4

Sistemas de Ecuacións

Obxectivos

Nesta esta quincena aprenderás a:

- Recoñecer e clasificar os sistemas de ecuacións segundo o seu número de solucións..
- Obter a solución dun sistema mediante unha táboa.
- Resolver sistemas lineais de dúas ecuacións con dúas incógnitas, polos métodos de substitución, igualación e redución.
- Utilizar a linguaxe alxébrica e os sistemas para resolver problemas.

Antes de empezar

Para empezar, propóñoche un problema sinxelo

Por presumir de bo tiro
un tirador moi ousado
atopouse mergullado
neste asunto que refiro.

E foi, ante una caseta
da feira do seu lugar,
presumiu de non errar
nin un tiro de escopeta,

e o feirante izando o berro
un duro ofreceu pagarlle
por cada acerto e cobrarlle
a tres pesetas o erro.

Dezaseis veces tirou
o tirador afamado
ao fin dixo, enfadado
polos tiros que fallou:

"A escopeta foi o cebo
e causa da miña afronta
pero axustada a conta
ni me debes nin che debo".

E todo o que atentamente
este relato mirou
poderá dicir doadamente
cantos tiros acertou.

Acertos	Fallos	Premio
16	0	80
15	1	72
14	2	64
13	3	56
12	4	48
11	5	40
10	6	32
9	7	24
8	8	16
7	9	8
6	10	0

Pódese ver que acertou 6 tiros.

1. Ecuacións Lineais

Definición.

Unha ecuación de primeiro grao denomínase **ecuación lineal.**

Unha **ecuación lineal con dúas incógnitas** é unha ecuación que se pode expresar da forma: **ax+by=c** onde **x** e **e** son as incógnitas, e **a, b** e **c** son números coñecidos.

$$3x + y = 12$$

Coeficiente de x= 3, Coeficiente de y= 1

Termo independente =12

Unha solución da ecuación é:

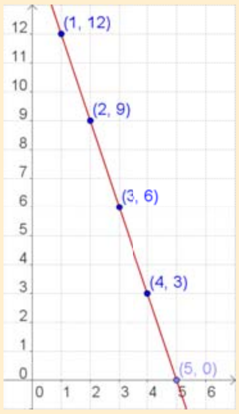
x=1 y=9

Observa que $3\cdot(1)+9=12$

Para obter máis solucións dáselle a x o valor que desexemos e calcúlase o y

$$x = 0 \to y = 12 - 3\cdot 0 = 12$$
$$x = 1 \to y = 12 - 3\cdot 1 = 9$$
$$x = 2 \to y = 12 - 3\cdot 2 = 6$$
$$x = 3 \to y = 12 - 3\cdot 3 = 3$$

Se representamos os puntos nun sistema de eixes coordenados forman unha recta:



Solución

Unha **solución** dunha ecuación lineal con dúas incógnitas é un par de valores **(x_i,y_i)** que fan certa a igualdade.

Unha ecuación lineal con dúas incógnitas ten infinitas solucións e se as representamos forman unha recta.

EXERCICIOS resoltos

1. Dada a ecuación: $3x + 2y = 17$, razoa se os seguintes pares son solución.

a) x=1 , y=3 Sol: Non é solución $3(1) + 2(3) = 4 + 6 = 10 \# 17$

b) x=5 , y=1 Sol: Si é solución $3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17$

2. Dada a ecuación $5x - 2y = c$, obtén o valor de c sabendo que unha solución é:

a) x=3 , y=6 Sol: $5(3) - 2(6) = 15 - 12 = 3 \to c = 3$

b) x=4 , y=1 Sol: $5(4) - 2(1) = 20 - 2 = 18 \to c = 18$

3. Obtén unha solución (x,y) da ecuación $-4x + 5y = 17$ sabendo que:

a) x=7 Sol: $-4(7) + 5y = 17 \to 5y = 45 \to y = 9 \to sol = (7, 9)$

b) y=1 Sol: $-4x + 5(1) = 17 \to -4x = 12 \to x = 3 \to sol = (3, 1)$

4. Escribe unha ecuación lineal con dúas incógnitas que teña como solución:

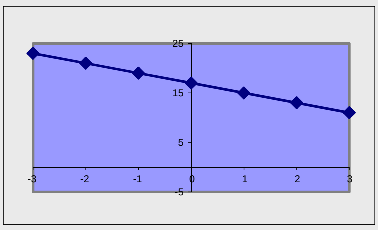
a) x=1 , y=3 Sol: $2x + 5y = 17$

b) x=-2 , y=1 Sol: $2x + y = -3$

5. Fai unha táboa de valores (x,y) que sexan solución da ecuación: $2x + y = 17$, e representa estes valores nun sistema de coordenadas.

Sol:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	23	21	19	17	15	13	11



2. Sistemas de ecuacións lineais

Definición. Solución

Un **sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas** está formado por dúas ecuacións lineais das que se busca unha solución común.

Sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

Unha **solución** dun sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas é un par de valores **(x_i,y_i)** que verifican as dúas ecuacións á vez. **Resolver o sistema** é atopar unha solución.

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

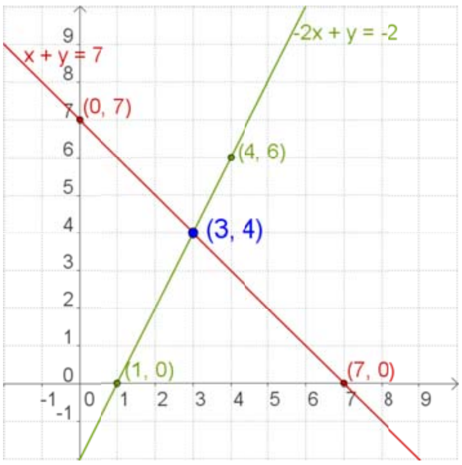
É unha solución d sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$

Número de Solucións

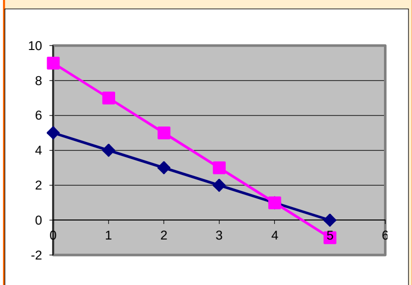
Un sistema de ecuacións, segundo o número de solucións que teña, chámase:

- Sistema **Compatible Determinado**, se ten unha única solución. A representación gráfica do sistema son dúas rectas que se cortan nun punto.
- Sistema **Compatible Indeterminado**, se ten infinitas solucións. A representación gráfica do sistema son dúas rectas coincidentes.
- Sistema **Incompatible**, se non ten solución. A representación gráfica do sistema son dúas rectas paralelas.



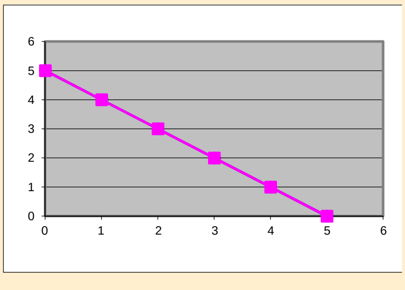
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \rightarrow sol = \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Sistema Compatible Determinado



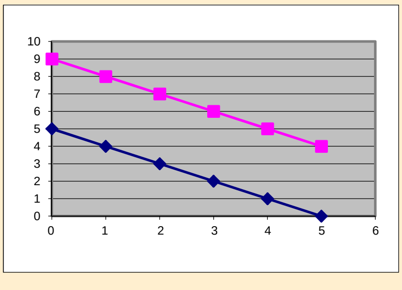
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Sistema Compatible Indeterminado



$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Sistema Incompatible



EXERCICIOS resoltos

6. Dado o sistema: $\begin{cases} 3x+2y=17 \\ 5x-y=11 \end{cases}$, razoa se os seguintes pares son solución.

a) x=3 , y=4 Sol: Si é solución $\begin{cases} 3(3)+2(4)=9+8=17 \\ 5(3)-(4)=15-4=11 \end{cases}$

b) x=5 , y=1 Sol: Non é solución $\begin{cases} 3(5)+2(1)=15+2=17 \\ 5(5)-(1)=25-1=24\,\#\,11 \end{cases}$

c) x=3 , y=1 Sol: Si é solución $\begin{cases} 3(3)+2(1)=9+2=11\,\#\,17 \\ 5(3)-(1)=15-1=14\,\#\,11 \end{cases}$

7. Escribe un sistema de dúas ecuacións que teña como solución:

a) x=1 , y=2 Sol: $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 5x-y=3 \end{cases}$

b) x=3 , y=1 Sol: $\begin{cases} 3x-y=8 \\ 2x-y=5 \end{cases}$

c) x=2 , y=3 Sol: $\begin{cases} 3x+5y=21 \\ x-4y=-10 \end{cases}$

8. Fai unha táboa de valores e da a solución do sistema: $\begin{cases} 3x+2y=8 \\ 5x-y=9 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

$3x+2y=8 \rightarrow$

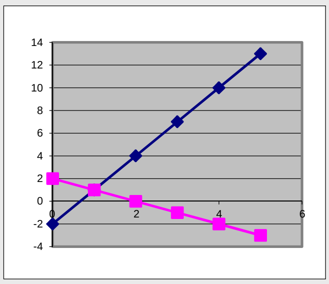
x	−2	−1	0	1	2
y	7	11 / 2	4	5 / 2	1

$5x-y=9 \rightarrow$

x	−2	−1	0	1	2
y	−19	−14	−9	−4	1

9. Indica cantas solucións ten o sistema: $\begin{cases} x+y=2 \\ x-3y=-2 \end{cases}$

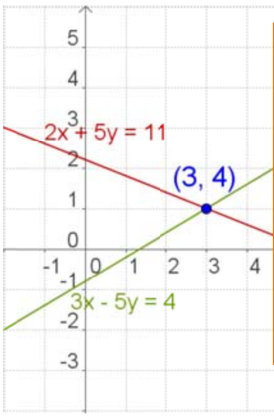
Sol: Unha solución, Sistema Compatible Determinado



3. Métodos de resolución

Redución

✓ Resolver un sistema polo **método de redución** consiste en atopar outro sistema, coas mesmas solucións, que teña os coeficientes dunha mesma incógnita iguais ou de signo contrario, para que ao restar ou sumar a incógnita desapareza



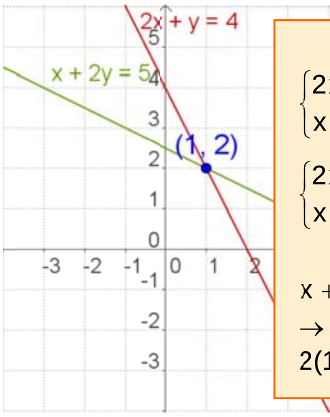
Redución

$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$
$$5x \quad = 15 \rightarrow x = 3$$
$$2(3) + 5y = 11 \rightarrow 5y = 5 \rightarrow y = 1$$

Substitución

✓ Para resolver un sistema polo **método de substitución** despéxase unha incógnita nunha das ecuacións e substitúese o seu valor na outra.



Substitución

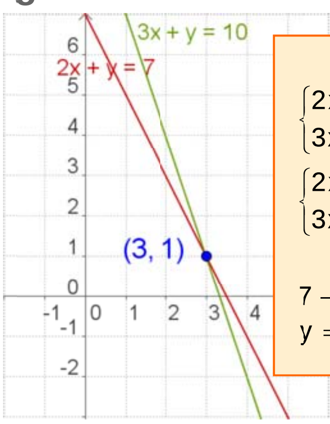
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 4 - 2x \\ x + 2(4 - 2x) = 5 \end{cases}$$

$$x + 2(4 - 2x) = 5 \rightarrow x + 8 - 4x = 5$$
$$\rightarrow -3x = -3 \rightarrow x = 1$$
$$2(1) + y = 4 \rightarrow y = 2$$

Igualación

✓ Para resolver un sistema polo **método de igualación** despéxase a mesma incógnita nas dúas ecuacións e igualánse.



Igualación

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ y = 10 - 3x \end{cases}$$

$$7 - 2x = 10 - 3x \rightarrow x = 3$$
$$y = 7 - 2x = 7 - 2(3) = 1 \rightarrow y = 1$$

EXERCICIOS resoltos

10. Resolve os seguintes sistemas empregando o método de redución:

a) $\begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ 3x - 7y = 4 \end{cases}$ Sol: $\begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ \underline{3x - 7y = -5} \end{cases}$

$5x = 15 \rightarrow x = 3 \rightarrow 6 + 7y = 20 \rightarrow 7y = 14 \rightarrow y = 2$

sol $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$ Sol: $\begin{cases} 10x + 15y = 45 \\ 9x - 15y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ \underline{3x - 5y = 4} \end{cases}$

$19x = 57 \rightarrow x = 3 \rightarrow 6 + 3y = 9 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1$

sol $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

11. Resolve os seguintes sistemas empregando o método de substitución:

a) $\begin{cases} x + 7y = 11 \\ 3x - 5y = 7 \end{cases}$ Sol: $\begin{cases} x + 7y = 11 \rightarrow x = 11 - 7y \\ 3x - 5y = 7 \rightarrow 3(11 - 7y) - 5y = 7 \rightarrow 33 - 21y - 5y = 7 \rightarrow -26y = -26 \end{cases}$

$y = 1 \rightarrow x = 11 - 7(1) = 4$

sol $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases}$ Sol: $\begin{cases} 2x + y = 7 \rightarrow y = 7 - 2x \\ 3x + 4y = 13 \rightarrow 3x + 4(7 - 2x) = 13 \rightarrow 3x + 28 - 8x = 13 \rightarrow -5x = -15 \end{cases}$

$x = 3 \rightarrow y = 7 - 2(3) = 1$

sol $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

12. Resolve os seguintes sistemas empregando o método de igualación:

a) $\begin{cases} x + 7y = 23 \\ x - 5y = -13 \end{cases}$ Sol: $\begin{cases} x + 7y = 23 \rightarrow x = 23 - 7y \\ x - 5y = -13 \rightarrow x = -13 + 5y \end{cases} \rightarrow 23 - 7y = -13 + 5y \rightarrow -12y = -36 \rightarrow y = 3$

$x = 23 - 7(3) \rightarrow x = 23 - 21 = 2$

sol $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x + y = 9 \end{cases}$ Sol: $\begin{cases} 2x + y = 13 \rightarrow y = 13 - 2x \\ x + y = 9 \rightarrow y = 9 - x \end{cases} \rightarrow 13 - 2x = 9 - x \rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4$

$y = 13 - 2(4) \rightarrow x = 13 - 8 = 5$

sol $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$

Recorda os pasos:

- Comprender o enunciado
- Identificar as incógnitas
- Traducir á linguaxe alxébrica
- Escribir as ecuacións
- Resolver o sistema
- Comprobar a solución

4. Aplicacións prácticas

Resolución de problemas

Para resolver un problema mediante un sistema, hai que traducir á linguaxe alxébrica as condicións do enunciado e despois resolver o sistema exposto.

Comeza por ler detidamente o enunciado ata asegurarte de que comprendes ben o que se ten que calcular e os datos que che dan.

Unha vez resolto o sistema non te esquezas de dar a solución ao problema.

✓ *A suma das idades dun pai e do seu fillo é 39 e a súa diferenza é 25, cal é a idade de cada un?*

Chamamos x á idade do pai

y á idade do fillo

A suma das idades é 39: $x + y = 39$

A diferenza das idades é 25: $x - y = 25$

O sistema é: $\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases}$

resolvemos o sistema polo método de redución:

$$\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases}$$

$$2x \quad = 64 \rightarrow x = 32$$

$$y = 39 - x = 39 - 32 \rightarrow y = 7$$

A idade do pai é 32 anos e a do fillo é 7 anos.

✓ *Unha parcela rectangular ten un perímetro de 320 m. Se mide o triplo de longo que de ancho, cales son as dimensións da parcela?*

Chamamos x ao ancho e y ao longo

O longo é triplo que o ancho: $y=3x$

O perímetro é 320: $2x+2y=320$

O sistema é: $\begin{cases} y = 3x \\ 2x + 2y = 320 \end{cases}$

Que resolvemos por substitución:

$$2\cdot 3x+2x=320 \rightarrow 6x+2x=320 \rightarrow 8x=320 \rightarrow x=40 \text{ m}$$

$$y=3x \rightarrow y=120 \text{ m}$$

A parcela mide 40 m de ancho por 120 m de longo.

EXERCICIOS resoltos

13. Ana ten na súa carteira billetes de 10€ e 20€, en total ten 20 billetes e 440€ Cantos billetes ten de cada tipo?

Sol:

$$\begin{matrix} x: \text{Billetes de } 50\ € \\ y: \text{Billetes de } 10\ € \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 50x + 10y = 440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x \\ 5x + y = 44 \rightarrow y = 44 - 5x \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 20 - x = 44 - 5x \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 6 \\ y = 20 - x = 20 - 6 = 14 \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 14 \end{cases}$$

Ten 6 billetes de 50 € e 14 billetes de 10 €

14. A suma das idades de Miguel e Pedro é 97.Dentro de 4 anos a idade de Pedro será catro veces a idade de Miguel. Que idades teñen ambos?

Sol:

$$\begin{matrix} x: \text{Idade de Miguel} \\ y: \text{Idade de Pedro} \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y = 97 \\ y + 4 = 4(x + 4) \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \begin{cases} x + y = 97 \\ 4x - y = -12 \end{cases} \\ \overline{\quad 5x = 85 \rightarrow x = 17 \quad} \end{matrix}$$

$$17 + y = 97 \rightarrow y = 80 \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 80 \end{cases}$$

A idade de Miguel é 17 anos e a de Pedro é 40 anos

15. Quérese obter 90 kg de café a 8'5 €/kg mesturando café de 15 €/kg con café de 6 €/kg, cantos kg de cada clase hai que mesturar?

Sol:

$$\begin{matrix} x: \text{Kg de café de } 15\ €/\text{kg} \\ y: \text{Kg de café de } 6\ €/\text{kg} \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y = 90 \\ 15x + 6y = 765 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 90 - y \\ 15(90 - y) + 6y = 765 \end{cases}$$

$$1350 - 5y + 6y = 765 \rightarrow -9y = -585 \rightarrow y = 65$$

$$x = 90 - y = 90 - 65 = 35 \rightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 65 \end{cases}$$

Hai que mesturar 35 kg de café de 15 €/kg con 65 kg de café de 6 €/kg

16. Nun taller hai 154 vehículos entre coche e motocicletas, se o número de rodas é de 458, cantas motocicletas e coches hai?

Sol:

$$\begin{matrix} x: \text{Número de coches} \\ y: \text{Número de motocicletas} \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y = 154 \\ 4x + 2y = 468 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \begin{cases} -x - y = -154 \\ 2x + y = 234 \end{cases} \\ \overline{\quad x = 80 \quad} \end{matrix}$$

$$y = 154 - x = 154 - 80 \rightarrow y = 74 \rightarrow \begin{cases} x = 80 \\ y = 74 \end{cases}$$

Hai 80 coches e 74 motocicletas

Para practicar

1. Calcula o valor de c para qué a solución da ecuación, $x + 7y = c$ sexa:

a) $x = 1$, $y = 2$

b) $x = 3$, $y = -3$

c) $x = 5$, $y = 0$

d) $x = -2$, $y = 3$

2. Calcula unha solución (x,y) da ecuación $-4x + y = 17$ sabendo que:

a) $x = 1$

b) $y = -7$

3. Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dos incógnitas cuxa solución:

a) $x = 4$, $y = -3$

b) $x = 1$, $y = -2$

c) $x = 0$, $y = 5$

d) $x = 1$, $y = 1$

4. Escribe un sistema de dos ecuacións lineais con dúas incógnitas que:

a) teña infinitas solucións

b) teña unha soa solución

c) non teña solución

5. Razoa se o punto (x,y) é solución do sistema:

a) $x = 3$, $y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$

b) $x = 1$, $y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$

6. Resolve graficamente os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x + y = 10 \end{cases}$

7. Resolve por redución:

a) $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -9x - 4y = -53 \\ 9x + 8y = 61 \end{cases}$

8. Resolve por substitución:

a) $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = -17 \\ 5x + 2y = -21 \end{cases}$

9. Resolve por igualación:

a) $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

10. Calcular dous números sabendo que o maior máis seis veces o menos é igual a 62 e o menor máis cinco veces o maior é igual a 78.

11. Al dividir un número entre outro o cociente é 2 e o resto é 5. Se a diferenza entre o dividendo e o divisor é de 51 ,de que números se trata?.

12. A base dun rectángulo mide 20 dm máis que a súa altura. Se o perímetro mide 172 dm, cales son as dimensións do rectángulo?

13. Nunha clase hai 80 alumnos entre mozos e mozas. No último exame de matemáticas aprobaron 60 alumnos, o 50% das mozas e o 90 % dos mozos. Cantos mozos e mozas hai na clase?

14. A base dun rectángulo mide 70 dm máis que a súa altura. Si o perímetro mide 412 dm, cales son as dimensións do rectángulo?

15. Xan realizou un exame que constaba de 68 preguntas, deixou sen contestar 18 preguntas e obtivo 478 puntos. Se por cada resposta correcta súmanse 10 puntos e por cada resposta incorrecta réstase un punto,cantas preguntas contestou ben e cantas contestou mal?

16. Paco ten no seu moedeiro 210? en billetes de 5 e 20 euros. Se dispón de 15 billetes,cantos billetes ten de cada clase?

17. A suma de dous números é 85 e a súa diferenza é 19.Cales son os números?

18. A suma das idades de Luisa e de Miguel é 32 anos. Dentro de 8 anos a idade de Miguel será dúas veces a idade de Luisa. Que idades teñen ambos?

19. María comprou un pantalón e un xersei. Os prezos destas pezas suman 77?, pero lle fixeron un desconto do 10% no pantalón e un 20% no xersei, pagando en total 63?6?.Cal é o prezo sen rebaixar de cada peza

20. Atopar un número de dúas cifras sabendo que suman 10 e que se lle restamos o número que resulta ao intercambiar as súas cifras o resultado é 72.

21. Acha as dimensións dun rectángulo sabendo que o seu perímetro mide 88cm e que o triplo da base máis o dobre da altura é igual a 118.

22. A suma das idades de Raquel e Luisa son 65 anos. A idade de Luisa máis catro veces a idade de Raquel é igual a 104. Que idades teñen ambos?

23. Quérese obter 25 kg de café a 12?36 ?/kg, mesturando café de 15 ?/kg con café de 9 ?/kg. Cantos quilogramos de cada clase hai que mesturar?

24. Un hotel ten 94 habitacións entre dobres e individuais. Se o número de camas é 170. Cantas habitacións dobres ten?.Cantas individuais?

25. Acha dous números talles que se se dividen o primeiro por 3 e o segundo por 4, a suma dos cocientes é 15, mentres se se multiplica o primeiro por 2 e o segundo por 5 a suma dos produtos é 188.

26. Nun curral hai galiñas e coellos: se se contan as cabezas, son 50, se se contan as patas son 134.Cantos animais de cada clase hai?.

27. Calcula dous números que sumen 150 e cuxa diferenza sexa cuádruplo do menor.

Para saber máis

Método de Gauss

Podes observar que algúns sistemas son moi fáciles de resolver.

Por exemplo

$$\begin{cases} x + 4y = 9 \\ \quad 2y = 6 \end{cases} \quad \text{(Sistema Graduado)}$$

Despéxase a **y** na segunda ecuación e logo substitúese na primeira para achar **x**.

✓ Calquera sistema pódese transformar nun graduado, e resolvelo desta forma. Este procedemento chámase **método de Gauss**.

Ademais este método tamén é cómodo para sistemas de tres ecuacións e tres incógnitas.

Por exemplo

$$\begin{cases} x + 4y - z = 10 \\ \quad 2y + z = 5 \\ \quad\quad z = 1 \end{cases}$$

De forma cómoda podes ver que a solución é **z=1,y=2,x=3**

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x + 5y = 19 \end{cases} \xrightarrow[\text{coa primeira multiplicada por -2}]{\text{cambio a fila 2 pola suma dela}}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ -y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 11 - 3(3) = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Karl Friedrich Gauss (1777-1855)

O método de Gauss consiste en obter un sistema equivalente ao dado que sexa graduado:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = p \\ \quad b_2y + c_2z = q \\ \quad\quad c_3z = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ 2x + 3y + z = 13 \\ x + 2y + z = 12 \end{cases} \xrightarrow[\text{coa primeira fila multiplicada por -2}]{\text{cambio a fila 2 pola suma dela}}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow[\text{coa primeira fila multiplicada por -1}]{\text{cambio a fila 3 pola suma dela}}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow[\text{coa segunda fila multiplicada por -1}]{\text{cambio a fila 3 pola suma dela}}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ 3z = 9 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 10 - 8 - 9 = -7 \\ y = -7 + 15 = 8 \\ z = 3 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = 8 \\ z = 3 \end{cases}$$

Lembra o máis importante

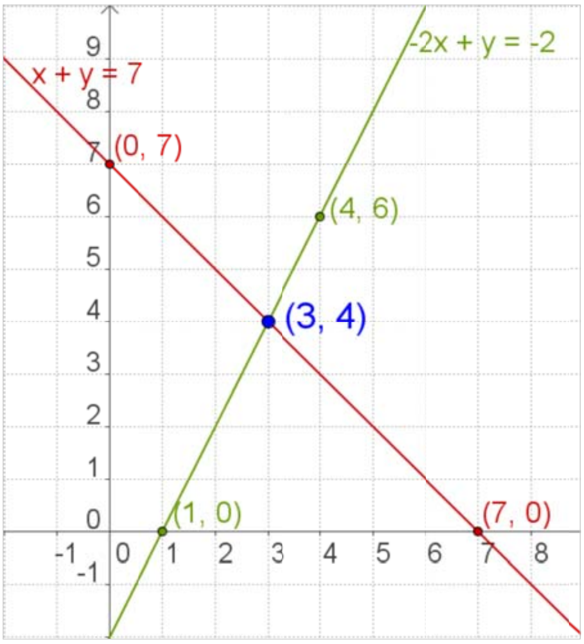
Ecuación de primeiro grao con dúas incógnitas. ax +by = c

a e b son os **coeficientes**.
c é o **termo independente**.

As solucións da ecuación son pares de números (x,y) que a verifican.

Hai infinitas solucións.

As solucións, se as representamos, están aliñadas.



Cada unha das ecuacións representase mediante unha recta, as coordenadas (x,y) do punto en que se cortan son a solución do sistema.

Sistemas de dúas ecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas.

Vén dado pola expresión:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

a , **b**, **p** ,**q** son os coeficientes

c e **r** son os termos independentes

Métodos de solución.

- **Redución**
- **Substitución**
- **Igualación**

Sistema Compatible Determinado
O que ten unha única solución

Sistema Compatible Indeterminado
O que ten infinitas solucións

Sistema Incompatible
O que non ten solución

Para resolver problemas

1) Identificar as incógnitas
2) Escribir o sistema
3) Resolver
4) Comprobar as solucións
5) Dar a solución o problema

Auto-avaliación

1. Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas cuxa única solución sexa: $x=5$, $y=-9$

2. Acha o valor de c para que o sistema teña infinitas solucións.

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+2y=c \end{cases}$$

3. Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas que non teña solución.

4. Escribe unha solución da ecuación: $-x+y=-5$

5. Resolve por redución: $\begin{cases} 3x+y=13 \\ 2x-y=7 \end{cases}$

6. Resolve por substitución: $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ 5x-y=7 \end{cases}$

7. Resolve por igualación: $\begin{cases} x+4y=23 \\ x+5y=28 \end{cases}$

8. Atopa dous números cuxa diferenza sexa 53 e a súa suma sexa 319

9. O cadrado dun número positivo máis o dobre do seu oposto é 960. Cal é o número?

10. Atopa as dimensións dun rectángulo de perímetro 140 cm se a base é 10 cm maior que a altura.

Solucións dos exercicios para practicar

1. a) 15 b) -18 c) 5 d) 19

2. a) $x = 1$ $y = 21$
b) $x = -6$ $y = -7$

3. a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

4. a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

5. a) non b) si

6. a) Hai infinitas solucións
b) $x = 5$ $y = 3$ c) Non hai solución

7. a) $x = 3$ $y = 9$
b) $x = 5$ $y = 1$
c) $x = 5$ $y = 2$

8. a) $x = -3$ $y = -1/3$
b) $x = 9$ $y = -1$
c) $x = -1$ $y = -8$

9. a) $x = -1$ $y = -9$
b) $x = 4$ $y = 7$
c) $x = -8$ $y = 3$

10. 14 e 8

11. 97 e 46

12. 52 e 33

13. 50 mozos e 30 mozas

14. 138 e 68

15. 48 ben e 2 mal

16. 6 de 5€ e 9 de 20€

17. 52 e 33

18. O pantalón 20€ e el xersei 57€

19. Luisa ten 8 e Miguel 24 anos

20. 91

21. A base 30 e a altura 14 cm

22. Luisa ten 52 e Raquel 13 anos

23. 14 kg de 15€/kg con 11 kg de 9€/kg

24. 18 individuais e 76 dobres

25. o primeiro 24 e o segundo 28

26. 33 galiñas e 17 coellos

27. 125 e 25

Solucións AUTO-AVALIACIÓN

1. $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = 14 \end{cases}$

2. c=6

3. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases}$

4. x=4 y=1

5. x=2 y=3

6. x=3 y=5

7. 186 y 133

8. 32

9. base=40 altura=30