



Movimientos en el plano

Contenidos

1. Vectores
Concepto de vector. Coordenadas
Vectores equipolentes
Suma de vectores
2. Traslaciones
Traslación según un vector
Composición de traslaciones
3. Giros
Giro de centro O y ángulo α
Simetría central
Figuras invariantes de orden n
4. Simetría axial
Simetría de eje e
Figuras con eje de simetría
Composición de simetrías axiales

Objetivos

- Manejar el concepto de vector como elemento direccional del plano.
- Reconocer los movimientos principales en el plano: traslaciones, giros y simetrías.
- Aplicar uno o más movimientos a una figura geométrica.
- Reconocer movimientos geométricos en el arte, la naturaleza, etc..



Antes de empezar

Recuerda

... que en el plano cada punto tiene sus coordenadas.

Pulsa en el botón

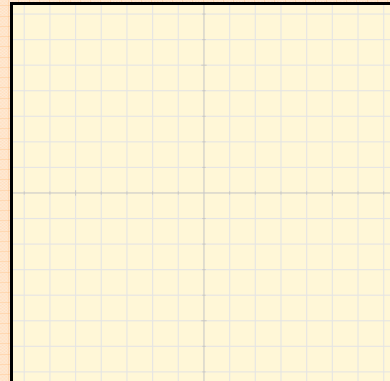


para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO de Refuerzo

Representa sobre el sistema de coordenadas los siguientes puntos:

- a) P(-1,3)
- b) Q(0,-2)
- c) R(2,-5)
- d) S(2,5)
- e) T(-2,5)



Pulsa



para ir a la página siguiente.

1. Vectores

1.a. Concepto de vector. Coordenadas

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado y haz clic en el botón play de la escena para ver la animación.

EJERCICIO:

Dado un vector \vec{AB} determinado por $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, completa:

ORIGEN:	
EXTREMO:	
COORDENADAS:	
MÓDULO:	
DIRECCIÓN:	
SENTIDO:	

Cuando hayas comprendido bien los conceptos ...

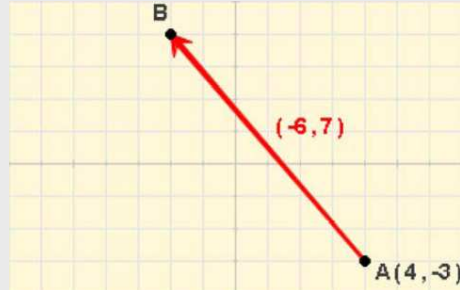
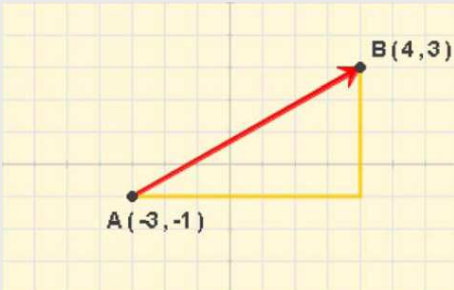
Pulsa en



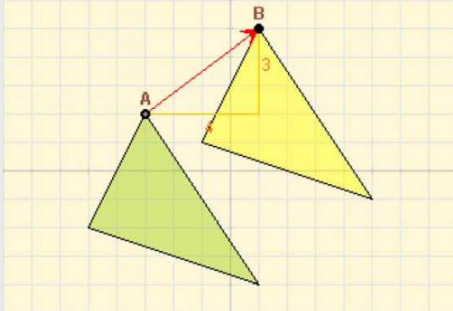
para hacer unos ejercicios.

EJERCICIOS

- Las coordenadas del vector \vec{AB} son las de B menos las de A. Calcula:
 - Las coordenadas del vector \vec{AB}
 - Las coordenadas del punto B.



- Los triángulos amarillo y verde son iguales, ¿qué distancia hay entre los puntos homólogos A(-3,2) y B(1,5)?



Quando acabes ... Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. Vectores equipolentes

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

Completa:

Dos vectores \vec{AB} y \vec{CD} se llaman EQUIPOLENTES si _____

Si los vectores \vec{AB} y \vec{CD} son equipolentes, el polígono ABDCA es un _____

Pulsa el botón de la escena para ver la animación sobre vectores equipolentes y sobre el paralelogramo formado por dos vectores equipolentes.

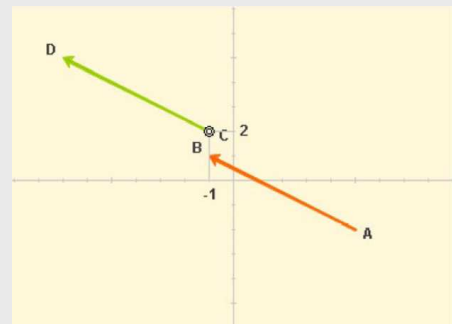
Completa:

Dos vectores equipolentes se consideran representantes del _____

Quando hayas comprendido bien el concepto ... Pulsa en para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

3. Los vectores equipolentes tienen las mismas coordenadas. Dados el punto A(5,-2) y el B(-1,1), ¿cuáles son las coordenadas del punto D?



EJERCICIOS de Refuerzo

a) Sabiendo que los vectores \vec{AB} y \vec{CD} son equipolentes al vector \vec{u} de coordenadas (2,-1) completa la tabla siguiente:

Vector	Origen	Extremo
\vec{AB}	A(1,1)	
\vec{CD}		D(0,0)

b) Dados dos puntos cualesquiera A y B:

¿Cómo son los módulos de \vec{AB} y \vec{BA} ? _____

¿Y sus direcciones? _____

¿Y sus sentidos? _____

¿Son equipolentes dichos vectores? _____

Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

1.c. Suma de vectores

Lee el texto de pantalla: "La suma de dos vectores..."

Completa:

La suma de dos vectores, \vec{u} y \vec{v} , es otro vector, $\vec{u} + \vec{v}$, que podemos construir de dos formas:

•	_____
•	_____

Observa la escena para ver detalladamente cómo se suman dos vectores \vec{u} y \vec{v} .

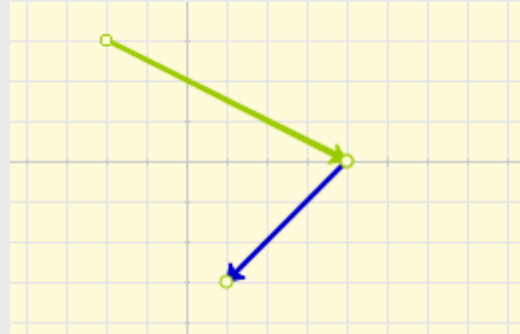
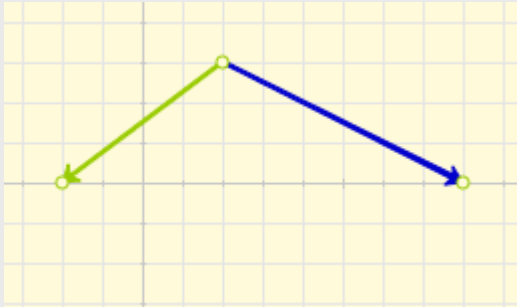
Después... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO

4. Suma en cada caso gráfica y analíticamente, los vectores verde \vec{u} , y azul \vec{v} .

a) $\vec{u} = (-4, -3)$ $\vec{v} = (6, -3)$

b) $\vec{u} = (6, -3)$ $\vec{v} = (-3, -3)$



Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2. Vectores

2.a. Traslación según un vector

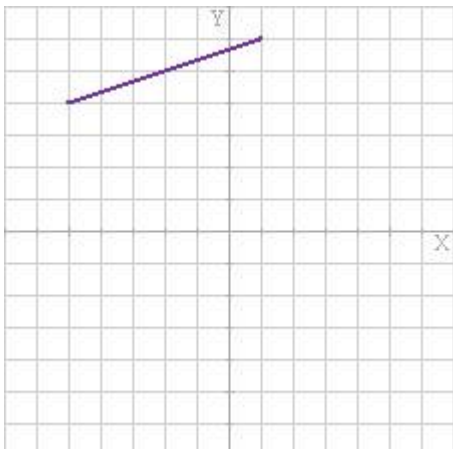
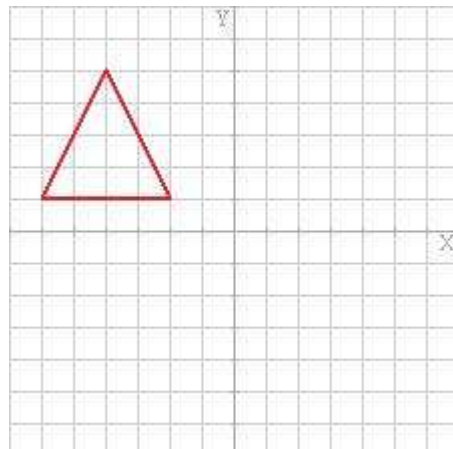
Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

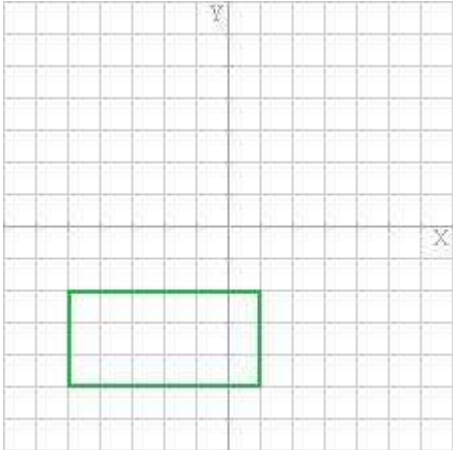
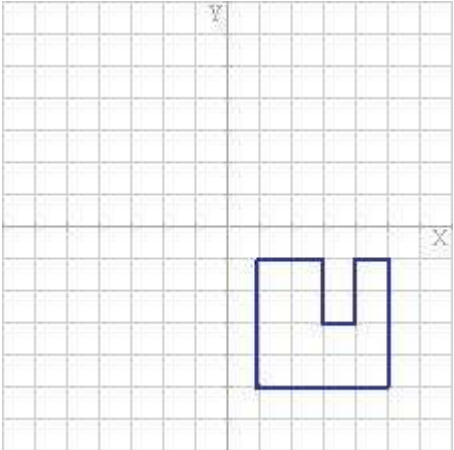
Completa:

Una traslación de vector \vec{u} es un movimiento que transforma _____ _____
Una traslación es un movimiento directo (_____) e isomorfo (_____).

Practica con la escena para ver traslaciones de distintas figuras.

EJERCICIO: Copia ejemplos de traslaciones de distintas figuras:

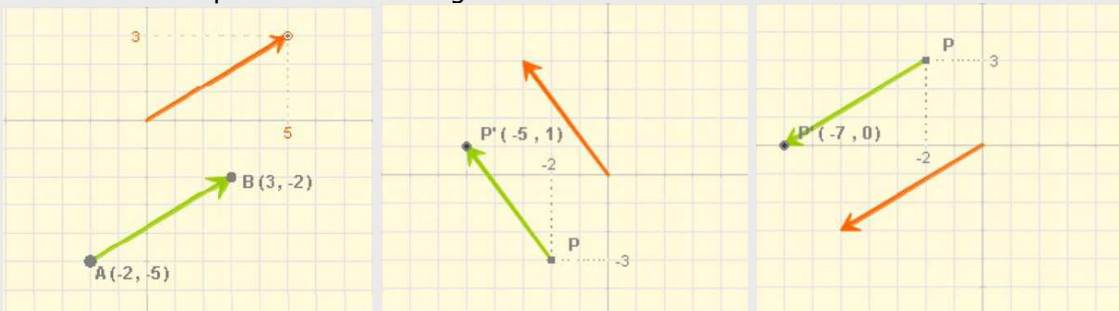
SEGMENTO 	TRIÁNGULO 
--	--

<p>RECTÁNGULO</p> 	<p>POLÍGONO</p> 
--	---

Después... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIOS

5. Al trasladarse las coordenadas de un punto se ven incrementadas por las del vector de traslación. Compruébalo en los siguientes casos:



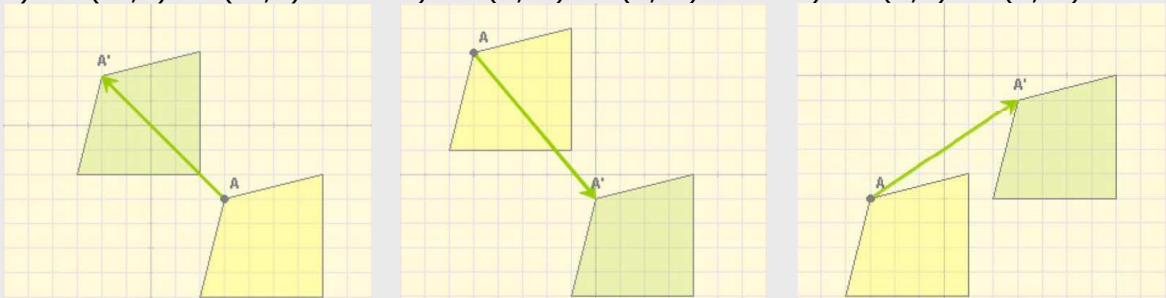
$\vec{u} =$		$\vec{u} =$		$\vec{u} =$	
A(__ , __)	B(__ , __)	P(__ , __)	P'(__ , __)	P(__ , __)	P'(__ , __)

6. El cuadrilátero verde es el trasladado del amarillo en cada caso. Calcula las coordenadas del punto A.

a) $\vec{v} = (-5, 5)$ A'(-2, 2)

b) $\vec{v} = (5, -6)$ A'(0, -1)

c) $\vec{v} = (6, 4)$ A'(3, -1)



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

2.b. Composición de traslaciones

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado y observa en la escena como se construye un friso y un mosaico a partir de cada una de las figuras que aparecen.

EJERCICIO: Copia un par de ejemplos de frisos y otro par de mosaicos:

FRISO 1	FRISO 2
MOSAICO 1	MOSAICO 2

Después... Pulsa en  para ver unas fotografías.

EJERCICIO

7. El arte muestra traslaciones como puedes apreciar en los ejemplos siguientes. Dibuja sobre ellos el vector de traslación que ha dado lugar a los frisos.



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

3. Giros

3.a. Giro de centro O y ángulo α

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

Completa:

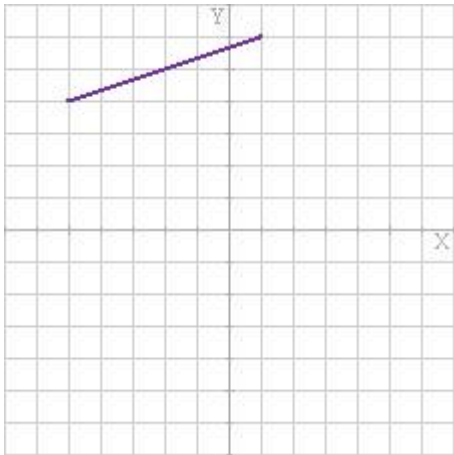
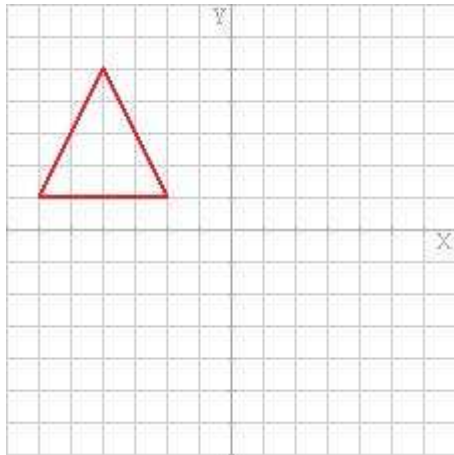
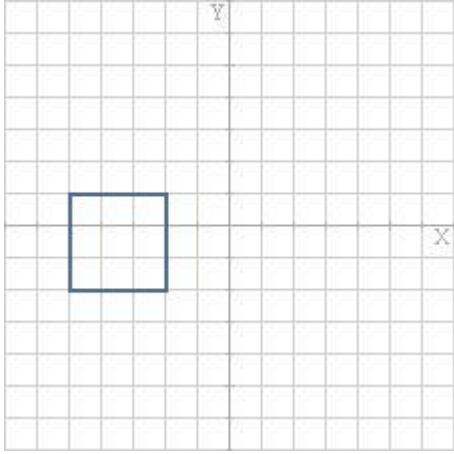
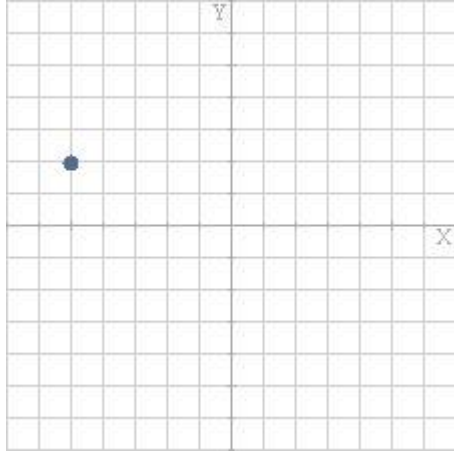
Un giro, de centro un punto O y amplitud un ángulo α , transforma _____


Debes tener en cuenta que un giro puede tener **orientación positiva** (_____) o **negativa** (_____).

Practica con la escena para ver giros de distintas figuras.

EJERCICIO:

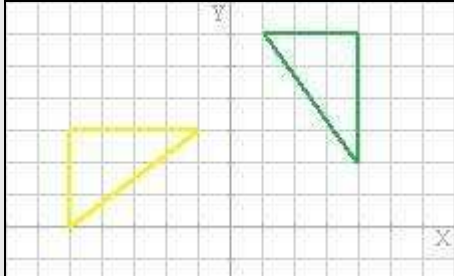
Copia ejemplos de giros de diferentes figuras usando distintos centros y ángulos (positivos y negativos):

<p style="text-align: center;">SEGMENTO</p> 	<p style="text-align: center;">TRIÁNGULO</p> 
<p style="text-align: center;">CUADRADO</p> 	<p style="text-align: center;">PUNTO</p> 

Después... Pulsa en  para ver cómo se determina el centro y el ángulo de giro.

EJERCICIO

9. ¿Cuál es el centro del giro que transforma el triángulo amarillo en el verde?



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

3.b. Simetría central

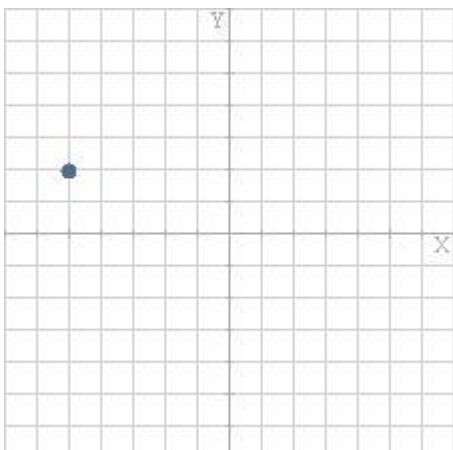
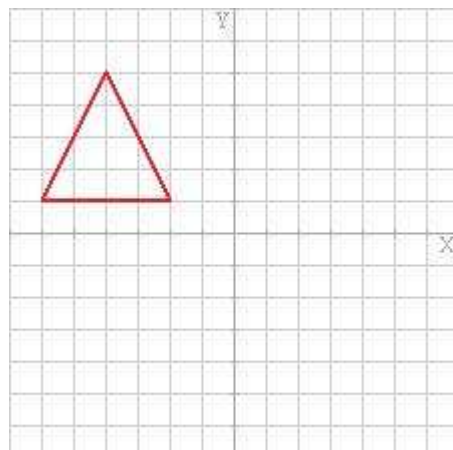
Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

Define:

Simetría central: _____ _____ _____
Centro de simetría: _____ _____

Practica con la escena para ver simetrías centrales de distintas figuras, ejemplos de centro de simetría y una aplicación de las simetrías centrales a la producción de mosaicos.

EJERCICIO: Copia dos ejemplos de simetrías centrales aplicadas a distintas figuras.

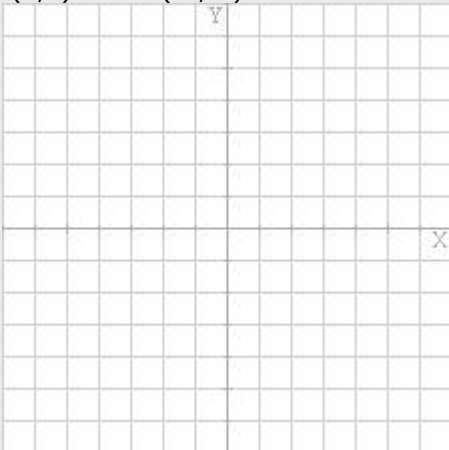
PUNTO 	TRIÁNGULO 
---	--

Después... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

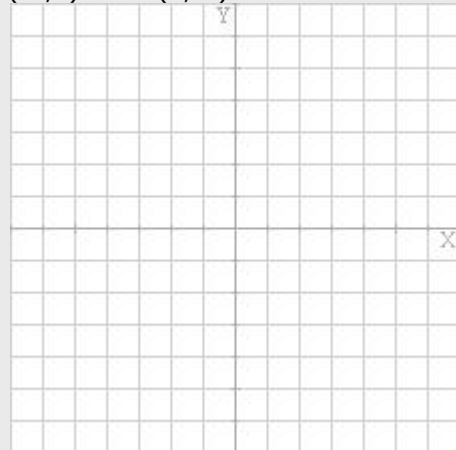
EJERCICIOS

9. ¿Cuáles son las coordenadas del punto P' , simétrico del P en la simetría de centro el punto O ?

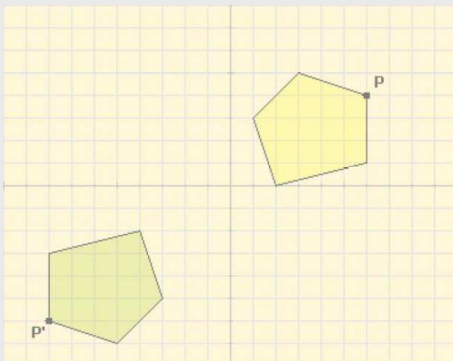
a) $O(1,1)$ $P(-3,-3)$



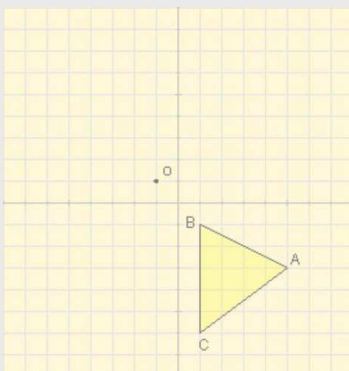
b) $O(-2,1)$ $P(2,-3)$



10. En la imagen se muestra un polígono (color amarillo) y su simétrico (color verde) respecto al punto O , ¿cuáles son las coordenadas de O ?

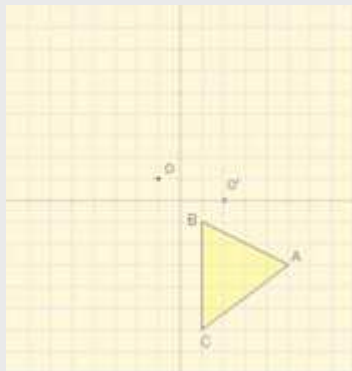


11. Al triángulo amarillo le aplicamos sucesivamente dos simetrías centrales respecto al mismo punto, O , ¿cuál es el resultado?



EJERCICIO

12. Se aplica al triángulo amarillo una simetría de centro O , y después otra de centro O' , ¿cuál es el resultado?



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

3.c. Figuras invariantes de orden n

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

Define:

Centro de giro: _____ _____ _____
Figura invariante de orden n: _____ _____

Observa en la escena diferentes figuras con centro de giro. Fíjate bien en cómo se halla el centro de giro y cuál es la amplitud del giro en las sucesivas coincidencias.

EJERCICIO:

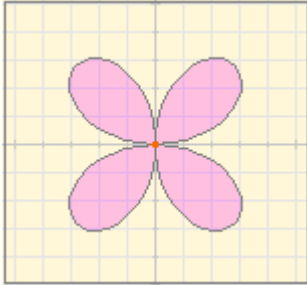
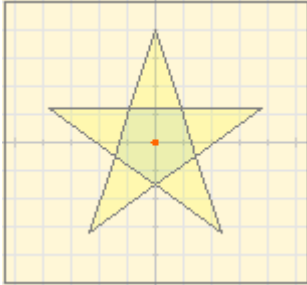
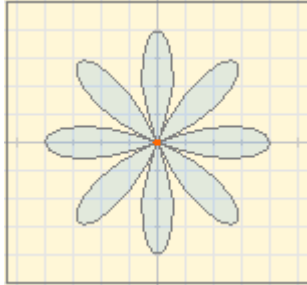
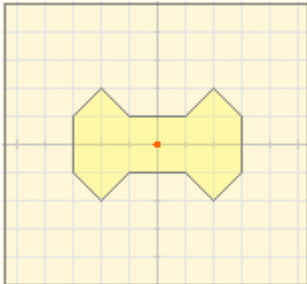
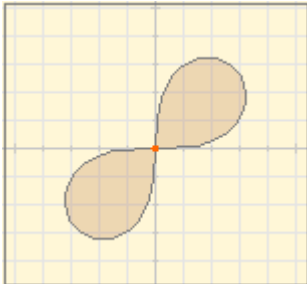
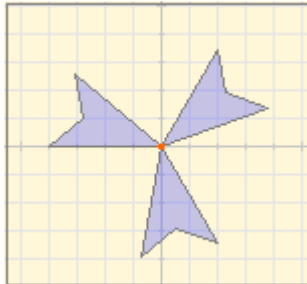
Dibuja figuras con centro de giro señalando en ellas dicho centro de giro:

FIGURA INVARIANTE DE ORDEN 3	FIGURA INVARIANTE DE ORDEN 6
------------------------------	------------------------------

Después... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

EJERCICIO:

Indica el orden del centro de giro de las siguientes figuras (número de coincidencias) y la amplitud del giro en que se produce la primera coincidencia:

<p>FIGURA 1</p> 	<p>FIGURA 2</p> 	<p>FIGURA 3</p> 
Orden: ____ Ángulo: ____	Orden: ____ Ángulo: ____	Orden: ____ Ángulo: ____
<p>FIGURA 4</p> 	<p>FIGURA 5</p> 	<p>FIGURA 6</p> 
Orden: ____ Ángulo: ____	Orden: ____ Ángulo: ____	Orden: ____ Ángulo: ____

Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

4. Simetría axial

4.a. Simetría de eje e

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

Completa:

Una simetría respecto a un eje e es un movimiento que transforma _____
Según esta definición, debe cumplirse que:
• _____
• _____
Una simetría axial es un movimiento _____ porque se _____ el sentido de giro.

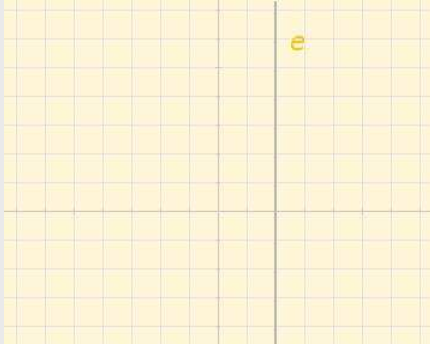
Practica con la escena para ver cómo se halla el simétrico de un punto, cómo se obtiene el eje de simetría dado un punto y su simétrico, el efecto de una simetría en la orientación y qué ocurre cuando el eje de simetría coincide con un lado del triángulo.

Después... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

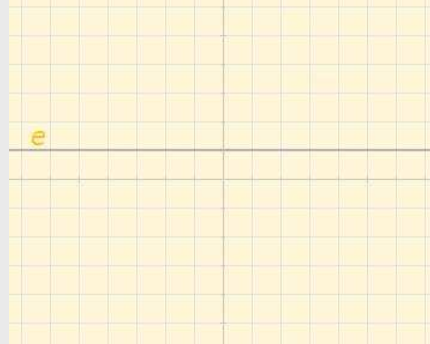
EJERCICIOS

13. Calcula las coordenadas del punto P', simétrico del P respecto al eje de la figura.

a) P (-2,4)

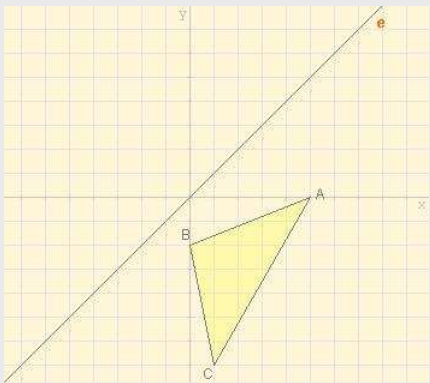


b) P (2,3)

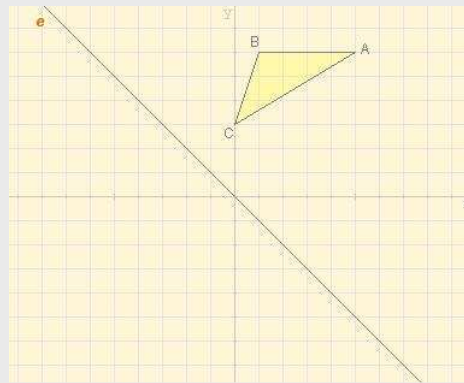


14. En cada caso dibuja el triángulo simétrico respecto del eje e, del de color amarillo e indica las coordenadas de los vértices del transformado.

a) A (5,0), B (0,-2), C (1,-7)



b) A (5,6), B (1,6), C (0,3)



Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

4.b. Figuras con eje de simetría

Lee en la pantalla el texto "Hay figuras que son..." y observa en la escena de la derecha los ejes de simetría de algunas figuras.

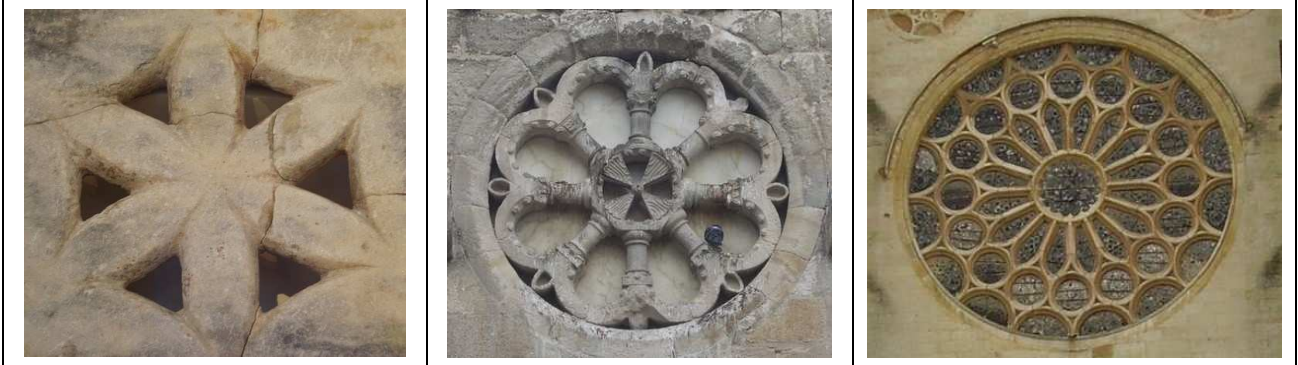
Contesta:

¿Qué es una figura invariante al aplicarle una simetría axial? _____ _____
¿Qué es el eje de simetría de una figura? _____ _____
¿Cuántos ejes de simetría tiene un triángulo equilátero? _____ ¿Y un hexágono regular? _____

Después... Pulsa en  para ver unas imágenes.

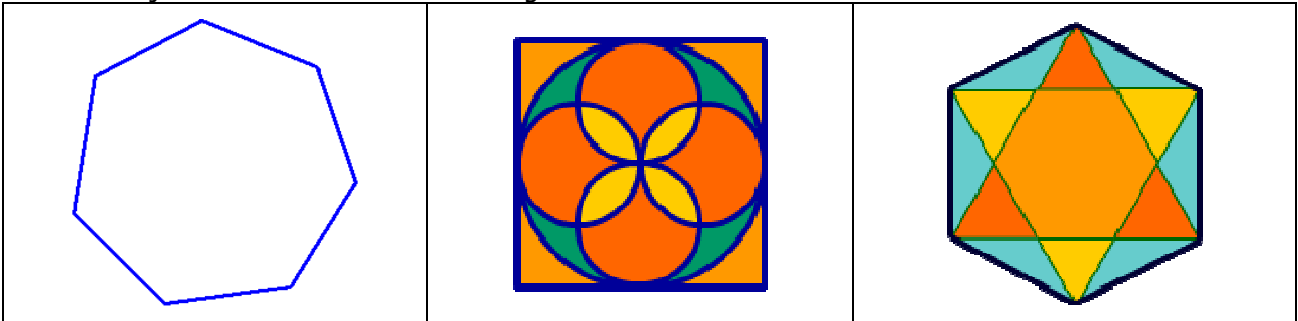
EJERCICIO:

Dibuja en cada imagen un eje de simetría que la deje invariante:



EJERCICIO:

¿Cuántos ejes de simetría tiene cada figura?



Quando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.

4.c. Composición de simetrías axiales

Lee en la pantalla el texto "La aplicación consecutiva de dos..."

EJERCICIO:

La aplicación consecutiva de dos simetrías axiales, de ejes e y e' , da lugar a un nuevo movimiento que depende de la situación relativa de los ejes e y e' :

- _____
- _____

Completa:

El resultado de **componer dos simetrías axiales** es un _____

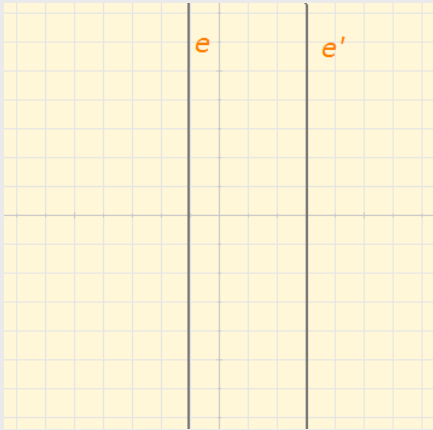
Observa en la escena los dos casos posibles en la composición de dos simetrías axiales.

Después... Pulsa en  para hacer unos ejercicios.

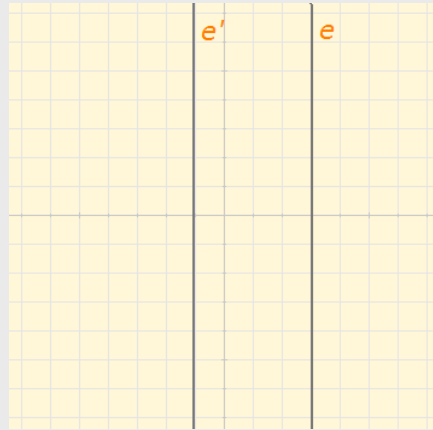
EJERCICIOS

15. Calcula las coordenadas del punto que resulta al aplicarle a P primero una simetría de eje e y luego otra de eje e'.

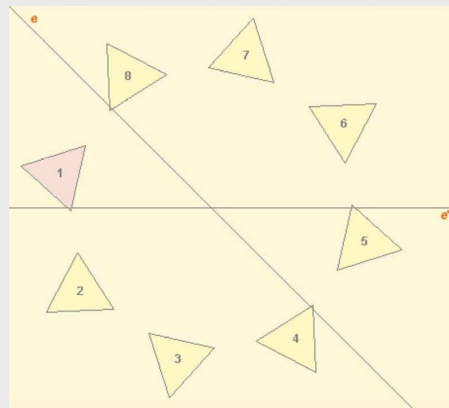
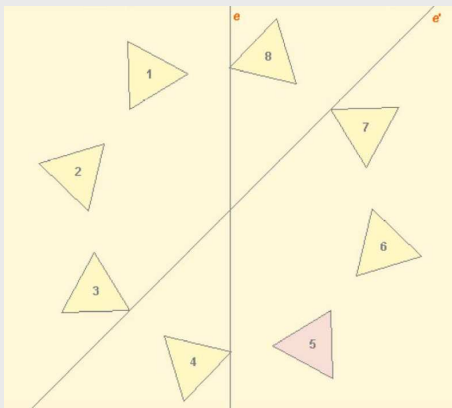
a) P (-2,3)



b) P (2,3)



16. ¿Cuál es el transformado del triángulo de color morado respecto a la composición de simetrías de ejes e y e'?



Cuando acabes ... Pulsa  para ir a la página siguiente.



Recuerda lo más importante – RESUMEN

Un vector tiene **MÓDULO** que es _____
 _____, **DIRECCIÓN** que es _____
 _____ y **SENTIDO** que es _____.


Una traslación de vector \vec{u} es un _____ que transforma cada punto **A** del plano, en otro punto **B** de manera que el vector \vec{AB} es igual al vector _____.

Un **giro**, de centro un punto **O** y amplitud un ángulo α , transforma cada punto **P** del plano en otro punto **P'** de modo que el ángulo _____ es igual a α y las distancias **OP** y **OP'** son _____.

Si al girar una figura con centro en un punto **O** y según un ángulo menor que 360° , coincide con si misma, el punto **O** se dice que es _____ de la figura.

Una **simetría central**, o simetría respecto a un punto **O**, es un _____ de centro **O** y amplitud _____. Transforma pues, cada punto **P** en otro punto _____ de modo que el ángulo _____ es igual a 180° y las distancias **OP** y **OP'** son _____.

Una **simetría axial** respecto a un _____ **e** es un _____ que transforma cada punto **P** del plano en otro **P'** de modo que la recta **e** es _____ del segmento de extremos **P** y **P'**

Pulsa  para ir a la página siguiente

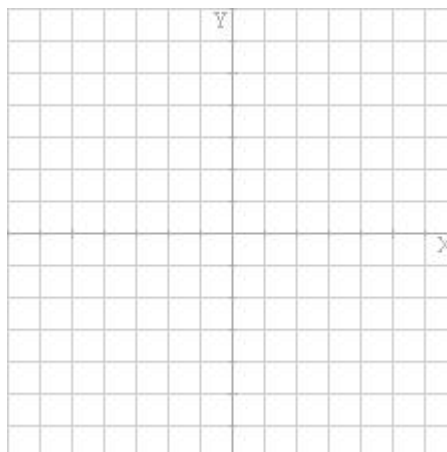


Para practicar

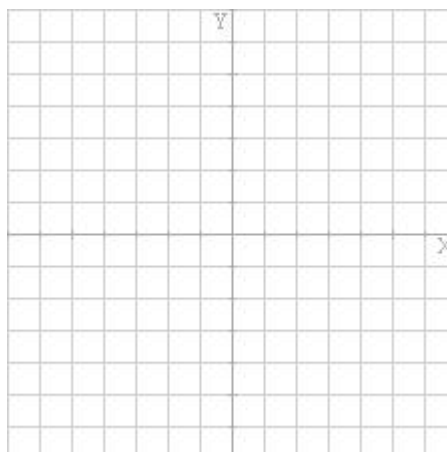
En esta unidad encontrarás ejercicios de Traslaciones, Giros y Simetrías. Haz al menos uno de cada clase y una vez resuelto comprueba la solución.

Traslaciones

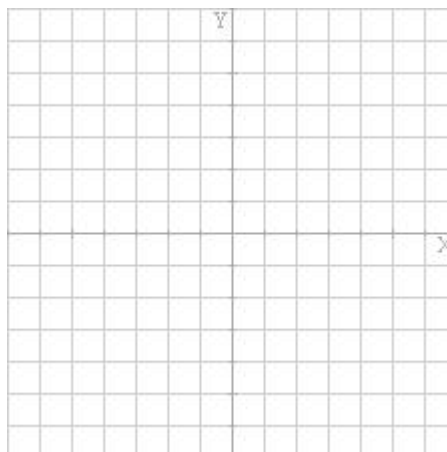
1. Determina las coordenadas y el módulo del vector de la traslación que transforma el punto A _____ en el punto B _____.



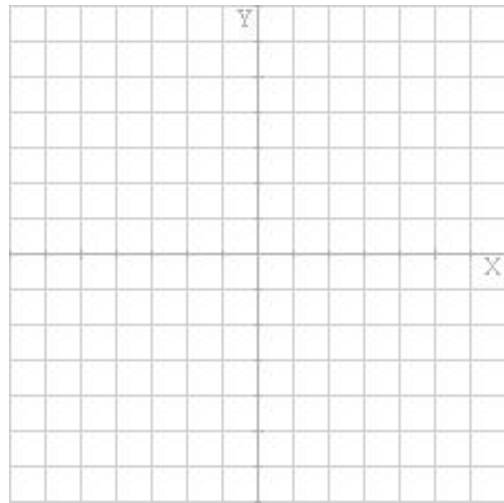
2. Halla el triángulo que ha dado lugar al de la figura, al aplicarle una traslación de vector _____.



3. El triángulo de la figura se ha trasladado primero de la posición 1 a la 2, mediante una traslación de vector _____, y luego a la 3 por una traslación de vector _____. ¿Cuál es el vector de la traslación que pasa directamente de 1 a 3?

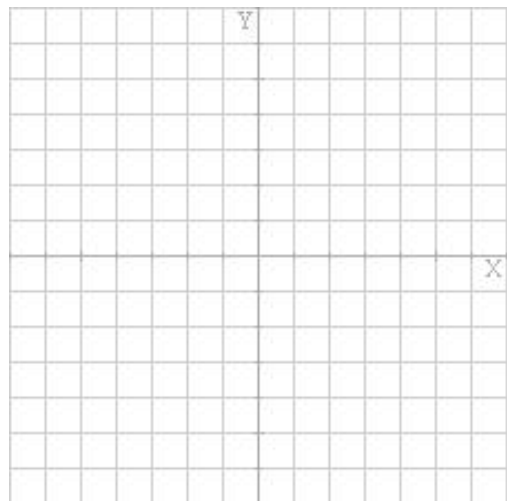


4. Calcula los vértices del triángulo que resulta al aplicar al de la figura una traslación de vector $\vec{v} = \underline{\hspace{2cm}}$.

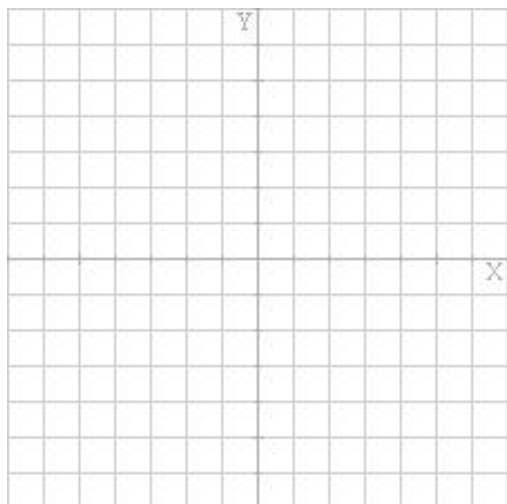


Giros

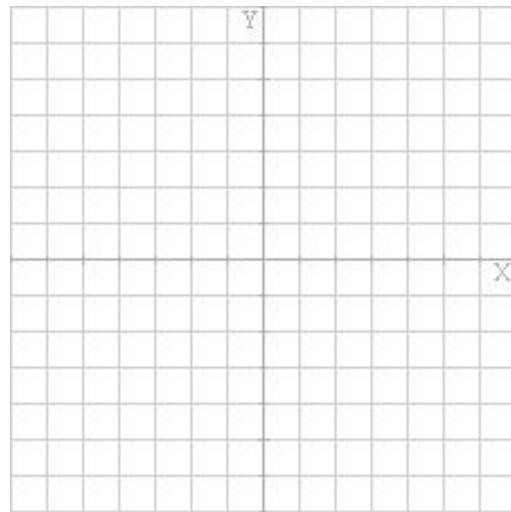
5. El triángulo ABC gira 90° en torno al origen de coordenadas en _____ las agujas del reloj, ¿en qué triángulo se transforma?



6. El triángulo morado resulta al girar el azul, siendo los puntos de color naranja homólogos en el giro y los de color verde también. Determina el centro de giro y el ángulo. El giro se realiza en sentido positivo.

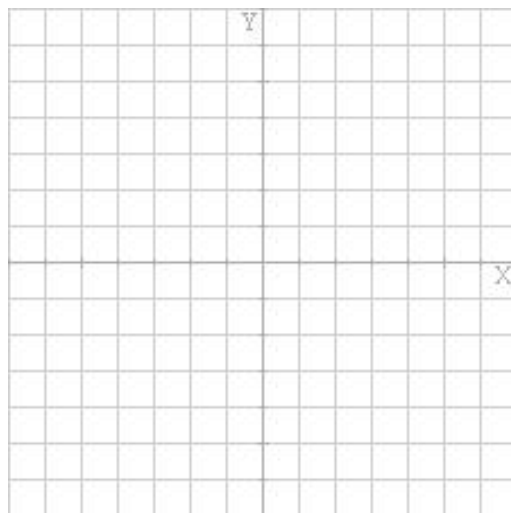


7. El cuadrado de la figura gira 45° en _____ las agujas del reloj, en torno al vértice _____, ¿cuáles son los vértices del cuadrado transformado?

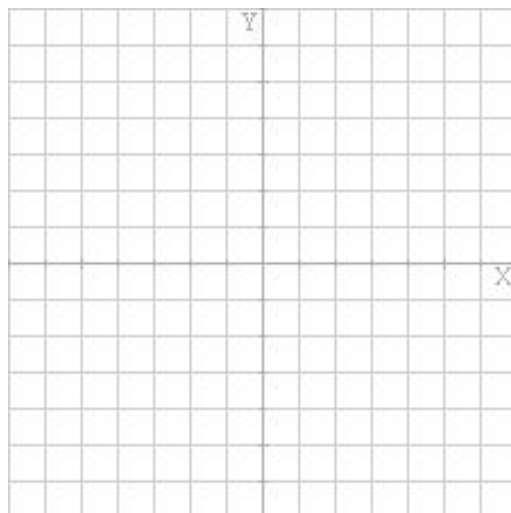


Simetrías

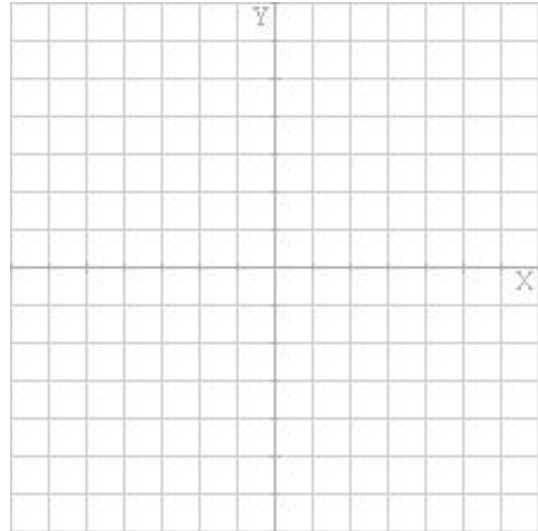
8. Halla la figura transformada del cuadrilátero ABCD por una simetría de eje el de la figura.



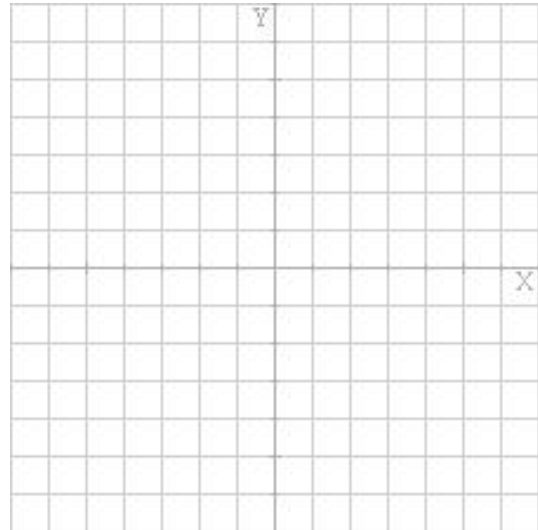
9. Halla la figura transformada del triángulo ABC por una composición de simetrías, primero la de eje azul y luego la de eje rojo.



10. Halla la figura transformada del cuadrilátero ABCD por una simetría central, de centro el origen de coordenadas.



11. Halla la figura transformada del cuadrilátero ABCD por una simetría de eje el de _____.



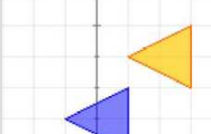
Autoevaluación



Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo, después introduce el resultado para comprobar si la solución es correcta.

1 Dados los puntos $A(-2,2)$ y $B(3,-4)$, escribe las coordenadas del vector \overrightarrow{AB} .

2 ¿Qué punto se obtiene al trasladar el punto $P(-1,4)$ mediante el vector $\vec{v}=(4,-1)$?

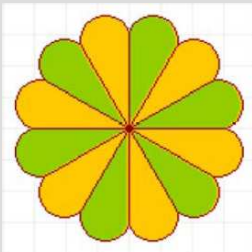
3  Halla las coordenadas del vector de la traslación que transforma el triángulo azul en el naranja.

4 El punto $B(4,2)$ es el resultado de trasladar el punto $A(-4,6)$ mediante una traslación de vector \vec{v} . ¿Qué distancia hay entre A y B?

5 ¿Qué punto resulta al girar $P(4,1)$ alrededor del origen de coordenadas, un ángulo de 90° en sentido contrario a las agujas del reloj?

6 ¿Cuál es el centro de la simetría que transforma el punto $P(4,-2)$ en el $P'(-2,0)$?

7



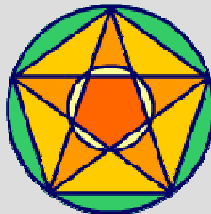
La figura de la izquierda tiene centro de simetría, ¿Cuál es el menor ángulo que ha de girar para quedar invariante?

8

¿Cuáles son las coordenadas del punto simétrico del $P(4,-2)$ en la simetría de eje la bisectriz del primer cuadrante?

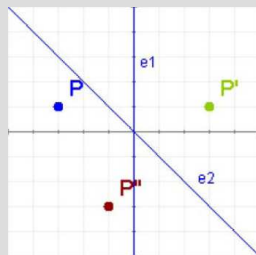
9

¿Cuántos ejes de simetría tiene la figura de la derecha?



10

Al aplicar al punto P primero una simetría de eje e_1 y luego una simetría de eje e_2 , resulta el punto P'' . ¿Cuál es el ángulo del giro que transforma directamente P en P'' .



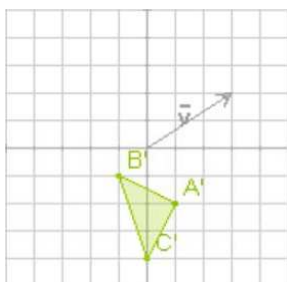


Para practicar más

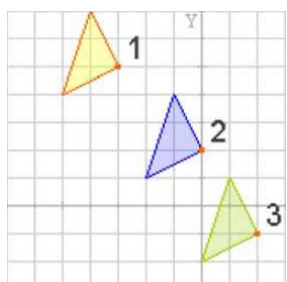
1. Determina las coordenadas y el módulo del vector de la traslación que transforma el punto A en el punto B



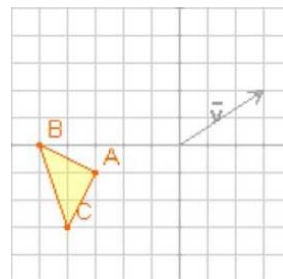
2. Halla el triángulo que ha dado lugar al de la figura, al aplicarle una traslación de vector $(3,2)$.



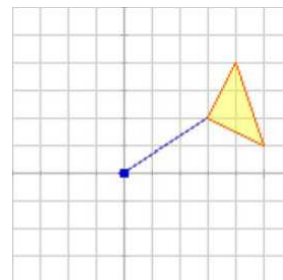
3. El triángulo de la figura se ha trasladado primero de la posición 1 a la 2, mediante una traslación de vector $(3,-3)$, y luego a la 3 por una traslación de vector $(2,-3)$. ¿Cuál es el vector de la traslación que pasa directamente de 1 a 3?



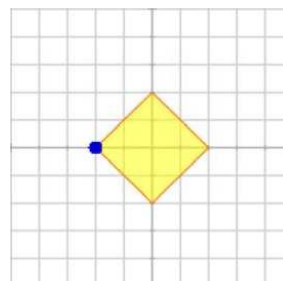
4. Calcula los vértices del triángulo que resulta al aplicar al de la figura una traslación de vector $\vec{v}=(3,2)$.



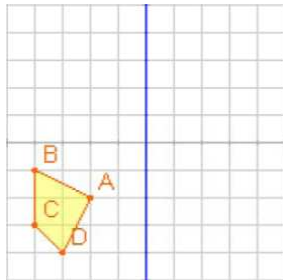
5. El triángulo ABC de la figura gira 90° en torno al origen de coordenadas, en qué triángulo se transforma?



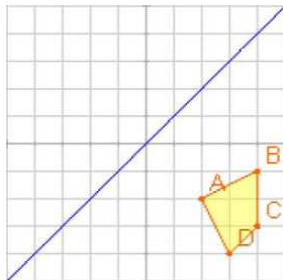
6. El cuadrado de la figura gira 45° en sentido contrario a las agujas del reloj, en torno al vértice señalado, ¿cuáles son los vértices del cuadrado transformado?



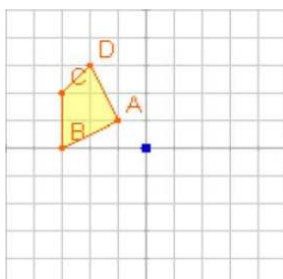
7. Halla la figura transformada del cuadrilátero ABCD por una simetría:
 a) de eje el de ordenadas
 b) el de abscisas.



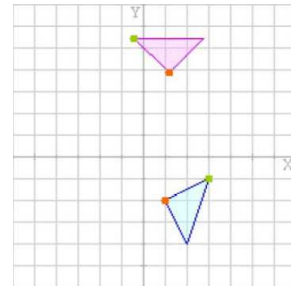
8. Halla la figura transformada del cuadrilátero ABCD por una simetría de eje el de la figura.



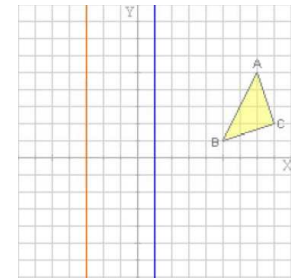
9. Halla la figura transformada del cuadrilátero ABCD por una simetría central, de centro el origen de coordenadas.



10. El triángulo azul se transforma en el morado tras un giro de centro O, dibújalo y calcula el centro de giro.



11. Halla la figura transformada del triángulo ABC por una composición de simetrías, primero la de eje azul y luego la de eje rojo.



12. Halla la figura transformada del triángulo ABC por una composición de simetrías, primero la de eje azul y luego la de eje rojo.

