

Objectius

Aquesta quinzena aprendràs a:

- Resoldre equacions de primer i segon grau.
- Resoldre equacions biquadrades i factoritzades.
- Identificar i resoldre inequacions de primer i segon grau amb una incògnita.
- Aplicar les equacions i inequacions a la resolució de problemes de la vida real.

Abans de començar.

1. Equacions	pàg. 4
Elements d'una equació	
Solució d'una equació	
2. Equacions de primer grau	pàg. 4
Solució	
Aplicacions. Resolució de problemes	
3. Equacions de segon grau	pàg. 6
Solució	
Incompletes	
discriminant. Nombre de solucions	
Aplicacions. Problemes	
4. altres tipus d'equacions	pàg. 9
Biquadrades	
Tipus $(x-a)(x-b)\dots=0$	
Mètode d'assaig i error. Bisecció	
5. Inequacions amb una incògnita	pàg. 11
Definició. Propietats	
Inequacions de primer grau	
Inequacions de segon grau	

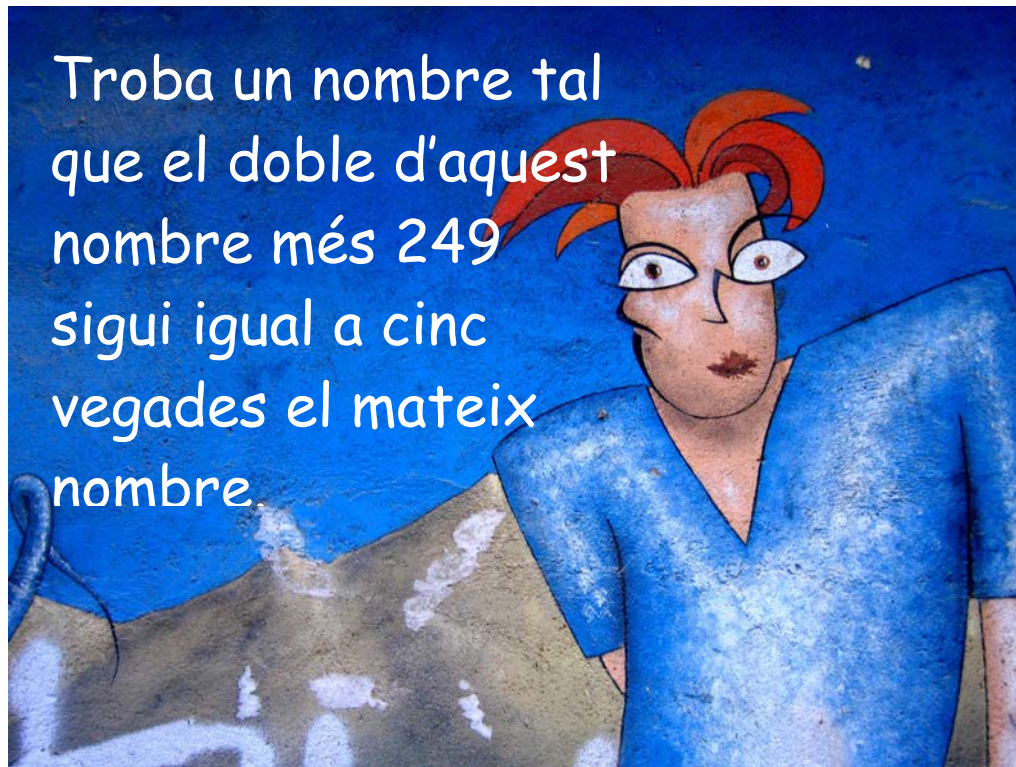
Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Abans de començar



Molts dels problemes pràctics a la vida real ens porten a la resolució d'una equació. Traduir al "llenguatge de l'àlgebra" resulta imprescindible en aquestes ocasions, el llenguatge algebraic ens serveix per expressar amb precisió relacions difícils de transmetre amb el llenguatge habitual. L'exemple de la imatge es resol fàcilment amb una equació:

$$2x + 249 = 5x$$

$$2x - 5x = -249$$

$$-3x = -249$$

$$x = 249/3 = 83$$

Equacions i Inequacions

1. Equacions

Elements d'una equació

En les equacions distingim diversos elements:

- **Incògnita:** La lletra (o variable) que figura a l'equació.
- **Membre:** És cadascuna de les dues expressions algebraïques separades pel signe =.
- **Terme:** Cadascun dels sumands que componen els membres de l'equació.
- **Grau:** és el major dels exponents de les incògnites, una vegada realitzades totes les operacions (reducció de termes semblants)

Solució d'una equació

La **solució d'una equació** és el valor de la incògnita que fa que la igualtat sigui certa.

- Si una equació té solució s'anomena **compatible**, si no en té en diem **incompatible**.
- Dues equacions que tenen les mateixes solucions s'anomenen **equivalents**.

Indica els elements d'aquesta equació:

$$14x + (19x + 18) = x^2 + 7x + 1$$

Incògnita: x

Primer Membre: $x + (19x + 18)$

Segon membre: $x^2 + 7x + 1$

Termes: $14x, 19x, 18, x^2, 7x, 1$

Grau: 2

$$\begin{array}{ll} \mathbf{x+2 = 9} & \text{Solució } x=7 \\ 7+2=9 & \text{És compatible} \end{array}$$

Un equació **equivalent**:

$$\mathbf{2x+4=18}$$

Observa que per obtenir una equació equivalent s'han multiplicat els dos membres per 2.

$$2(x+2) = 2 \cdot 9 \rightarrow 2x+4 = 18$$

2. Equacions de primer grau

Solució

Una **equació de primer grau** amb una incògnita és una igualtat algebraica que es pot expressar en la forma $ax+b=0$, amb $a \neq 0$.

La **solució** d'una equació del tipus **$ax+b=c$** és:

$$\mathbf{x = -b/a}$$

Resoldre: **$-6x+4=15x$**

Passem la x a l'esquerra i el que no té x a la dreta

$$-6x-15x=-4$$

Fem operacions: $-21x=4$

Aillem la x : $x = -\frac{4}{21}$

Aplicacions. Resolució de Problemes

Les equacions de primer grau s'apliquen a la resolució de problemes.

Diem x al menor dels tres nombres.
Els nombres consecutius són $x+1$, $x+2$

L'equació és: $x+x+1+x+2=249$

Resolem: $3x + 3 = 249$

$$3x = 246$$

$$x = 246/3 = 82$$

La solució: Els nombres són **82, 83 i 84**

Troba tres nombres consecutius la suma dels quals sigui 249



EXERCICIS resolts

6. Resol les següents equacions:

$$\text{a) } \frac{-7x+5}{7} + \frac{9x-7}{8} = -1 \quad \text{Sol: } 56 \frac{-7x+5}{7} + 56 \frac{9x-7}{8} = 56(-1) \rightarrow 8(-7x+5) + 7(9x-7) = -56$$

$$-56x + 40 + 63x - 49 = -56 \rightarrow 7x = -47 \rightarrow x = \frac{-47}{7}$$

$$\text{b) } \frac{2x-(x+1)}{4} = \frac{5x+2}{6} \quad \text{Sol: } 12 \frac{x-1}{4} = 12 \frac{5x+2}{6} \rightarrow 3(x-1) = 2(5x+2)$$

$$3x-3 = 10x+4 \rightarrow -7x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{-7} = -1$$

$$\text{c) } \frac{3x-7(x+1)}{6} = \frac{2x-1}{3} - 2 \quad \text{Sol: } 6 \frac{3x-7(x+1)}{6} = 6 \frac{2x-1}{3} - 6 \cdot 2 \rightarrow 3x-7(x+1) = 2(2x-1) - 12$$

$$3x-7x-7 = 4x-2-12 \rightarrow -8x = -7 \rightarrow x = \frac{7}{8}$$

$$\text{d) } \frac{2x-5}{3} - \frac{-2x+8}{7} = x \quad \text{Sol: } 21 \frac{2x-5}{3} - 21 \frac{-2x+8}{7} = 21x \rightarrow 7(2x-5) - 3(-2x+8) = 21x$$

$$14x-35+6x-24 = 21x \rightarrow -x = 59 \rightarrow x = -59$$

$$\text{e) } \frac{6x-(x-8)}{6} = \frac{-2x-17}{3} + x \quad \text{Sol: } 6 \frac{6x-(x-8)}{6} = 6 \frac{-2x-17}{3} + 6x \rightarrow 6x-(x-8) = 2(-2x-17) + 6x$$

$$5x+8 = -4x-34+6x \rightarrow 3x = -42 \rightarrow x = -14$$

7. L'edat d'un pare és el triple que la del seu fill, si entre els dos sumen 56 anys Quina és l'edat de cadascú?

Sol:

$$\text{Edat del fill: } x \quad x+3x=56 \rightarrow 4x=56 \rightarrow x = \frac{56}{4} = 14$$

Edat del pare: $3x$

L'edat del fill és 14 anys i la del pare és 42 anys

8. Quants litres de vi de 5€ el litre s'han de barrejar amb vi de 3€ el litre per obtenir 50 litres de vi el preu del qual sigui de 4€ el litre?

Sol:

Litres de vi de 5€ : x

	Litres	preu	
Vi de 3€ el litre	x	$5x$	$5x+3(50-x)=200 \rightarrow 2x=50 \rightarrow x=25$
Vi de 4€ el litre	$50-x$	$3(50-x)$	
Vi de 6€ el litre	50	200	

S'han de mesclar 25 litres de 5€ amb vi de 3€

Equacions i Inequacions

3. Equació de segon grau

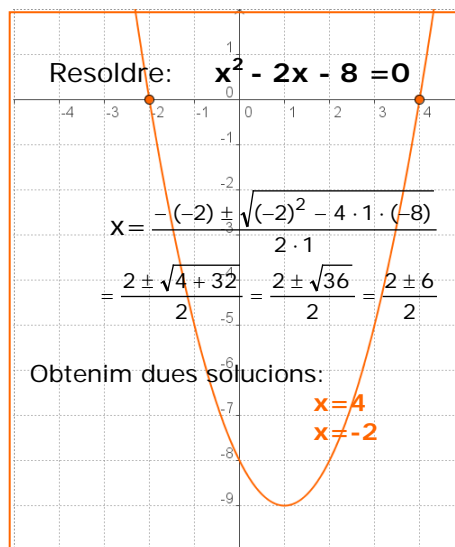
Solució

Les **equacions de segon grau** són de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Per resoldre-les fem servir la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Equacions incompletes

Quan b, c o els dos són 0 estem davant una equació de segon grau incompleta.

En aquests casos no és necessari aplicar la fórmula sinó que resulta més senzill procedir de la següent manera:

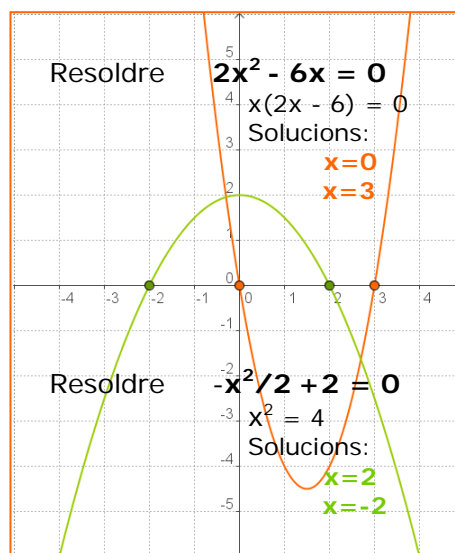
- Si $b=0$ $ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = -c/a$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

- Si $-c/a > 0$ hi ha dues solucions
- Si $-c/a < 0$ no hi ha solució

- Si $c=0$ $ax^2 + bx = 0$

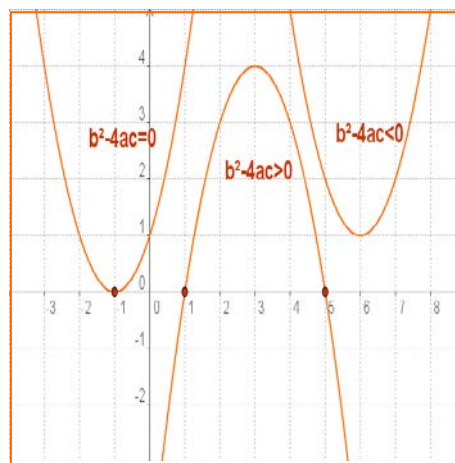
traient x factor comú: $x(ax+b)=0$
 $\Rightarrow x=0, x=-b/a$ són les dues solucions.



Número de solucions

Aquestes equacions poden tenir dues solucions, una o cap solució, segons sigui $b^2 - 4ac$, l'anomenat **discriminant**.

- $b^2 - 4ac > 0$ Hi ha dues solucions.
- $b^2 - 4ac = 0$ Hi ha una solució doble: $x = -b/2a$
- $b^2 - 4ac < 0$ No hi ha solució.





Aplicacions

Les equacions de segon grau s'apliquen en la resolució de problemes.

- Comença per llegir amb atenció l'enunciat fins assegurar-te de que entens bé el que s'ha de calcular i les dades que et donen.
- Tradueix al llenguatge algebraic les condicions de l'enunciat i després resol l'equació plantejada.
- Un cop resolta l'equació dóna la solució al problema. Pot passar que alguna solució no valgui.

A continuació pots veure alguns exemples:

EJEMPL 1

- ✓ La suma dels quadrats de dos nombres naturals és 313. Quins són aquests nombres?

SOLUCIÓ

anomenem x al menor dels nombres.

El consecutiu és $x+1$

$$\text{L'equació és: } x^2 + (x + 1)^2 = 313$$

Resolem:

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 313$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 313$$

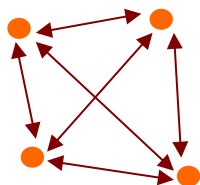
$$2x^2 + 2x - 312 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2496}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2500}}{4} = \frac{-2 \pm 50}{4} = \begin{cases} 12 \\ -13 \end{cases}$$

La solució és el nombre 12, (-13 no val perquè no és natural)

EJEMPL 2

- ✓ En un parc nacional hi ha casetes forestals unides cadascuna amb totes les altres per un camí. Si el número de camins és 28, Quantes casetes hi ha?



SOLUCIÓ

x = núm. casetes, de cadascuna en surten $x-1$ camins

Com que entre caseta i caseta, el camí d'anada és igual al de tornada el número total de camins és:

$$\frac{x(x-1)}{2} = 28 \Rightarrow x^2 - x = 56$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 56 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 224}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2}$$

Obtenim $x = -14/2 = -7$ i $x = 16/2 = 8$

La solució negativa no és vàlida ja que es tracta de núm. de casetes, per tant en el parc n'hi ha 8.

EXERCICIS resolts

1. Resol les següents equacions de segon grau completes:

$$\text{a) } x^2 - 7x + 10 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } 3x^2 + 17x + 20 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 240}}{6} = \frac{-17 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{-17 \pm 7}{6} = \begin{cases} \frac{-5}{3} \\ -4 \end{cases}$$

$$\text{c) } 3x^2 + 5x + 4 = 0 \quad \text{Sol: } x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 48}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{-23}}{6} = \text{No té solució}$$

2. Resol les següents equacions de segon grau incompletes:

$$\text{a) } x^2 - 6x = 0 \quad \text{Sol: } x(x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } x^2 + 27x = 0 \quad \text{Sol: } x(x + 27) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 27 = 0 \rightarrow x = -27 \end{cases}$$

$$\text{c) } 3x^2 + 5x = 0 \quad \text{Sol: } x(3x + 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

3. Resol les següents equacions de segon grau incompletes:

$$\text{a) } x^2 - 36 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$$

$$\text{b) } 4x^2 - 9 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } x^2 + 9 = 0 \quad \text{Sol: } x^2 = -9 \rightarrow \text{No té solució}$$

4. Indica sense resoldre quantes solucions té l'equació: $x^2 + 7x - 11 = 0$

El discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ és, $7^2 - 4 \cdot 11 = 49 - 44 = 5 > 0$
L'equació té dues arrels diferents

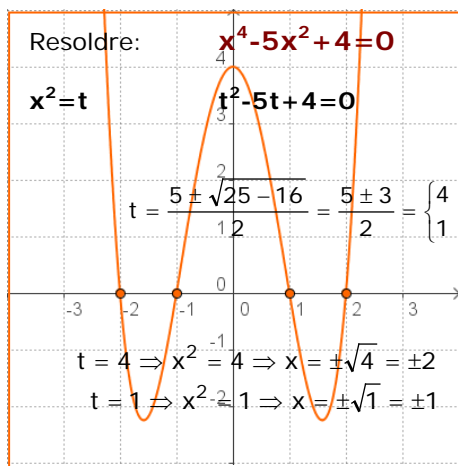
5. Per construir una caixa cúbica s'han fet servir 96 cm^2 de cartró. Determina la longitud de les arestes de la caixa

x: Longitud de l'aresta

$$\text{Superfície del cub: } 6x^2 \rightarrow 6x^2 = 96 \rightarrow x^2 = \frac{96}{6} = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

L'aresta del cub mesura 4 cm

4. Altres tipus d'equacions



Equacions biquadrades

Les equacions del tipus $ax^4 + bx^2 + c = 0$ s'anomenen biquadrades.

Para resoldre-les es fa el canvi $x^2 = t$, obtenint una equació de segon grau: $at^2 + bt + c = 0$, en la qual:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{t_1} \\ x = \pm\sqrt{t_2} \end{cases}$$

Tipus $(x-a) \cdot (x-b) \cdot \dots = 0$

Per calcular la solució d'aquest tipus d'equacions, factoritzades, s'igualen a zero cadascun dels factors i es resolen les equacions resultants.

$$(x-2)(2x+3) = 0$$

Igualem a zero cada factor

Resolem:

$$\begin{aligned} x - 2 = 0 &\rightarrow x = 2 \\ 2x - 3 = 0 &\rightarrow x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$(x-a) \cdot (x-b) \cdot (x-c) = 0$$

$$\begin{aligned} x-a=0 &\rightarrow x=a \\ x-b=0 &\rightarrow x=b \\ x-c=0 &\rightarrow x=c \end{aligned}$$

Mètode d'assaig i error. Bisecció

Es fa servir per resoldre equacions complicades o que no sabem resoldre.

- En primer lloc es passa tot a un membre per tal que l'altre membre de l'equació sigui zero, és a dir, l'equació queda de la forma $f(x) = 0$.
- Es tracta de trobar dos valors a i b ($a < b$) que facin l'equació de diferent signe $f(a) > 0$ i $f(b) < 0$. A l'exemple -1 i 0.

La solució estarà compresa entre a i b.

- Després s'agafa un punt c entre a i b, $a < c < b$ i es mira el signe de l'equació, si $f(c) = 0$ ja hem acabat i c és la solució, si $f(c) > 0$ agafem c i b (en cas contrari amb a i c). A l'exemple -1 i -0,5.
- Es repeteix el procediment fins a trobar la solució o un valor aproximat a ella.

Resoldre: $x^3 + x + 1 = 0$

A	B	f(A)	f(B)	M	f(M)
-1	0	-1	-1	-0'5	0'375
-1	-0'5	-1	0'375	-0'75	-0'172
-0'75	-0'5	-0'172	0'375	-0'625	0'131
-0'75	-0'625	-0'172	0'131	-0'688	-0'014

La solució aproximada és
 $x = -0'688$

EXERCICIS resolts

9. Resol les equacions:

$$\begin{aligned} \text{a) } x^4 - 25x^2 + 144 = 0 & \quad t^2 - 25t + 144 = 0 \\ x^2 = t & \quad t = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2} = \frac{25 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{25 \pm 7}{2} = \begin{cases} 16 \Rightarrow x = \pm 4 \\ 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x^4 + 9x^2 - 162 = 0 & \quad t^2 + 9t - 162 = 0 \\ x^2 = t & \quad t = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 648}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{-9 \pm 27}{2} \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} -18 \Rightarrow \text{Sense sol.} \\ 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x^4 - 8x^2 + 15 = 0 & \quad t^2 - 8t + 15 = 0 \\ x^2 = t & \quad t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} = \begin{cases} 5 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5} \\ 3 \Rightarrow x = \pm \sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } x^4 + 9x^2 + 14 = 0 & \quad t^2 + 9t + 14 = 0 \\ x^2 = t & \quad t = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-9 \pm 5}{2} \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} -2 \Rightarrow \text{Sense sol.} \\ -7 \Rightarrow \text{Sense sol.} \end{cases}$$

10. Resol les següents equacions:

a) $(x - 2)(x + 3) = 0$ Sol: $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$; $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

b) $(3x - 1)(x - 5) = 0$ Sol: $3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$; $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$

c) $(3x - 2)(x + 6) = 0$ Sol: $3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}$; $x + 6 = 0 \rightarrow x = -6$

d) $(3x + 1)(7x - 5) = 0$ Sol: $3x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$; $7x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{7}$

11. Resol la següent equació pel mètode de bisecció:

$$x^3 + 2x + 1 = 0$$

A	B	f(A)	f(B)	M	f(M)
-1	0	-2	1	-0'5	-0'125
-0'5	0	-0'125	1	-0'25	0'484
-0'5	-0'25	-0'125	0'484	-0'375	0'197
-0'5	-0'375	-0'125	0'197	-0'438	0'04

La solució aproximada és $x = -0,438$

5. Inequacions amb una incògnita

Definició. Solució.

Dues expressions algebraiques separades pels signes $<, >, \leq, \geq$ formen una **inequació**.

La solució d'una inequació la formen tots els valors que acompleixen la desigualtat, sempre serà un conjunt de punts (que pot ser buit), un interval o una semirecta.

Propietats.

- En sumar o restar la mateixa quantitat als dos membres d'una inequació, la desigualtat no varia.
- En multiplicar o dividir els dos membres d'una inequació per un mateix nombre positiu, la desigualtat no varia.
- En multiplicar o dividir els dos membres d'una inequació per un mateix nombre negatiu, el sentit de la desigualtat canvia.

Comprovem les propietats

$$63 > 9$$

1. Sumo 10 als dos membres, queda:

$$73 > 19$$

que segueix essent cert.

2. Multiplico per 10 els dos membres, queda:

$$630 > 190$$

que segueix essent cert.

3. Multiplico per -1 els dos membres, queda: $-63 > -9$, que no és cert, perquè ho sigui canvio el sentit de la desigualtat.

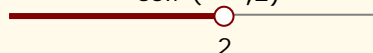
$$-63 < -9$$

Resoldre la inequació: $3x + 1 < 7$

$$3x < 6$$

$$x < 2$$

$$\text{sol: } (-\infty, 2)$$



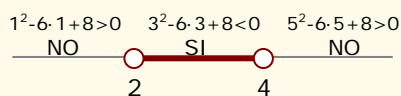
$$\begin{aligned} x < a &\rightarrow \text{sol: } (-\infty, a) \\ x \leq a &\rightarrow \text{sol: } (-\infty, a] \\ x > a &\rightarrow \text{sol: } (a, +\infty) \\ x \geq a &\rightarrow \text{sol: } [a, +\infty) \end{aligned}$$

Resoldre la inequació:

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Arrels $x=2$, $x=4$



La solució és $(2, 4)$

Inequacions de primer grau

Per resoldre una inequació de primer grau apliquem les propietats de les inequacions, fins a obtenir una inequació de la forma:

Inequacions de segon grau

Una **inequació de segon grau** amb una incògnita és una desigualtat algebraica que es pot expressar en la forma

$$ax^2 + bx + c < 0$$

amb $a \neq 0$, i a, b, c nombres reals.

Per resoldre-la, es troben les arrels de l'equació, x_1 i x_2 . La solució, si en té, serà algun o alguns dels intervals $(-\infty, x_1)$, (x_1, x_2) , $(x_2, +\infty)$, amb $x_1 < x_2$

Per saber si un interval és de la solució, s'agafa un punt de l'interval i es comprova si verifica la desigualtat. Si la verifica és de la solució.



Per practicar

1. Troba la solució de les següents equacions:

a) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{3} = 1$

b) $\frac{x-3}{2} - 3(x+2) = -20$

c) $\frac{2-2(x-3)}{2} - \frac{x+4}{4} = 3$

d) $\frac{4(x+1)}{2} + x - \frac{x+3}{3} = 5 + 3(x-2)$

2. Resol les equacions:

a) $-6x^2 - 7x + 155 = -8x$

b) $3x^2 + 8x + 14 = -5x$

c) $(x-6)(x-10) = 60$

d) $(x+10)(x-9) = -78$

3. Resol les equacions:

a) $x^4 - 24x^2 + 144 = 0$

b) $x^4 + 14x^2 - 72 = 0$

c) $x^4 - 81 = 0$

d) $(x^2 - 8)(x^2 - 1) = 8$

4. Resol les equacions:

a) $(x+3)(2x-5) = 0$

b) $(5x+3)(2x-8) = 0$

c) $(x-2)(2-3x)(4+x) = 0$

d) $x(x+3)(2x+1) = 0$

5. Resol les inequacions:

a) $3(x-1) + 2x < x+1$

b) $2 - 2(x-3) \geq 3(x-3) - 8$

c) $2(x+3) + 3(x+1) > 24$

d) $3x \leq 12 - 2(x+1)$

6. Resol les inequacions:

a) $x^2 - 5x + 6 < 0$

b) $-2x^2 + 18x - 36 > 0$

c) $x^2 + 2x - 8 \geq 0$

d) $3x^2 - 18x + 15 \leq 0$

7. Troba dos nombres consecutius que sumin 71

8. Troba un nombre tal que sumant amb el seu triple sigui igual a 100

9. Quina edat tinc ara si d'aquí a 12 anys tindrè el triple de l'edat que tenia fa 8 anys?

10. En Joan té 12 anys menys que la Maria, d'aquí a 4 anys la Maria tindrà el triple de l'edat d'en Joan. Quants anys té ara?

11. Per posar una tanca a una finca rectangular de 240 m^2 es fan servir 62 m de tanca. Quines dimensions té la finca?

12. La diferència dels quadrats de dos nombres naturals consecutius és 25, quins nombres són?

13. Quan sumem una fracció amb denominador 3 amb la seva inversa obtenim $109/30$. Quina és aquesta fracció?

14. El quadrat d'un nombre més 6 és igual a 5 vegades el mateix nombre, ¿quin nombre és?

15. Busca un nombre positiu tal que 6 vegades la seva quarta potència més 7 vegades el seu quadrat sigui igual a 124.

16. Troba m perquè $x^2 - mx + 121 = 0$ tingui una solució doble.

Per saber-ne més



Inequacions de primer grau amb dues incògnites

Una **inequació de primer grau** amb una incògnita és una desigualtat algebraica que es pot expressar en alguna de les formes:

$$ax+by < c, ax+by > c, ax+by \leq c \text{ o } ax+by \geq c$$

amb a, b, c nombres reals.

Per resoldre-la, es considera la funció lineal associada a la inequació $ax + by = c$, i es representa gràficament, (recorda que es tracta d'una recta).

La solució serà un dels dos semiplans en què la recta divideix el pla.

UN EXEMPLE MÉS

$$2x + y \leq 2$$

PRIMER Es considera la funció lineal associada a la inequació, substituint el signe \leq per $=$ $\rightarrow 2x + y = 2$

SEGON Es representa gràficament la funció, que és una recta que divideix el pla en dues regions.

x	y
0	2
1	0

Recorda que per dibuixar una recta necessitem dos punts.



TERCER Es tria un punt d'una regió i es comprova si aconsegueix la inequació. Si l'aconsegueix, la solució és el semiplan on està el punt, si no l'aconsegueix és l'altre.

Clica una vegada en un punt de la gràfica i veuràs si és solució.

$$2(0) + (0) = 0 \leq 2 \rightarrow \text{CERT}$$

La solució és el semiplan ombrejat i la recta.



Recorda el més important

Equacions

Primer membre Segon membre

$$7x + x^3 = 2x - 5$$

Termes

Incògnita: x
Grau: 3

Equacions de primer grau

Es redueixen al tipus $ax = b$

$$\text{Solució: } x = \frac{b}{a}$$

Equacions de segon grau

- Completes: $ax^2 + bx + c = 0$

Es resolen amb la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si $b^2 - 4ac < 0$ sense solució.

Si $b^2 - 4ac = 0$ una solució doble.

Si $b^2 - 4ac > 0$ dues solucions.

- Incompletes: $ax^2 + c = 0$

Aillem $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$

- Incompletes: $ax^2 + bx = 0$

Dues solucions: $x=0$, $x=-b/a$

Altres equacions:

- Biquadrades: $ax^4 + bx^2 + c = 0$

$$x^2 = t$$

$x = \pm \sqrt{t_1}$ $x = \pm \sqrt{t_2}$ on t_1 i t_2 són les solucions de $at^2 + bt + c = 0$

- Factoritzades: $(x-a) \cdot (x-b) \cdot \dots = 0$

Solucions: $x=a$

$x=b$

... etc

Inequacions

Primer membre Segon membre

$$3x + x^2 \leq 2x - 6$$

Termes

Incògnita: x
Grau: 2

Inequacions de primer grau

$$x < a \quad \text{---} (-\infty, a) \text{---}$$

$$x \leq a \quad \text{---} (-\infty, a] \text{---}$$

$$x > a \quad \text{---} (a, +\infty) \text{---}$$

$$x \geq a \quad \text{---} [a, +\infty) \text{---}$$

Autoavaluació



1. Resol la inequació: $-7x + 8(-4x - 5) < -5x - 210$
2. Resol l'equació: $x - \frac{x - 26}{2} = 9(x - 8)$
3. Troba un nombre sabent que si li sumo 8 vegades el consecutiu el resultat és 359
4. Troba dos nombres positius consecutius de forma que el seu producte sigui 272.
5. Resol l'equació: $3x^2 + 15x = 0$
6. Resol l'equació: $3x^2 - 768 = 0$
7. Troba dos nombres naturals consecutius tals que la suma dels seus quadrats sigui 1105.
8. Resol l'equació: $x^4 - 2937x^2 + 100 = 0$
9. Resol l'equació: $x^2 - 6x + 8 = 0$
10. Resol l'equació: $(x - 9)(4x - 8) = 0$.

Solucions dels exercicis per practicar

- a) $x=15$ b) $x=5$
c) $x=0$ d) $x=6$
- a) $x=5$, $x=-31/6$
b) $x=-2$, $x=-7/3$
c) $x=16$, $x=0$
d) $x=21$, $x=1$
- a) $x=\pm\sqrt{12}$ b) $x=\pm 2$
c) $x=\pm 3$ d) $x=0$, $x=\pm 3$
- a) $x=-3$ $x=5/2$
b) $x=-3/5$ $x=4$
c) $x=2$ $x=3/2$ $x=-4$
e) $x=0$ $x=-3$ $x=-1/2$
- a) $(-\infty, 1)$
b) $(-\infty, 5]$
c) $(17/5, +\infty)$
d) $(-\infty, 2]$
- a) $(2, 3)$
b) $(3, 6)$
c) $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$
d) $[1, 5]$
- 35 i 36
- 25
- 18
- Joan 2, Maria 14 anys
- 15 m x 16 m
- 13 i 12
- 10/3
- 3 i 2
- 2
- 22 i -22

Solucions AUTOAVALUACIÓ

- $(5, +\infty)$
- $x = 10$
- 39
- 16 i 17
- $x=-5$ $x=0$
- $x=1$ $x=16$
- 23 y 24
- $x = \pm 2$ $x = \pm 8$
- $x=4$ $x=2$
- $x=9$ $x=2$