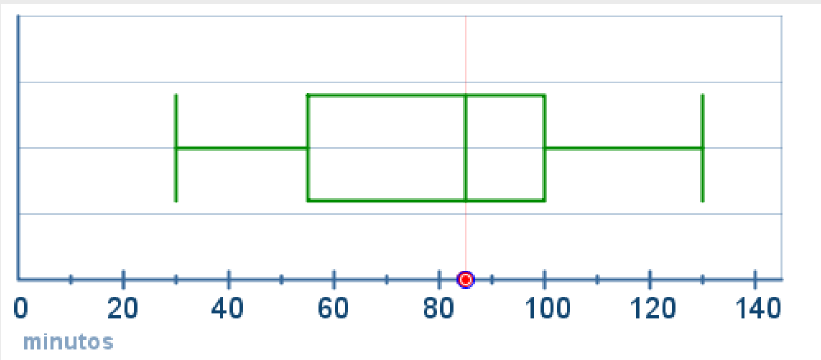
$P_{30}=1$ $P_{60}=3$ i $P_{90}=4$

11. Analitza el següent diagrama de caixa i calcula, a partir d'ell, els valors màxim i mínim, la mediana i els quartils.



Mínim = 1500
Q_1 = 1750
Me = 1950
Q3 = 2100
Màxim = 2500

12. Analitza el següent diagrama de caixa. Mostra els minuts que tarda en fer efecte un medicament en una població. Interpreta la informació que presenta i respon les preguntes.



Mínim = 30
Q_1 = 55
Me = 85
Q3 = 100
Màxim = 130

a) A quin percentatge de la població li havia fet efecte després de 30 minuts?
b) Després de quants minuts havia fet efecte al 50 % de la població?
c) Quants minuts va tardar en fer efecte al 100% de la població?
d) A quin percentatge li havia fet efecte als 55 minuts?
Quant va tardar en fer efecte a les tres quartes parts de la població?

RESPOSTES: a) Al 0%, 30 és el valor mínim. b) als 85 minuts (la mediana)
c) 130 minuts (valor màxim) d) 55 és el primer quartil, al 25%
e) 100 minuts, ¾ parts són el 75%

4. Mesures de dispersió.

Rang, variància i desviació típica

"L'estadística és una ciència segons la qual, si jo em menjo un pollastre i tu no te'n menges cap, ens hem menjat com a terme mitjà mig pollastre cada un".

L'estadística indicarà que tots mengen el mateix quan les mesures de dispersió siguin totes nul·les.

Rang. L'interval definit per la menor i la major dada. També s'anomena rang a la diferència entre la major i la menor de les dades.

Variància. La mitjana aritmètica dels quadrats de les diferències de les dades amb la mitjana.

$$\sigma^2 = \frac{\sum fi\cdot(Xi-\bar{X})^2}{n} \quad \text{que equival a} \quad \sigma^2 = \frac{\sum fi\cdot(Xi)^2}{n} - (\bar{X})^2$$

Desviació típica. L'arrel quadrada positiva de la variància.

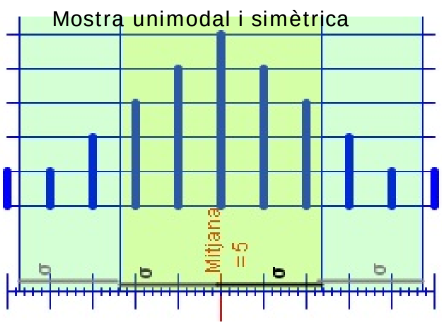
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fi\cdot(Xi-\bar{X})^2}{n}} \quad \text{o} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum fi\cdot Xi^2}{n} - \bar{X}^2}$$

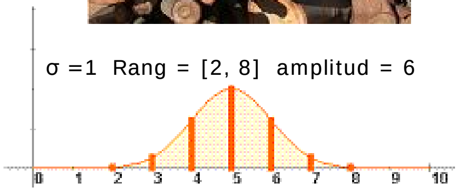
Mesurar la dispersió

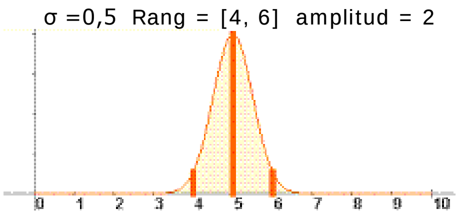
Aquest és l'objectiu d'aquestes mesures. Per exemple, les dades A= {20, 20}, B={15, 20, 20, 25} tenen la mateixa mitjana, moda i mediana. En tots els casos igual a 20. Però pots comprovar que en cap de les tres mesures de dispersió definides a dalt coincideixen.

Mitjana i desviació típica.

Per a mostres unimodals, amb una sola moda, i quasi simètriques, al voltant de la mitjana podem considerar un interval que contingui la majoria de les dades. Per exemple, per a una mostra amb mitjana 100 i desviació típica 10, aproximadament el 68% de les dades estaran entre 90 i 110; entre 80 i 120 estarà el 95% i quasi tots entre 70 i 130. Hi ha una forma de distribució de dades anomenada **normal** que compleix amb l'anterior, i que, d'una forma o altra, de totes les poblacions grans es poden extraure dades que s'ajusten a ella. En cursos superiors veuràs la importància d'aquestes distribucions.







En els dos gràfics la mitjana, mediana i moda valen 5

En la pràctica es sol utilitzar la fórmula reduïda per al càlcul de la desviació típica.

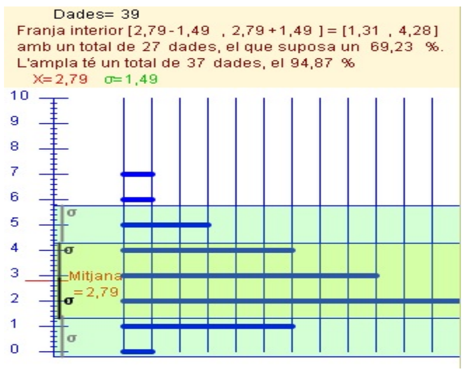
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fi\cdot Xi^2}{n} - \bar{X}^2}$$

Així, per a

Marca	Fr
4	3
5	3
6	2

Tenim que la mitjana $\bar{X} = 4{,}85$ i

$$\sigma = \sqrt{\frac{3\cdot 4^2 + 3\cdot 5^2 + 2\cdot 6^2}{8} - 4{,}85^2}$$



EXERCICIS resolts

13. Calcula la mitjana i la desviació típica en
a) 200, 250
b) 175, 275
c) 250, 250

a) $\overline{X} = \frac{250+200}{2} = 225$ $\quad \sigma = \sqrt{\frac{(250-225)^2 + (200-225)^2}{2}} = \sqrt{\frac{25^2+25^2}{2}} = 25$

b) $\overline{X} = \frac{175+275}{2} = 225$ $\quad \sigma = \sqrt{\frac{(175-225)^2 + (275-225)^2}{2}} = \sqrt{\frac{50^2+50^2}{2}} = 50$

c) $\overline{X} = \frac{250+250}{2} = 250$ $\quad \sigma = \sqrt{\frac{(250-250)^2 + (250-250)^2}{2}} = \sqrt{\frac{0^2+0^2}{2}} = 25$

14. Calcula la mitjana i la desviació típica en:
a) 7, 5 , 3, 2, 4, 5
b) 20, 25, 20, 22, 21

a) $\overline{X} = \frac{7+5+3+2+4+5}{6} = \frac{26}{6} = 4,33$

$$\sigma = \sqrt{\frac{7^2+5^2+3^2+2^2+4^2+5^2}{6} - 4,33^2} = \sqrt{\frac{128}{6} - 18,75} = 1,59$$

b) $\overline{X} = \frac{20+25+20+22+21}{5} = \frac{108}{5} = 21,6$

$$\sigma = \sqrt{\frac{20^2+25^2+20^2+22^2+21^2}{5} - 21,6^2} = \sqrt{\frac{2350}{5} - 466,56} = 1,85$$

(Nota.- Observa la fórmula utilitzada per a la desviació)

15. Organitza les dades següents en intervals de 10 cm des de 150 a 200. Amplia la taula amb dues columnes, una per al producte de les marques amb les freqüències i una altra per al producte de les freqüències amb els quadrats de les diferències amb la mitjana. Calcula la mitjana i la desviació típica.

174	158	150	185	186	178	166	185	199
183	175	173	175	164	173	178	179	164
176	159	190	173	189	163	156	169	

	xi	fi	xi·fi	$fi\cdot(xi-\overline{X})^2$
[150,160)	155	5	775	1733,65
[160,170)	165	5	825	371,58
[170,180)	175	10	1750	19,02
[180,190)	185	7	1295	906,42
[190,200)	195	2	390	914,14
Total		29	5035	3944,82

Amb les dades de la taula és més fàcil, i s'obté:

Mitjana i Desviació típica

$\overline{X} = \frac{5035}{29} = 173,62 \quad \sigma = \sqrt{\frac{3944,82}{29}} = 11,66$

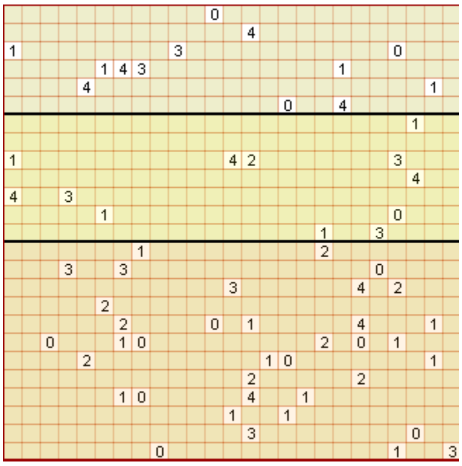
5. Representativitat

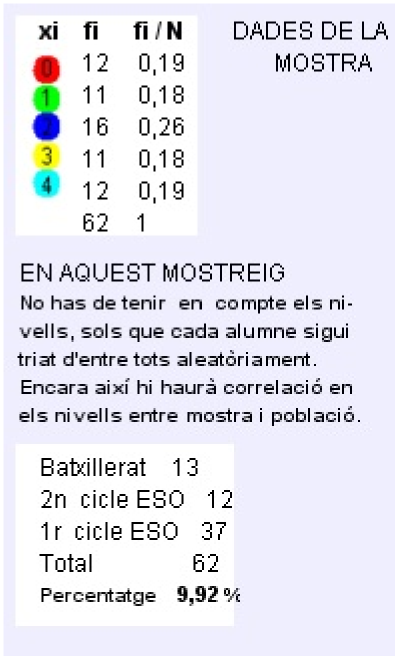
Mostreig aleatori

La característica més important d'una mostra és la seva **representativitat** respecte a l'estudi estadístic que s'estigui fent. Si la mostra no és representativa direm que està **esbiaixada**.

El procés mitjançant el qual es tria una mostra s'anomena **mostreig**, i per a què ens proporcioni una mostra representativa ha de ser aleatori. Un mostreig és **aleatori** quan els individus de la mostra es trien a l'atzar, de forma que tots tenen la mateixa probabilitat de ser escollits.

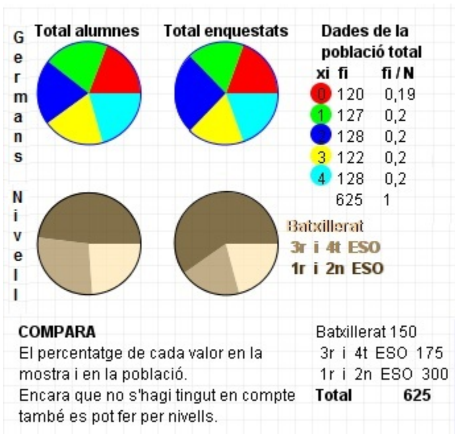
Exemple: Trucades telefòniques voluntàries. Aquestes enquestes tenen diverses fonts d'esbiaixada. Hi ha famílies que no tenen telèfon, el cost de la trucada no tot el món està disposat a assumir-ho. Però sobre tot, el factor de resposta voluntària, els enquestats s'autoseleccionen. Solen respondre aquells amb una forta opinió negativa sobre el tema. L'enuig els anima a participar.





Exemple

En la imatge tens 625 quadradets que representen els alumnes d'un institut fictici, es vol estudiar el “nombre de germans” i per això s'ha triat una mostra aleatòria com pots veure a la dreta.



Fes-ho així: Decideix primer la mida de la mostra, per exemple 62 alumnes, ordenats els alumnes en triem un d'ells a l'atzar (ho pots simular triant un quadradet amb els ulls tancats), a partir d'aquest compta i senyala cada 10 quadradets ($625/62 \approx 10$), quan arribis al final de la llista (quadradet) segueix des del principi. Aquest tipus de mostreig aleatori s'anomena **sistemàtic**.

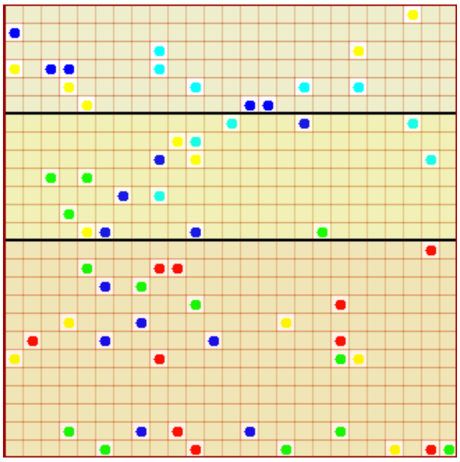
Mostreig estratificat

En ocasions quan la població objecte d'estudi pertany a diferents grups o estrats convé triar la mostra de forma que tots ells quedin representats.

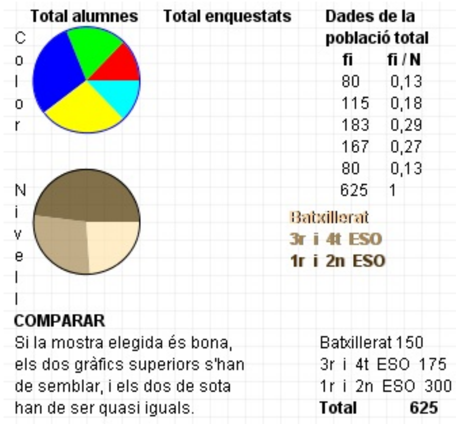
Aquest tipus de mostreig, escollint un repartiment proporcional als estrats, s'anomena **estratificat**.

Per exemple, si volem estudiar el poder adquisitiu d'una població, i només triem individus d'una determinada zona, o principalment d'una determinada zona, la mostra amb tota seguretat no serà representativa. La mostra s'ha de triar agafant mostres d'individus proporcionals a la població de cada zona. Si hi ha tres zones amb 12.000, 18.000 i 20.000 habitants, la mostra haurà de tenir un 24% de la primera zona, 36% de la segona i 40% de l'última.

Tot seguit sobre la població de l'institut fictici anterior s'ha fet una enquesta sobre el color preferit i en aquest cas s'ha decidit fer estratificada. De cada nivell s'ha seleccionat aleatòriament un nombre d'individus proporcional al nombre de components.



A sota veiem la mostra aleatòria que s'ha triat i el resultat de l'enquesta. Els últims diagrames de sectors comparen la realitat amb els resultats de l'enquesta.



EXERCICIS resolts

16. Una gran empresa té treballadors en quatre àrees. Operaris, Representants, Administració i Direcció. Les condicions de treball són força diferents en cada àrea, per tant el grau de satisfacció no és igual en cadascuna d'elles. Per esbrinar-ho, si hi ha 1000, 500, 300 i 200 treballadors en les àrees d'operaris, representants, administratius i directius, quants se n'han de seleccionar de cada àrea per a una mostra de mida?

a) 200 b) 100 c) 300

a) D'un total de 2000 empleats, els percentatges per a operaris, repartidors, administratius i directius són del 50%, 25%, 15% i 10%. Això fa que la mostra agafi 100 operaris, 50 repartidors, 30 administratius i 20 directius.
b) 50, 25, 15 i 10.
c) 150, 75, 45 i 30

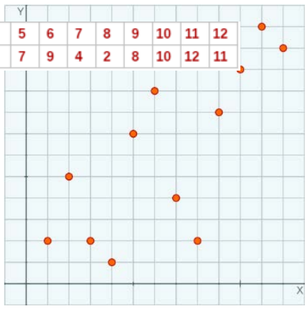
6. Estadística bidimensional

Distribucions bidimensionals

Una distribució bidimensional és aquella en la qual intervenen dues variables X i Y que poden estar o no relacionades.

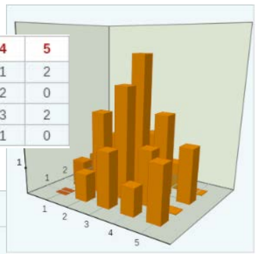
Podem representar conjuntament les dues variables en un **diagrama de dispersió** o **núvol de punts**, simplement fent correspondre un punt del pla a cada parell (x_i, y_i).

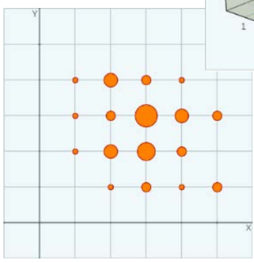
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	2	5	2	1	7	9	4	2	8	10	12	11



Quan hi ha moltes dades i els parells de valors es repeteixen utilitzem una **taula de contingència**, com la de la dreta. En aquest cas la representació gràfica es fa mitjançant un gràfic tridimensional anomenat prismograma, o més sovint posant punts de mida proporcional a la freqüència.

Y \ X	1	2	3	4	5
1	0	1	2	1	2
2	1	3	4	2	0
3	1	2	5	3	2
4	1	3	2	1	0





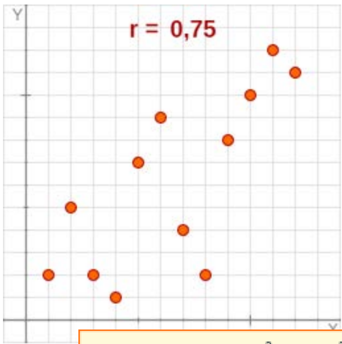
Correlació lineal

L'objectiu d'un estudi bidimensional és observar si hi ha algun tipus de relació entre la dues variables. Aquesta relació, que anomenarem **correlació** es pot apreciar mirant si el núvol de punts s'acosta o no a la gràfica d'una funció, en el nostre cas a una recta, per això parlarem de **correlación lineal**.

Com més s'acosti el núvol de punts a una recta més forta serà la correlació lineal, a més a més serà positiva o directa si la recta és creixent (si creix X creix I) i negativa o inversa en cas contrari (si creix X decreix I o viceversa).

Per quantificar aquesta relació emprarem un paràmetre **r**, el **coeficient de correlació lineal**, que pren valors entre -1 i 1. Com més s'acosti r als valors 1 o -1 més forta serà la correlació.

- Si **r=1** o **r=-1**, hi ha dependència funcional, els punts estan sobre una recta.
- Si **0,5<r<1** considerarem que la correlació és forta i directa o forta i inversa si **-1<r<-0,5**.
- Si **r=0** o molt proper a 0, no hi ha correlació lineal entre les dues variables.



x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	2	1	4	2
2	5	4	25	10
3	2	9	4	6
4	1	16	1	4
5	7	25	49	35
6	9	36	81	54
7	4	49	16	28
8	2	64	4	16
9	8	81	64	72
10	10	100	100	100
11	12	121	144	132
12	11	144	121	132
78	**73**	**650**	**613**	**591**

$$\overline{x} = \frac{78}{12} = 6{,}5 \qquad \sigma_X = \sqrt{\frac{650}{12} - 6{,}5^2} = 3{,}45$$

$$\overline{y} = \frac{73}{12} = 6{,}08 \qquad \sigma_Y = \sqrt{\frac{613}{12} - 6{,}08^2} = 3{,}75$$

$$\sigma_{XY} = \frac{591}{12} - 6{,}5 \cdot 6{,}08 = \mathbf{9{,}71}$$

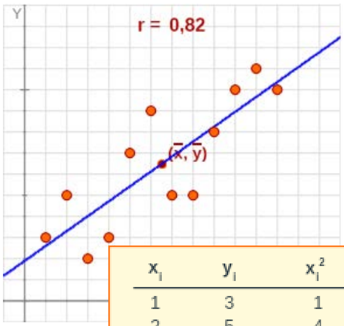
$$r = \frac{9{,}71}{3{,}45 \cdot 3{,}75} = \mathbf{0{,}75}$$

Disposem les dades en columnes i calculem la mitjana i la desviació típica de les dues distribucions X i Y. Per calcular r hem de calcular abans un altre paràmetre, la **covariància**, definida així:

$$\sigma_{XY} = \frac{\sum(x_i - \overline{x}) \cdot (y_i - \overline{y})}{n} = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{n} - \overline{x} \cdot \overline{y}$$

I el **coeficient de correlació lineal**:

$$\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{\sigma_{XY}}}{\boldsymbol{\sigma_X \cdot \sigma_Y}} \quad (-1 \leq r \leq 1)$$



x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	3	1	3
2	5	4	10
3	2	9	6
4	3	16	12
5	7	25	35
6	9	36	54
7	5	49	35
8	5	64	40
9	8	81	72
10	10	100	100
11	11	121	121
12	10	144	120
78	**78**	**650**	**608**

$\bar{x} = 6{,}5$ $\bar{y} = 6{,}5$ $\sigma_x = 3{,}45$ $\sigma_{xy} = 8{,}42$

Recta de regressió de Y sobre X

$$y = 6{,}5 + \frac{8{,}42}{3{,}45^2}(x - 6{,}5)$$

$$y = 0{,}7x + 1{,}9$$

Rectes de regresió

Quan s'aprecia un cert grau de correlació entre les dues variables d'una distribució bidimensional, es busca la recta que millor s'ajusta al núvol punts.

La recta de regresió de Y sobre X passa pel punt $(\bar{x}, \bar{y})$, centre de gravetat del núvol de punts. La seva equació és:

$$\boldsymbol{y = \bar{y} + \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}(x - \bar{x})}$$

El pendent $\frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}$ és el **coeficient de regressió**.

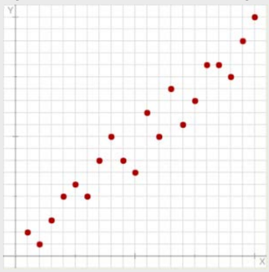
Aquesta recta de regressió serveix per estimar el valor que prendrà la variable I per a un determinat va lor de X. El valor d'aquesta estimació serà tant més fiable quant:

- Més s'acosti el coeficient de correlació a 1 o a -1.
- El valor quedi dins del rang de valors de X i més a prop estigui del centre de gravetat.

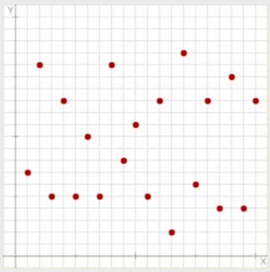
Si es pretén estimar valors de X a partir dels de I haurem d'emprar una altra recta anàloga, la recta de regressió de X sobre Y.

EXERCICIS resolts

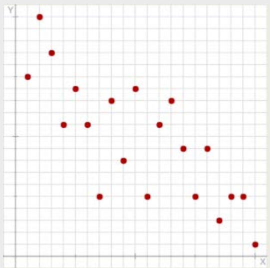
17. A la vista del núvol de punts indica si creus que la correlació és molt forta, forta (directa o inversa), dèbil o molt dèbil.



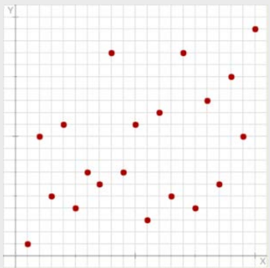
Molt forta i directa



Molt dèbil

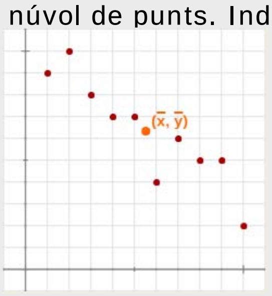


Forta i inversa



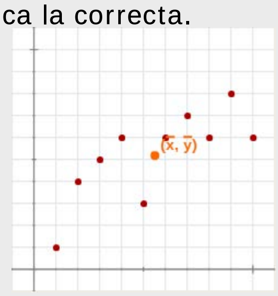
Dèbil

18. Una de les quatre equacions correspon a la recta de regressió de Y sobre X del núvol de punts. Indica la correcta.



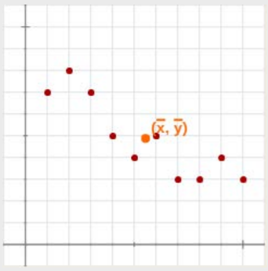
13. y = 0,7x + 2,4
14. y = -0,7x + 10,2
15. y = 0,7x + 10,2
16. y= -0,7x + 2,4

Sol: (b)



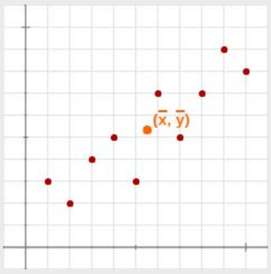
9. y = -0,5x + 2,5
10. y = 0,5x + 8
11. y = -0,5x + 8
12. y= 0,5x + 2,5

Sol: (d)



5. y = -0,5x + 2,2
6. y = 0,5x + 2,2
7. y = -0,5x + 7,7
8. y= 0,5x + 7,7

Sol: (c)



1. y = -0,7x + 1,4
2. y = 0,7x + 9,2
3. y = -0,7x + 9,2
4. y= 0,7x + 1,4

Sol: (d)

Alguns dels exercicis proposats tot seguit estan elaborats a partir d'aquesta publicació de INE. Pots veure articles semblants a

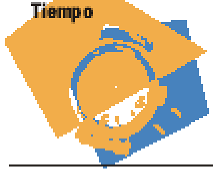
http://www.ine.es/prodyser/pubfolletos.htm

4/2007

cifras INE

Boletín Informativo del Instituto Nacional de Estadística

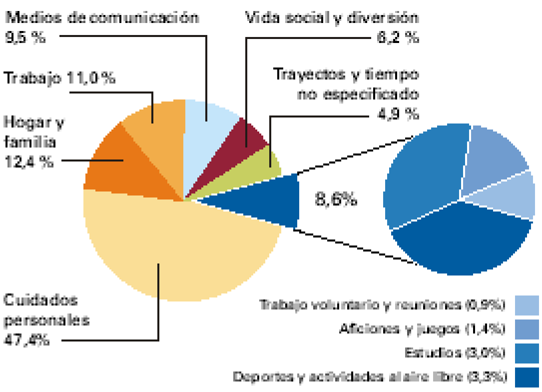
Encuesta de Empleo del Tiempo



Encuesta de Empleo del Tiempo

Qué hacemos y durante cuánto tiempo

Distribución del tiempo por actividades



NOTA: Los informantes de 10 y más años han anotado las actividades realizadas en un día concreto (de lunes a domingo) elegido al azar. El tiempo así estimado se refiere a un "día promedio" obtenido al concentrar todas las actividades de todos los informantes en un solo día. Los datos que aquí se presentan se refieren a toda la población investigada, salvo que se indique expresamente lo contrario.

Más información en:
www.ine.es

DEPÓSITO LEGAL: M-[illegible] ISSN: [illegible] NIPO: [illegible]

El Instituto Nacional de Estadística (INE) presenta en esta publicación algunos de los principales resultados de la **Encuesta de Empleo del Tiempo, primera y única encuesta de ámbito nacional sobre la utilización del tiempo.** Se realizó en España entre los años 2002 y 2003 de manera armonizada con las de otros países europeos, siguiendo las recomendaciones de la Oficina Estadística de la Unión Europea (Eurostat). Entre los años 1998 y 2004 otros países de la Unión llevaron a cabo investigaciones similares.

La encuesta facilita información, entre otras cosas, del **porcentaje de personas que realizan una determinada actividad en el transcurso del día y la duración media diaria dedicada a esa actividad por dichas personas.** Esta información primaria nos permite analizar con rigor la dimensión del trabajo no remunerado realizado por los hogares, la distribución de las responsabilidades familiares en el hogar, la participación de la población en actividades culturales y de ocio, etc. Por otra parte, la información recogida también permite comparar **datos nacionales** de uso del tiempo **en relación con los demás países europeos** que han realizado la encuesta.

Como principales resultados, cabe destacar el dato de que **las tareas domésticas y el cuidado de niños y ancianos son tareas eminentemente femeninas, ya que el 93% de las mujeres las realizan, frente al 70% de los varones.** En el contexto europeo, es de señalar **la primera posición de España en tiempo dedicado a caminar y pasear; pero también el último lugar por lo que se refiere a tiempo dedicado a la lectura.**

El INE quiere aprovechar esta ocasión para expresar su **agradecimiento a los cerca de 24.000 hogares de la muestra,** y pone a su disposición los resultados obtenidos.

Fuentes estadísticas utilizadas:
Procedentes del INE: Encuesta de Empleo del Tiempo. La información internacional procede de **Eurostat.**

Per practicar

1. Agrupa les següents variables: a)Pes, b)densitat, c)nre. de plantes dels edificis, d)Tipus de façana dels edificis, e)nre. de finestres, f)metres de façana, g)nre. d'habitants per edifici, h)tipus de porta principal.
2. Escriu tres variables qualitatives que estiguin relacionades amb embarcacions.
3. Escriu tres variables quantitatives discretes que estiguin relacionades amb avions.
4. Escriu tres variables quantitatives contínues que estiguin relacionades amb trens.
5. Si les freqüències per a R, V, A i T són R→3, V→2, A→4 y T→1 Quants graus li correspon a cada lletra en un gràfic de sectors?
6. Fes una taula i un gràfic de sectors de les dades: R R A A R A R V N V R N
7. Fes una taula i un gràfic de barres amb les dades: 3 3 4 5 4 5 3 2 1 2 3 4 5 4 5 4 3 3 4 4
8. Agrupa les dades següents en intervals y fes un histograma.

195	194	194	182	168	179	191	154	177	189
184	187	155	167	177	187	161	171	190	162
190	152	166	180	156	186	184	167	184	162

9. Calcula la mitjana en cada cas:
   a) 4, 6, 8
   b) 4, 6, 8, 6
   c) 100, 120, 180, 200
10. Calcula la mitjana en cada cas:

a)

Marca	Fr
1	3
2	5
3	3
4	2

b)

Marca	Fr
1000	3
2000	5
3000	3
4000	2

11. Determina la moda i la mediana
    a) 50,60,60
    b) 12,12,22,32
    c) 10,20,30,40,20
    d) 35,25,35,25,25,25
12. Calcula la moda i la mediana en cada cas:

a)

Marca	Fr
100	5
200	4
300	6
400	3

b)

Marca	Fr
100	2
200	7
300	9
400	2

13. Quina o quines de les dades següents es pot considerar una observació atípica en cadascuna de les dues sèries?
    a) 4 5 6 5 7 8 4 5 8 7 5 12 6 7 6 5 4
    b) 8 9 1 9 8 9 7 9 6 7 8
14. Calcula la mediana, primer i tercer quartil i el percentil 90 de
    1 1 4 3 3 4 2 2 5 3 1 2 1 2 2 4 2 2 4 3 1
15. Calcula la mediana, primer i tercer quartil i el percentil 20 de
    3 1 1 1 4 1 5 3 1 3 3 4 5 5 4 4 2 1 4 4
16. Calcula la mitjana i la desviació típica en cadascun dels següents casos:
    100 i 100, 99 i 101, 110 i 90, 120 i 80
17. Completa la taula amb les dades:

190	151	193	187	158	175	165	158	184	172
197	161	157	157	183	180	150	161	182	169
162	177	160	155	188	157	189	167	186	157

Interval	Marca x_i	Freq. f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i (\bar{X}-x_i)^2$
[150,160)	155			
[160,170)	165			
[170,180)	175			
[180,190)	185			
[190,200)	195			

18. Determina la mitjana i la desviació típica, de les dades de la taula anterior.
19. Determina els intervals $(\bar{X}-\sigma, \bar{X}+\sigma)$ i $(\bar{X}-2\sigma, \bar{X}+2\sigma)$ i el nombre d'elements que hi ha en cadascú.

Marca	Fr
0	5
1	4
2	7
3	3
4	2

20. Observa els següents gràfics i respon a las preguntes de cada un

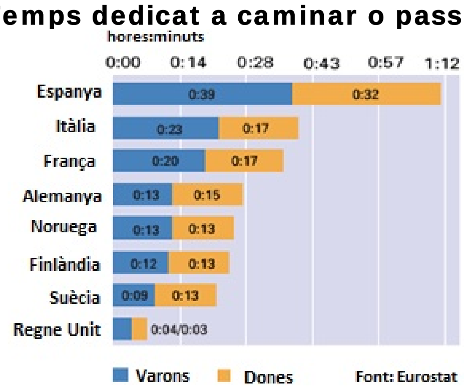
a)

a1. Quina és la variable estudiada? i la freqüència?

a2. A quin grup d'activitats dediquem més temps els espanyols?

a3. Calcula quant de temps dediquem a la llar i la família quants graus ocupa aquest sector en el diagrama?

b) **Temps dedicat a caminar o passejar**



b1. En quins països passegen més les dones que els homes?

b2. Calcula el temps mitjà que es dedica a cada país a passejar.

b3. Quin país està en el percentil 50?

c)

c1. Creus que el dormir s'ha considerat com activitat de cura personal?

c2. A les 15:00 hi ha un màxim local en la gràfica A què és degut?

c3. A l'hora del dinar el 38% de les persones es dedica a la cura personal. Significa això que un 62% de les persones no dina?

d)

d1. Quines són les comunitats en les quals es dedica menys temps a la vida social i a la diversió?

d2. Quant de temps dediquen a la diversió o a la vida social la major pare de les comunitats?

d3. Quin és el temps mitjà que es dedica a Espanya a aquesta activitat?

21. Les notes de 8 alumnes en Llengua i Anglès van a ser:

Llengua (X)	4	4	4	5	7	8	9	9
Anglès (Y)	3	5	6	5	8	9	10	9

Dibuixa el núvol de punts i calcula el coeficient de correlació lineal.

22. Les hores setmanals que dediquen 10 personaes a fer esport i veure TV són:

Dep (X)	1	3	5	6	7	8	9	10	11	12
TV (Y)	14	14	13	10	8	9	4	8	5	5

Dibuixa el núvol de punts i calcula el coeficient de correlació lineal.

23. D'una distribució bidimensional coneixem $\overline{x} = 8, \overline{y} = 7, \sigma_X = 1{,}5,\ \sigma_Y = 2{,}7$ i $\sigma_{XY} = 3{,}28$. Calcula el coeficient de correlació lineal, la recta de regressió de Y sobre X i el valor estimat de y per x = 8.

24. D'una distribució bidimensional coneixem $\overline{x} = 8, \overline{y} = 5, \sigma_X = 1{,}9,\ \sigma_Y = 2{,}5$ i $r = 0{,}83$. Calcula la recta de regressió de Y sobre X i el valor estimat de i per x = 10. És fiable aquesta predicció?

Per saber-ne més

La professió d'infermeria.

Florence Nightingale (1820-1910), coneguda per ser la fundadora de la professió d'infermeria. Durant la guerra de Crimea se'n va adonar que la causa principal de les morts de ferits en combat era la falta de mesures sanitàries. A l'aplicar-les, la tassa de mortalitat passà d'un 42,7% a un 2,2%. Gràcies a un ús eficaç de les dades, aconseguí modificar el sistema d'atenció sanitària a la seva tornada a Gran Bretanya. Canvià el sistema de registre de dades i fou una de les primeres persones en utilitzar els gràfics estadístics per a representar les dades d'una forma senzilla de forma que fins i tot els parlamentaris i generals poguessin entendre.

Per Florence, les dades no eren quelcom abstracte, era una forma de poder salvar vides humanes.

El pare de l'estadística.

Sir Ronald A. Fisher (1890-1962) està considerat el pare de l'estadística. Els escrits de Fisher ajudaren a organitzar l'estadística com un camp d'estudi precís els mètodes de la qual s'apliquen a problemes pràctics de moltes disciplines. Com quasi tots els pioners en l'estadística, els seus treballs nasqueren de la necessitat de resoldre problemes pràctics.

Inferència estadística

L'estadística desenvolupada en aquest tema és el que es coneix com estadística descriptiva, en ella es recull informació i es fan càlculs que descriuen com estan repartits. Posem el cas que una mostra escollida a l'atzar ens dóna una mitjana. La verdadera mitjana està propera a la de la mostra? Si considero un interval al voltant de la mitjana mostral, la veritable, amb quina probabilitat hi estarà inclosa? D'aquestes preguntes i d'altres s'encarrega la inferència estadística.

Principals camps d'aplicació de l'estadística

L'estadística s'aplica en molts camps com en **Industria i empreses**. Per al control de qualitat en la producció en cadena, per a l'anàlisi de mercats, per a l'estudi de preu de venda al públic dels articles fabricats, en gestió financera,...

A la part dreta es citen algunes altres de les seves aplicacions.

Alguns camps d'aplicació de l'estadística

Administració pública

Mitjançant les Delegacions territorials i provincials, es recullen dades per analitzar-les i sotmetre-les a processos estadístics. D'aquesta forma es coneixen dades referides a naixements, defuncions, matrimonis, preus, salaris, treball, ensenyament, sanitat,... Totes aquestes dades es solen publicar per l'INE.

Economia.

En aquest camp és imprescindible, sobre tot en macro-magnituds.

Psicologia.

La major part dels treballs científics en psicologia experimental tenen com a principal eina de treball l'estadística.

Medicina.

En qualsevol estudi experimental d'aquestes àrees Existeix una assignatura específica anomenada Bioestadística per aquests estudis experimentals. En Genètica i antropometria trobem dos dels camps de major aplicació.

Recorda el més important

Població. Alumnes d'un institut fictici.

Mostra. Alumnes enquestats

Variables estadístiques: Qualitativa, color preferit; Quantitativa discreta, nre. de germans i quantitativa contínua, altura.

Considerem les dues mostres següents:

Nre. de germans: 4 3 2 3 1 2 0 2 0 1 2 3 1 2 4 0 1 1 4 1 1 4 0 4 2 0 4 1

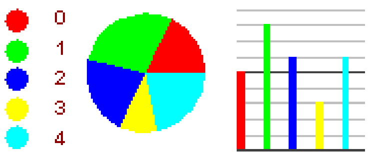
Altura: 182 172 157 194 150 166 163 196 167 199 172 185 172 168 173 160 162 173 161 192 156 164 173 180 193 172

Recompte de dades:

x_i	f
0	5
1	8
2	6
3	3
4	6
	28

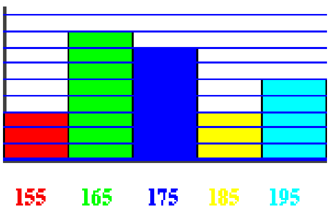
Intervalo	x_i	f_i
[150,160)	155	3
[160,170)	165	8
[170,180)	175	7
[180,190)	185	3
[190,200)	195	5
	Total	26

Gràfics de **sectors** i **barres**
Nre. de germans



Altura.

Histograma



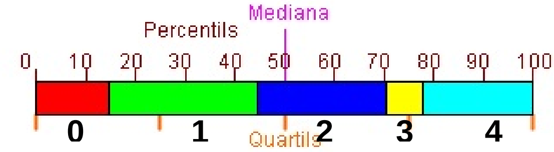
Mitjana i **moda** i **desviació típica**

	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$f_i \cdot (x_i-\overline{x})^2$
●	0	5	0	0
●	1	8	8	6,37
●	2	6	12	0,06
●	3	3	9	3,67
●	4	6	24	26,64
	Total	28	53	54,67

Mitjana:
$$\overline{x} = \frac{53}{28} = 1{,}89$$
Moda = 1

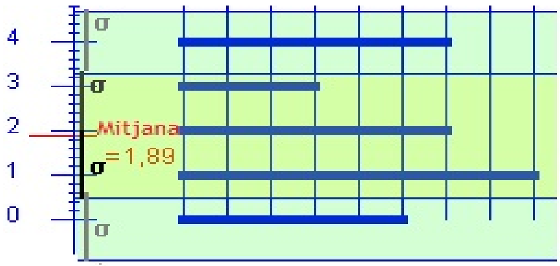
Desviació típica:
$$\sigma = \sqrt{\frac{54{,}67}{28}} = 1{,}39$$

Quartil, mediana, percentil



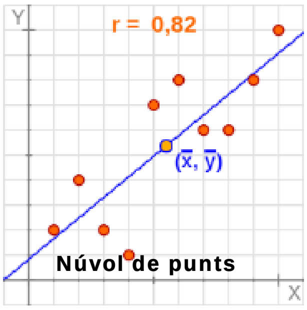
Me=2, Q1=1, Q3=3, P20=1, P60=2, P90=4
Recorregut. De 0 a 4, d'amplitud 4

Mitjana i desviació En el nostre exemple, 17 de 28 dades no s'allunyen de la mitjana més de la desviació típica, són el 60,7%, i el 100% no s'allunyen de la mitjana més de dues vegades la desviació.



Representativitat
Una mostra és representativa de la població quan en ella podem trobar les mateixes proporcions de les característiques d'estudi que en el conjunt de la població.

Distribucions bidimensionals



x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	2	1	4	2
2	4	4	16	8
3	2	9	4	6
4	1	16	1	4
5	7	25	49	35
6	8	36	64	48
7	6	49	36	42
8	6	64	36	48
9	8	81	64	72
10	10	100	100	100
55	54	385	374	365

Covariància: $\sigma_{XY} = \frac{\Sigma x_i \cdot y_i}{n} - \overline{x} \cdot \overline{y}$

Coeficient de correlació lineal $r = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$

$x = 5{,}5 \quad \sigma_X = 2{,}87$

$\sigma_{XY} = 6{,}8$

$y = 5{,}4 \quad \sigma_Y = 2{,}87$

Recta de regressió de Y sobre X

$$y = \overline{y} + \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}(x - \overline{x})$$

$$r = \frac{6{,}8}{2{,}87 \cdot 2{,}87} = 0{,}82$$

$-1 \le r \le 1$

$y = 0{,}82x + 0{,}87$

Autoavaluació

1. Quants graus corresponen al valor de freqüencia 3?

xi	fi
0	1
1	2
2	3
3	8
4	2

2. La mediana de la distribució anterior és?

3. Quina és la moda ?

xi	fi
3	1
4	3
5	4
6	2

4. Quin percentatge de la mostra correspon a les dues primeres marques ?

xi	fi
0	1
1	2
2	3
3	8
4	2

5. Quin és el percentil més petit que deixa per sota els valors menors a 3?

xi	fi
0	1
1	2
2	3
3	8
4	2

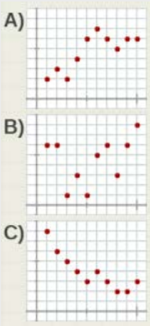
6. Quina és la mitjana?

xi	fi
155	2
165	2
175	8
185	1
195	5

7. Quina és la desviació típica de les dades anteriors?

8. Associa cada núvol de punts amb el seu corresponent coeficient de correlació, r.

1) 0.32 2) 0.79 3) -0,88



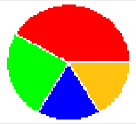
x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$
1	1	1
2	2	4
3	3	9
4	5	20
5	4	20
6	5	30
7	5	35
8	5	40

9. Calculeu la covariància.

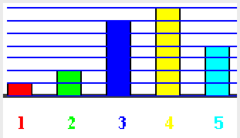
10. El centre de gravetat de una distribució bidimensional és (4,5 , 3,75) i el pendent de la recta de regressió de Y sobre X és 0,57. Estima el valor de y para x=7.

Solucions dels exercicis per practicar

1. Qualitatives: d) h)
   Quantitatives discretes c) e) g)
   C. contínues: a) b) f)
2. Propulsió, Càrrega, Tipus de travessa
3. Nre. de passatgers, nre. rodes, nre. finestres
4. Velocitat màxima, càrrega màxima, potència.
5. R→108º, V→72º, A→144º i T→36º
6. R→5, A→3, V→2, N→2

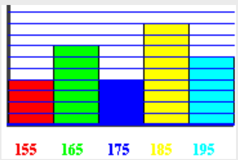


7. 1→1, 2→2, 3→6, 4→ 7, 5→4)



8.

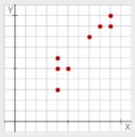
Interval	x_i	f_i
[150,160)	155	4
[160,170)	165	7
[170,180)	175	4
[180,190)	185	9
[190,200)	195	6



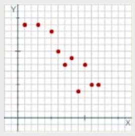
9. a) 6 b) 6 c) 150
10. a) 2.3 b) 2307
11. a)Mo=60, Me=60 b)Mo=12, Me=17
    c)Mo=20, Me=20
    d)Mo=25 Me=25
12. a) Mo=300, Me=250 b) Mo=300, Me=300
13. a) 12 b) 1
14. Me= 2, Q1=2, Q3=3, P90=4
15. Me=3, Q1=1, Q3=4 y P20=1
16. La mitjana és 100 en els 4, i la desviació 0, 1, 10 i 20.
17.

Interval	Marca x_i	Frec. f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i (X-x_i)^2$
[150,160)	155	9	1395	2401
[160,170)	165	7	1155	280,77
[170,180)	175	3	525	40,33
[180,190)	185	8	1480	1494,22
[190,200)	195	3	585	1680,33
		30	5140	5896,66

18. $\overline{x} = 171,\hat{3}$ $\sigma = 14{,}02$
19. A (0.42, 2.9) hi ha 11,
    i a (-0.88, 4.14) tots
20. a1)variable:activitats. Fr:percentatge de temps diari que es dedica a cada activitat
    a2)cures personals
    a3) 2h 58m 34s 44,64graus
    b1) Alemanya, Suècia i Finlàndia
    b2) E35,5 I20, F18,5 A14 N13 F12,5 S11 R3,5 en minuts
    b3) França
    c1) Sí. c2) menjar i descans
    c3) No, aquesta punxa ocupa dues hores i alguns mengen en mitja hora
    d1) País Basc, Catalunya i Madrid
    d2) entre 1:30 i 1:40 hores:minuts
    d3) 1:29
21. r = 0,93



22. r = -0,91



23. r = 0,81
    y = 1,46x – 1,66
    x = 8 y' = 7
24. y = 1,09x – 3,73
    x=10, y' = 7,18

Solucions AUTOAVALUACIÓ

1. Sol 67,5º
2. Sol 3
3. Sol 5
4. Sol 18,75%
5. Sol 37
6. Sol 177,78
7. Sol 12,83
8. 1-B 2-A 3-C
9. Sol 3
10. Sol 5,18