



Probabilidade

Contidos

1. Experimentos aleatorios
 Espazo mostral e sucesos
 Técnicas de reconto
 Operacións con sucesos
 Propiedades

2. Probabilidade
 Probabilidade dun suceso
 Regra de Laplace
 Propiedades da probabilidade
 Probabilidade experimental
 Simulación

Obxectivos

- Distinguir os experimentos aleatorios dos que non o son.
- Achar o espazo mostral e distintos sucesos dun experimento aleatorio.
- Realizar operacións con sucesos.
- Determinar se dous sucesos son compatibles ou incompatibles.
- Calcular a probabilidade dun suceso mediante a regra de Laplace.
- Calcular probabilidades mediante a experimentación.
- Coñecer e aplicar as propiedades da probabilidade.

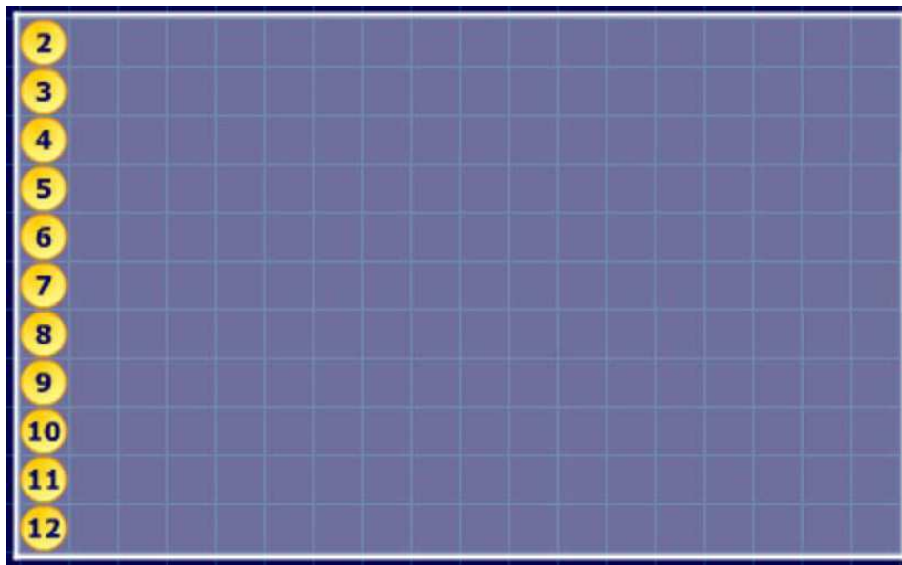


Antes de empezar

Investiga xogando

Tíranse dous dados, a ficha cuxo número coincide coa suma dos resultados avanza unha casa. Vólvense tirar os dados ata que unha ficha chegue ao final, por cal apostarías?

Antes de practicares coa escena, contesta a seguinte pregunta: teñen todas as fichas a mesma probabilidade de gañar?



Agora practica coa escena para veres se a túa resposta é correcta.


Investiga por que gaña case sempre a mesma ficha. Dámosche algunhas preguntas para dirixir a túa investigación.

Por que non hai ningunha ficha co 1?

Que ten que acontecer para que avance a ficha co número 2?

E para que avance a ficha co número 3?

Pulsa no botón  para veres un vídeo.

Pulsa  para ires á páxina seguinte.

1. Experimentos aleatorios

1.a. Espazo mostral e sucesos

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

EXERCICIO 1: Define:

EXPERIMENTO ALEATORIO:	
EXPERIMENTO DETERMINISTA:	

EXERCICIO 2: Completa:

- O _____ é o conxunto de todos os resultados posibles dun experimento aleatorio. Adóitase designar coa letra _____.
- Cada un destes posibles resultados chámase _____.
- Chamaremos _____ a calquera subconxunto do espazo mostral.
- O mesmo espazo mostral é un suceso chamado _____ e o conxunto baleiro, \emptyset , é o _____.

Cando comprendas ben os conceptos... Pulsa en  para faceres un exercicio.

EXERCICIO

1. Indica cáles dos seguintes experimentos son aleatorios e, en caso afirmativo, acha o seu espazo mostral:
 - a) Extraer unha carta dunha baralla española e anotar o pau.
 - b) Pesar un litro de aceite.
 - c) Medir a hipotenusa dun triángulo rectángulo coñecidos os catetos.
 - d) Elixir sen mirar unha ficha de dominó.
 - e) Descubrir o resultado dun partido de fútbol antes de que se xogue.
 - f) Sacar unha bóla dunha bolsa con 4 bólas vermellas.
 - g) Sacar unha bóla dunha bolsa con 1 bola vermella, 1 verde, 1 azul e 1 branca.
 - h) Lanzar ao aire unha moeda e observar o tempo que tarda en chegar ao chan.

Usa a escena para repases os conceptos que viches. Proba cos distintos experimentos aleatorios.

Cando remates... Pulsa  para ires á páxina seguinte.

1.b. Técnicas de recuento

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

EXERCICIO 3: Completa:

Chámanse experimento composto o formado por _____

Nestes casos, o espazo mostral pódese obter utilizando algunha destas técnicas:

- Táboa _____.
- Diagrama _____.

Se o primeiro experimento ten ____ resultados distintos e o segundo ____, o número de resultados do experimento composto é _____.

Cando comprendas os conceptos...

Pulsa en



para faceres uns exercicios.

EXERCICIO

2. Calcula as posibilidades mediante un diagrama de árbore:

- a) Nun equipo de fútbol-sala dispoñen para xogar de pantalóns brancos ou negros, e de camisetas vermellas, azuis ou verdes. De cantas maneiras se poden vestir para un partido?
- b) Tírase unha moeda e un dado, cales son os resultados posibles?
- c) Tírase unha moeda; se sae cara, sácase unha bóla da urna A que contén unha bóla vermella, unha azul e unha verde; e, se sae cruz, sácase da urna B na que hai unha bóla vermella, unha azul, unha branca e unha negra. Escribe os posibles resultados.
- d) Marta e María xogan un campionato de parchís; vence a primeira que gañe dúas partidas seguidas ou tres alternas. De cantas maneiras se pode desenvolver o xogo?

Realiza o exercicio sobre o *lanzamento de dous dados* na pestana "táboa de dobre entrada" da escena. Cando o fagas correctamente, observa na pestana "diagrama de árbore" como se poden representar todos os resultados posibles do experimento *lanzar unha moeda 3 veces* usando un diagrama de árbore.

Cando remates...

Pulsa



para ires á páxina seguinte.

1.c. Operacións con sucesos

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

EXERCICIO 4: Completa:

Dados dous sucesos A e B dun espazo mostral E, chamaremos:

- Suceso **contrario** de A _____.
- Suceso **unión** de A e B _____.
- Suceso **intersección** de A e B _____.
- Sucesos **incompatibles** _____.

Utiliza a escena para ver diferentes sucesos e operacións con eles, dos experimentos aleatorios "tirar un dado" e "extraer unha bóla".

EXERCICIO de Reforzo

a) No experimento aleatorio "tirar un dado", describe os sucesos:

- A : "saír impar" = { _____ }
- B : "saír maior que 4" = { _____ }
- $A \cap B$ = { _____ }
- $A \cup B$ = { _____ }
- \bar{A} = { _____ }
- $\bar{A} \cap B$ = { _____ }

Cando comprendas os conceptos...

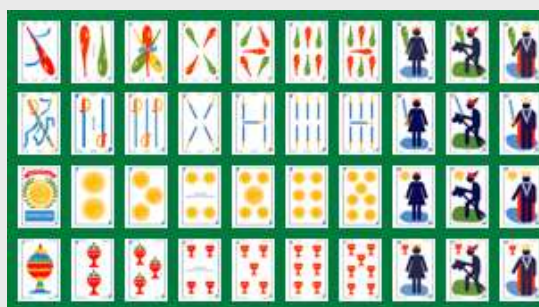
Pulsa en



para faceres uns exercicios.

EXERCICIO

3. Considera o experimento aleatorio de extraeres unha carta da baralla.



Expresa con unións e interseccións de A e de B, ou co contrario, os seguintes sucesos:

- a) A="saír figura" B="saír bastos" "Que saia figura ou sexa de bastos"
- b) A="saír un rei" B="saír copas" "Saír copas pero que non sexa rei"
- c) A="saír un as" B="saír ouros" "Que non saia un as nin ouros"
- d) A="saír un rei" B="saír espadas" "Saír o rei de espadas"

Cando remates... Pulsa para ires á páxina seguinte.

2. Probabilidade

2.a. Probabilidade dun suceso

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

EXERCICIO 7:

Dado un suceso S ,
 que indica a probabilidade de S ? _____
 que significa que a devandita probabilidade estea próxima a 1? _____
 Cal é a probabilidade do suceso seguro? _____
 Que é a frecuencia relativa? _____
 Que establece a **lei dos grandes números**? _____

Practica coa escena para veres as frecuencias de dous experimentos aleatorios; o resultado obtido ao lanzares un dado e a puntuación máis alta ao lanzares dous dados.

EXERCICIO 8:

No experimento "lanzar un dado", que valor asignarías á probabilidade de que saia un 4?

 No experimento "lanzar dous dados", que valor asignarías á probabilidade de que o maior dos números obtidos sexa un 4? _____

Cando remates... Pulsa para ires á páxina seguinte.

2.b. Regra de Laplace

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

EXERCICIO 9: Define:

Sucesos equiprobables: _____
 Experimento regular: _____

EXERCICIO 10: Completa:

$P(A) =$ _____

Practica a regra de Laplace coa escena deste apartado. Na escena tes tres experimentos para practicar: a extracción dunha bóla dunha urna, o lanzamento de dous dados para elixir a puntuación maior e o lanzamento de 3 moedas.

Cando comprendas os conceptos...

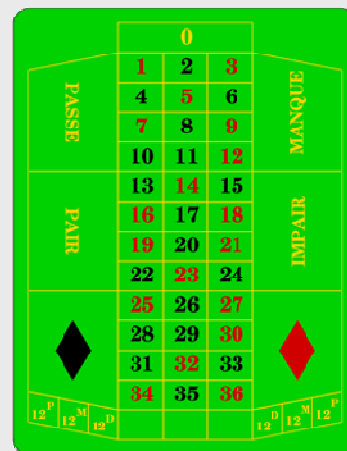
Pulsa en



para faceres uns exercicios.

EXERCICIO

5. A ruleta é un coñecido xogo dos casinos. Consiste nunha roda equilibrada, dividida en 37 casas numeradas do 0 ao 36. O 0 é de cor verde e, se sae, gaña a banca.
- Hai diferentes tipos de apostas, a un número só, a "par" ou a "impar", a "vermello" ou a "negro", a "passe" ($n^o > 18$) ou a "falte" ($n^o < 18$), a unha columna, ...
- Calcula as seguintes probabilidades:
- $P(17) =$
 - $P(\text{"impar"}) =$
 - $P(\text{"2ª columna"}) =$
 - $P(\text{"par e vermello"}) =$
 - $P(\text{"impar e falte"}) =$
 - $P(\text{"vermello"}) =$



Cando remates... Pulsa  para ires á páxina seguinte.

2.c. Propiedades da probabilidade

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

EXERCICIO 11:


Escrebe as tres propiedades fundamentais da probabilidade:

- _____
- _____
- _____

Escrebe dúas propiedades da probabilidade que se deducen das anteriores:

- _____
- _____

Observa na escena o uso das propiedades da probabilidade.

Pulsa en  para faceres uns exercicios.

EXERCICIO

6. Na última avaliación, na miña clase aprobaron as Matemáticas o 67% e o Inglés o 63%, o 38% aprobaron as dúas materias. Elixido un estudante da clase ao chou, calcula a probabilidade de que:
- Aprobara algunha das dúas.
 - Non aprobara ningunha das dúas.
 - Aprobara só as Matemáticas.
 - Aprobara só unha das dúas.

Cando remates... Pulsa  para ires á páxina seguinte.

2.d. Probabilidade experimental

Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.


EXERCICIO 12: Completa:

A lei de Laplace permítenos calcular a probabilidade de _____, pero se a experiencia é irregular descoñecemos a probabilidade de cada un dos casos; entón é preciso recorrer a _____.

A probabilidade **experimental** é a probabilidade asignada a un suceso mediante o cálculo da súa _____ ao repetir o experimento moitas veces.

Canto maior é o número de probas realizadas, máis se aproxima o valor obtido ao valor descoñecido da _____. O número de probas a realizar dependerá do experimento e do nº dos seus _____.

Observa na escena dous exemplos de experimentos irregulares e como repetíndoos moitas veces as frecuencias relativas se estabilizan e se aproximan á probabilidade teórica.

Pulsa en  para faceres uns exercicios.

EXERCICIO

7. Ao tirar unha chatola, pode caer coa punta cara arriba ou cara abaixo. Para calcular a probabilidade de cada un destes sucesos, realizouse o experimento moitas veces obtendo os resultados dados na táboa. Á vista deles, que probabilidade asignarías ao suceso "caer coa punta cara abaixo"?

Nº de tiradas	10	50	100	500	1000
Punta cara arriba	7	29	65	337	668



Cando remates... Pulsa  para ires á páxina seguinte.

2.e. Simulación de experimentos


Le na pantalla a explicación teórica deste apartado.

EXERCICIO 13:

Contesta:

En que consiste a simulación de experimentos aleatorios? _____

Que acontece ao pulsar a tecla RAND (RAN#, RANDOM...) da túa calculadora?

Practica a simulación coa aplicación que tes baixo a explicación teórica. Introduce números entre 0 e 1 e pulsa o botón  para veres como a aplicación transforma o teu número nun lanzamento do dado.

Cando remates... Pulsa  para ires á páxina seguinte.



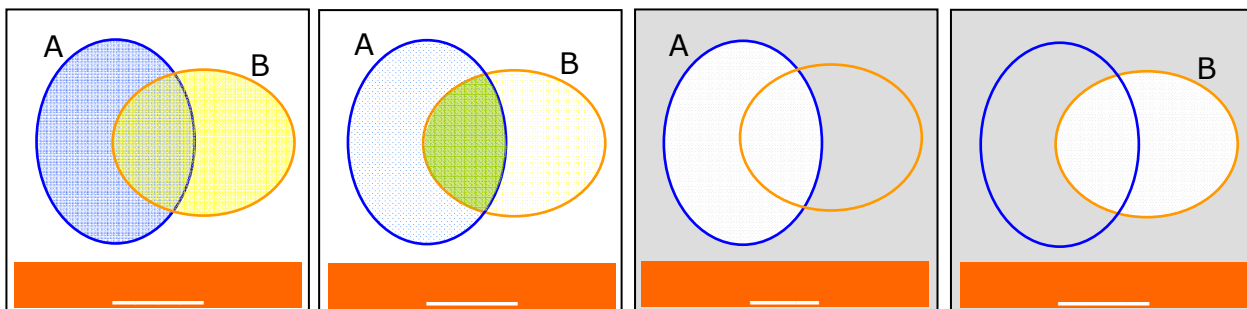
Lembra o máis importante - RESUMO

Espazo mostral e sucesos

- _____, o que non se pode predicir o resultado.
- **Espazo mostral** conxunto de todos os _____.
- Chamaremos **suceso** a _____ do espazo mostral.
- Sucesos _____ se non se poden realizar á vez.

Operacións con sucesos

- Suceso _____ de A e B, $A \cup B$, é o que acontece cando acontece A ou B, algún dos dous.
- Suceso **intersección** de A e B, $A \cap B$, suceso que acontece cando _____.
- Suceso **contrario** de A ao que acontece cando _____, indicarámolo \bar{A} .



Calcular probabilidades

- En experimentos regulares, cando os sucesos elementais son equiprobables, coa Regra de Laplace.

$$P(A) = \frac{\text{Número de sucesos favorables}}{\text{Número de sucesos posibles}}$$

- Se o experimento non é regular, recórrase á _____, tomando a probabilidade de A como a súa frecuencia _____ ao repetir o experimento moitas veces.

Propiedades da probabilidade

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(E) = 1$, $P(\emptyset) = 0$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Probabilidade da unión
 - A e B incompatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
 - A e B compatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Pulsa  para ires á páxina seguinte



Para practicar

Nesta unidade atoparás **Exercicios de sucesos, regra de Laplace e propiedades da probabilidade** e **Problemas con probabilidades**. Fai polo menos un de cada clase e unha vez resolto comproba a solución.

Exercicios de sucesos, regra de Laplace e propiedades da probabilidade

ESPAZO MOSTRAL E SUCESOS

1. Eliximos unha ficha de dominó ao chou,

a) Describe os sucesos:

A="sacar _____"

B="sacar _____"

b) Escribe $A \cup B$ e $A \cap B$.

2. Escribe o espazo mostral do experimento resultante de tirares 3 moedas. Considera os sucesos:

A="Saír _____"

B="Saír _____"

Escribe $A \cup B$, $A \cap B$ e o suceso contrario de B.

3. Nunha urna hai 15 bólas numeradas do 1 ao 15, extráese unha delas. Considera os sucesos:

A="Sacar _____"

B="Sacar _____"

Escribe $\cup AB$ e $\cap AB$.

4. Lanzamos un dado dodecaédrico e anotamos o nº da cara superior.

Describe os sucesos:

A="Sacar _____"

B="Sacar _____"

Escribe $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$ e $\bar{A} \cap \bar{B}$.



REGRA DE LAPLACE

5. Nunha caixa hai ___ bólas vermellas, ___ verdes e ___ azuis. Extráese unha bóla e anótase a cor. Calcula a probabilidade de que sexa _____.

6. Elíxese ao chou un nº entre os primeiros ___ naturais (a partir do 1). Calcula a probabilidade dos sucesos:

A="Saír un nº maior que ___ e menor que ___".

B="Saír un cadrado perfecto"

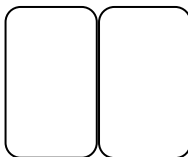
7. Dunha baralla de 40 (española) extráese unha carta. Calcula a probabilidade dos sucesos:

A="Saír _____"

B="No saír _____"

8. Lanzamos dous dados e fixámonos na _____ das puntuacións. Calcula a probabilidade de que sexa un _____.

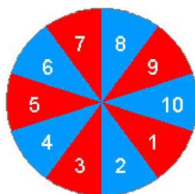
9. Enriba da mesa temos as cartas dunha baralla que aparecen abaixo; sacamos outra carta e fixámonos no seu número. Calcula a probabilidade de que a suma dos números das tres cartas sexa 15.



10. Extraemos unha ficha de dominó. Calcula a probabilidade de que a suma dos puntos sexa menor que _____.

11. Cun __, un __ e un __, formamos todos os números de tres cifras posibles. Se eliximos un destes ao chou, calcula a probabilidade de que remate en __.

12. Ao xirar a ruleta da figura, calcula a probabilidade de que saia _____ e maior que ____.



PROPIEDADES DA PROBABILIDADE

13. A probabilidade dun suceso é _____. Calcula a do suceso contrario.

14. A probabilidade dun suceso A é $P(A)=$ ____, a doutro suceso B é $P(B)=$ ____ e a da intersección de ambos os dous é $P\cap(AB)=$ ____. Calcula a probabilidade de $\cup AB$.

15. Considera dous sucesos A e B dun experimento aleatorio. Se $P(A)=$ ____; $P\cup(AB)=$ ____ e $P\cap(AB)=$ ____; calcula $P(\bar{B})$.

16. Un dado está trucado de maneira que a probabilidade de sacar un nº _____ é ____; ademais $P(1)=P(3)=P(5)$. Calcula a probabilidade de sacar un ____.

Problemas con probabilidades

NA REUNIÓN

17. A unha reunión asisten ____ homes e ____ mulleres. A metade dos homes e a cuarta parte das mulleres teñen 40 anos ou máis. Elixida unha persoa ao chou, calcula a probabilidade de que sexa

Suxestión: completa a táboa.

	40 ou máis	<40	
HOME			
MULLER			

MENÚ DO DÍA

18. Nun restaurante ofrecen un menú que consta de primeiro prato a elixir entre ensalada, pasta ou legumes; un segundo prato a elixir entre carne ou peixe; e sobremesa a elixir entre froita ou xeado. Ana elixe o seu menú ao chou, que probabilidade hai de que coma "_____ "?

Suxestión: fai un diagrama de árbore para ver de cantas formas se pode elixir o menú.

FÚTBOL OU BALONCESTO

19. Nun instituto o ___% dos estudantes son afeccionados ao fútbol e o ___% sono ao baloncesto. Hai un ___% que son afeccionados a ambos os dous deportes. Calcula a probabilidade de que, elixido un estudante ao chou, non sexa afeccionado ao fútbol nin ao baloncesto.

Suxestión: usa diagramas.

MOEDAS DO PETO

20. Levo no peto 2 moedas de 50 céntimos, dous de 20 céntimos e dous de 10 céntimos. Tamén levo un burato polo que me caen dúas moedas e pérdoas. Calcula a probabilidade de perder _____.

Suxestión: fai unha táboa de dobre entrada.

FALTAN CARTAS

21. Perdín algunhas cartas dunha baralla. Se de entre as que me quedan saca unha ao chou, a probabilidade de que sexa de _____ é _____, de que sexa _____ é _____ e de que sexa _____ ou de _____ é _____. Está o _____ entre as cartas que me quedan?

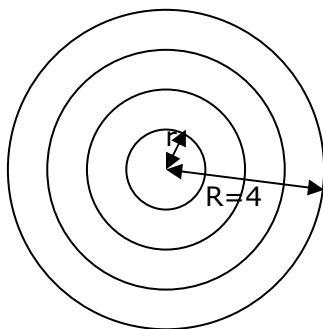
Suxestión: calcula a probabilidade do suceso intersección.

AS GRÚAS DA LAGOA

22. A un humedal chegan todos os anos bandadas de grúas no seu camiño a zonas cálidas. Para observar cántas hai, capturose e anelouse unha mostra de ___ grúas. Posteriormente obsérvanse ___ das que ___ levan argola, cantas grúas estimaremos que hai?

DAR NA DIANA

23. Suponse que a probabilidade de acertar ao tirar un dardo en calquera punto da diana é a mesma. Calcula a probabilidade de acertar na zona de cor _____.



Pulsa para ires á páxina seguinte

Autoavaliación



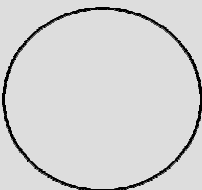
Completa aquí cada un dos enunciados que van aparecendo no ordenador e resólveo; despois introduce o resultado para comprobares se a solución é correcta.

1. Escribimos cada unha das letras da palabra _____ nun papel e sacamos unha ao chou. Escribe o suceso "saír vocal".

2. Escribe o suceso contrario do calculado en exercicio anterior.

3. Nunha bolsa hai 100 bólas numeradas do 0 ao 99. Extráese unha ao chou, calcula a probabilidade de que nas súas cifras estea o _.

4. Nunha bolsa hai ___ bólas vermellas, ___ bólas verdes e ___ azuis. Sácase unha bóla ao chou. Calcula a probabilidade de que _____.

5.  Calcula a probabilidade de vermello na ruleta da figura.

6. Sácase unha carta dunha baralla de 40, calcula a probabilidade de que sexa de _____ ou un _____.

7. Se A e B son dous sucesos tales que $P(A)=$ __, $P(B)=$ __ e $P(A \cap B)=$ ____. Calcula $P(A \cup B)$.

8. Os resultados dun exame realizado por dous grupos de 3º ESO móstranse na táboa adxunta. Seleccionado un estudante ao chou, calcula a probabilidade de que sexa do grupo _ e _____.

	aproban	suspenden
Grupo A		
Grupo B		

9. Un dado cúbico está trucado de maneira que a probabilidade de sacar un _____ é _____ veces a probabilidade de calquera das outras caras. Calcula a probabilidade de obter un _____.

10. Lánzanse unha moeda e un dado. Calcula a probabilidade de que saia _____ e nº _____.

Non esquezas visitar o enlace **Para saber máis** para ampliares os teus coñecementos.