

## Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Manexar as expresións alxébricas e calcular o seu valor numérico.
- Recoñecer os polinomios e o seu grao.
- Sumar, restar e multiplicar polinomios.
- Sacar factor común.
- Coñecer e utilizar as identidades notables.

Antes de empezar

1. Monomios e Polinomios ..... páx. 4  
Expresións alxébricas  
Expresión en coeficientes  
Valor numérico dun polinomio

2. Operacións con polinomios ..... páx. 6  
Suma e diferenza  
Produto  
Factor común

3. Identidades notables ..... páx. 8  
Suma ao cadrado  
Diferenza ao cadrado  
Suma por diferenza

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor



## Antes de empezar

8h. 17m. 16s.  
 $(8 \cdot 60^2 + 17 \cdot 60 + 16)s.$

12 falanxes que se contan co pulgar,  
 dan lugar ao sistema de base 12.

Valor  
 $3^2 + 3 + 17 = 29$   
 $x^2 + x + 17$

Valor  
 $7^2 + 7 + 17 = 73$   
 $x^2 + x + 17$

## Expresións polinómicas e valor numérico

Se o número 235 está dado en **base 10** a súa expresión polinómica é

$$2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 5, \text{ valor numérico en } 10 \text{ da expresión } 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 5.$$

Para medir ángulos ou o tempo úsase a **base sesaxesimal**, así 2 horas 3 minutos 5 segundos é igual a

$$2 \cdot 60^2 + 3 \cdot 60 + 5 \text{ segundos, valor numérico en } 60 \text{ de } 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 5.$$

Para expresar a cantidade de color utilízase o sistema de **base 16** ou **hexadecimal**, así 48 neste sistema é igual a

$$4 \cdot 16 + 8 \text{ en base } 10, \text{ valor numérico en } 16 \text{ da expresión } 4 \cdot x + 8.$$

A linguaxe dos ordenadores esta baseada no **sistema binario ou de base 2**, con só dúas cifras o 0 e o 1; o valor decimal da expresión binaria 11001 é

$$2^4 + 2^3 + 1, \text{ valor numérico en } 2 \text{ da expresión } x^4 + x^3 + 1.$$

# Polinomios

## 1. Monomios e polinomios

### Expresións alxébricas

Son moitas as situacións nas que se utilizan expresións alxébricas (sumas, diferenzas, produtos cocientes e potencias de números e letras), na dereita preséntanse algunhas.

Cando a expresión alxébrica é destes tipos:

$$3xy^2; 2x^{10}; \frac{3}{4} \cdot x^2 \cdot y^5$$

só con produtos de números e potencias de variables de expoñente natural, denomínase **monomio**. **A suma de varios monomios é un polinomio.**

Observa como se determinan o **grao** e os **coeficientes** dos exemplos:

$3xy^4$  é un monomio de dúas variables con **coeficiente 3** de **grao 5**, un por a x e catro por a y.

O coeficiente de  $\frac{3}{4} x^2 y^5$  é  $\frac{3}{4}$  e o seu **grao 7**.

O polinomio  $3x^5 + 4x^2 - 2$  é de **grao 5**, o maior grao dos seus monomios, os seus coeficientes son:

**3** de grao 5, **0** de 4, **0** de 3, **4** de 2, **0** de 1 e **-2** de 0.

### Expresión en coeficientes

Un polinomio pódese definir mediante a expresión en coeficientes, que consiste en dar todos os seus coeficientes ordenados, empezando polo de grao maior e terminando polo de grao cero así  $x^2 + 2x$  exprésase por **1 2 0**.

Máis exemplos

Polinomio	Coeficientes
$\sqrt{2} x^3$	$\sqrt{2}$ 0 0 0
$2x^3 - \frac{4}{5}$	2 0 0 $-\frac{4}{5}$
$x^3 + 4x^2 + 3x - 2$	1 4 3 -2

É claro que dous polinomios son iguais se e só se coinciden as súas expresións en coeficientes.

### Valor numérico dun polinomio

A notación numérica utilizada ten moito que ver cos polinomios. Se no polinomio de coeficientes **5 2 3**,

$$5x^2 + 2x + 3$$

substituímos a x por 10, resulta

$$5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3 = 523,$$

volvemos á expresión en coeficientes do polinomio, igual ocorre no sistema sesaxesimal có que contamos as horas, minutos e segundos, se no polinomio anterior substituímos a x por 60

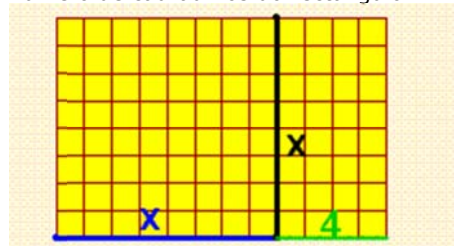
$$5 \cdot 60^2 + 2 \cdot 60 + 3$$

obtemos os 18123 segundos que hai en

**5** horas **2** minutos e **3** segundos.

523 é o valor numérico do polinomio en 10 e 18123 é o valor numérico dese mesmo polinomio en 60.

a) Acha a expresión alxébrica que da o número de cadradiños do rectángulo.



b) Que monomio nos da os km percorridos a unha velocidade de x km/h durante t horas?



Solucións: a)  $x^2 + 4x$  b)  $x \cdot t$

Polinomio	$3x^4 + 0x^3 + 1x^2 + (-5)x^1 + 3x^0$
Manera usual de escribir el polinomio	$3x^4 + x^2 - 5x + 3$

$$P(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 4x^2$$

$$Q(x) = x^5 + ax^4 - 2x^3 - 4x^2$$

Se  $P(x) = Q(x)$ ,  $a = 2$

$$P(x) = -\frac{5}{3}x^3 + \frac{5}{6}x^2 + \frac{3}{4}$$

Valor de x  $\rightarrow$

$$P(-1) = -\frac{5}{3}(-1)^3 + \frac{5}{6}(-1)^2 + \frac{3}{4}$$

Valor do polinomio en -1  $\rightarrow$   $\frac{13}{4}$


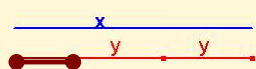
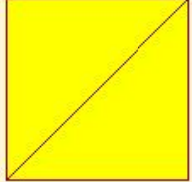
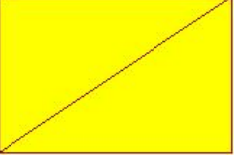


Podes utilizar a calculadora para achar o valor numérico dun polinomio. Lembra que para realizar a potencia  $2^4$  utilízase a tecla  $x^y$ .

$$2 \ x^y \ 4 = \rightarrow 16$$

## EXERCICIOS resoltos

1. Escribe as expresións alxébricas asociadas a cada imaxe

<p><b>x</b></p> <p><b>Área do rectángulo</b></p> <p><b>y</b></p>	 <p><b>Volume, aresta = x</b></p>	<p>Lonxitude do segmento marrón</p> 	<p>Que polinomio expresa a <b>media aritmética</b> de dous números <b>x, y</b></p>
<p>O triplo dun número menos cinco</p>	<p>A suma dos cadrados de dous números</p>	 <p>A diagonal dun cadrado de lado x</p>	 <p>A diagonal dun rectángulo de base x e altura y</p>

Solucións

<p><math>x \cdot y</math></p> <p>Polinomio de grao 2 e dúas variables</p>	<p><math>x^3</math></p> <p>Monomio de grao 3</p>	<p><math>x-2y</math></p> <p>Polinomio de grao 1 Dúas variables</p>	<p><math>0,5x+0,5y</math></p> <p>Polinomio de grao 1 Dúas variables</p>
<p><math>3x-5</math></p> <p>Polinomio de grao 1 Unha variable</p>	<p><math>x^2+y^2</math></p>	<p><math>\sqrt{2} \cdot x</math></p>	<p><math>\sqrt{x^2 + y^2}</math></p>

2.

<b>x</b>	<b>-4</b>	O grao de P(x) é 7
<b>-5</b>	<b>-2</b>	O coeficiente de maior grao é -2
<b>+5</b>	<b>x<sup>7</sup></b>	O coeficiente de grao 3 é -5
<b>x<sup>5</sup></b>	<b>x<sup>2</sup></b>	O coeficiente de grao 2 é -3
<b>x<sup>3</sup></b>	<b>-3</b>	O coeficiente de grao 1 é 5
		Os demais coeficientes son cero

Solución

$$P(x) = -2x^7 - 4x^5 - 5x^3 - 3x^2 + 5x$$

3. Acha a expresión en coeficientes dos polinomios  $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ;

$$Q(x) = x^3 - 4; \quad R(x) = 0,5x^2 + 3x$$

As respectivas expresións en coeficientes son:

$$P(x) \rightarrow 3 \ -2 \ 1; \quad Q(x) \rightarrow 1 \ 0 \ 0 \ -4; \quad R(x) \rightarrow 0,5 \ 3 \ 0$$

4. Escribe as expresións polinómicas dos polinomios cuxa expresión en coeficientes é:

$$P(x) \rightarrow 1 \ 0 \ 3 \ -1; \quad Q(x) \rightarrow 3 \ 2 \ 0 \ 0; \quad R(x) \rightarrow 3/2 \ -3 \ 0 \ 5$$

$$P(x) = x^3 + 3x - 1; \quad Q(x) = 3x^3 + 2x^2; \quad R(x) = 3/2 x^3 - 3x^2 + 5$$

5. Acha o valor numérico en 1, 0 e -2 dos seguintes polinomios:

POLINOMIO	Valor en 1	Valor en 0	Valor en -2
$x^5 - 2x^3 - x^2$	-2	0	-20
$x^2/5 - 1$	-4/5	-1	-1/5
$-2x^3 + \pi x^2$	$-2 + \pi$	0	$16 + 4\pi$
$-x^3 + 1,2x^2 - 1/5$	0	-1/5	63/5
$-\sqrt{2}x^2 + 1$	$-\sqrt{2} + 1$	1	$-4\sqrt{2} + 1$

# Polinomios

## 2. Operacións

### Suma e diferenza

Para sumar ou restar polinomios xúntanse os monomios de igual grao e súmanse ou réstanse

$$\begin{aligned} P(x) &= 5x^3 + 2x^2 + 3x + 4 \\ Q(x) &= 6x^3 + 7x^2 + 5x + 1 \\ P(x) + Q(x) &= 5x^3 + 2x^2 + 3x + 4 + 6x^3 + 7x^2 + 5x + 1 = \\ &= 5x^3 + 6x^3 + 2x^2 + 7x^2 + 3x + 5x + 4 + 1 = \\ &= 11x^3 + 9x^2 + 8x + 5 \end{aligned}$$

Analogamente

$$P(x) - Q(x) = -x^3 - 5x^2 - 2x + 3$$

Para operar con polinomios pode resultar cómodo pasar á súa expresión en coeficientes.

$$\begin{aligned} \text{Suma } P(x) &= 8x^4 + x^2 - 5x - 4 \\ Q(x) &= 3x^3 + x^2 - 3x - 2 \end{aligned}$$

Súmanse os coeficientes de igual grao:

P(x)→	8	0	1	-5	-4
Q(x)→		3	1	-3	-2
P(x)+Q(x)→	8	3	2	-8	-6

$$P(x) + Q(x) = 8x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 8x - 6$$

### Produto

Os polinomios multiplícanse monomio a monomio, aplicando a propiedade distributiva do produto, así se  $P(x) = 2x^3 + 3x + 4$  e  $Q(x) = x^2 + 5x$

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (2x^3 + 3x + 4) \cdot (x^2 + 5x) = \\ &= 2x^3x^2 + 3xx^2 + 4x^2 + 2x^35x + 3x5x + 4 \cdot 5x = \\ &= 2x^5 + 3x^3 + 4x^2 + 10x^4 + 15x^2 + 20x \end{aligned}$$

E ordenamos os monomios segundo o seu grao,

$$\begin{aligned} 2x^5 + 10x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 15x^2 + 20x &= \\ = 2x^5 + 10x^4 + 3x^3 + 19x^2 + 20x \end{aligned}$$

$$P(x) = 3x^3 + 5x - 4$$

$$Q(x) = x^2 - x + 2$$

Multiplícanse coeficiente a coeficiente:

P(x)→	3	0	5	-4		
Q(x)→		1	-1	2		
		6	0	10	-8	
		-3	0	-5	4	
	3	0	5	-4		
P(x)·Q(x)→	3	-3	11	-9	14	-8

$$P(x) \cdot Q(x) = 3x^5 - 3x^4 + 11x^3 - 9x^2 + 14x - 8$$

### Factor $x^n$

Dous monomios poden ter como factor común unha potencia de  $x$  e un factor dos seus coeficientes. Os monomios do seguinte polinomio

$$6x^5 + 15x^2$$

teñen en común a potencia  $x^2$  pois  $x^5 = x^3 \cdot x^2$

$$6x^3x^2 + 15x^2 = (6x^3 + 15)x^2$$

e os seus coeficientes, 6 e 15 teñen como factor común o número 3 pois  $6 = 2 \cdot 3$  e  $15 = 5 \cdot 3$ ,

$$(6x^3 + 15)x^2 = (2 \cdot 3 \cdot x^3 + 5 \cdot 3)x^2 = (2x^3 + 5)3x^2$$

$$\begin{aligned} \text{Diferenza } P(x) &= 3x^3 + x^2 + 5x + 4 \\ Q(x) &= 3x^3 + 3x + 2 \end{aligned}$$

Réstanse os coeficientes de igual grao:

P(x)→	3	1	5	4
Q(x)→	3	0	3	2
P(x)-Q(x)→		1	2	2
P(x)-Q(x)	$= x^2 + 2x + 2$			

Observa o grao do resultado:  
 $\text{gr}(P \pm Q) \leq \max(\text{gr}(P), \text{gr}(Q))$

Para multiplicar o paréntese por 4 hai que multiplicar os dous monomios.

$$\begin{aligned} (x^2 + 3x) \cdot 4 &= \\ (x^2 \cdot 4 + 3x \cdot 4) &= \end{aligned}$$

$$\text{gr}(P \cdot Q) = \text{gr}(P) + \text{gr}(Q)$$

$$\begin{aligned} 2x^9 + x^6 - 3x^4 &= \\ = 2 \cdot x^4 \cdot x^5 + x^4 \cdot x^2 - 3 \cdot x^4 &= \end{aligned}$$

$x^4$  está en todos os sumandos.

$$\begin{aligned} 2x^9 + x^6 - 3x^4 &= \\ = x^4 \cdot (2x^5 + x^2 - 3) &= \end{aligned}$$

Sacouse factor común unha potencia de  $x$ .

$$\begin{aligned} P(x) &= 18x^6 + 27x^4 \\ \text{Factor común} &\rightarrow 9x^4 \\ P(x) &= (2x^2 + 3)9x^4 \end{aligned}$$





# Polinomios

## 3. Identidades notables

### Suma ao cadrado

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Demostración

$$\begin{array}{r} a \quad b \\ x \quad a \quad b \\ \hline ab \quad b^2 \\ \hline a^2 \quad ab \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

A suma ao cadrado é igual a cadrado do 1º + dobre do 1º polo 2º + cadrado do 2º

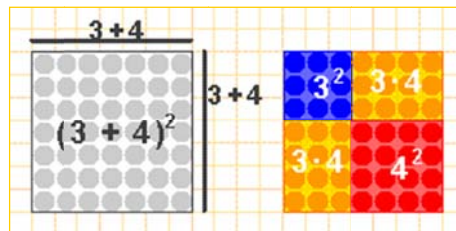
### Diferenza ao cadrado

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

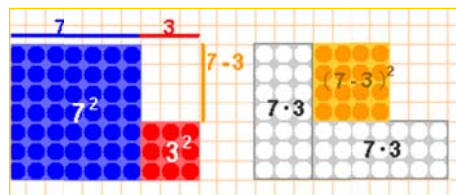
Demostración

$$\begin{array}{r} a \quad -b \\ x \quad a \quad -b \\ \hline -ab \quad b^2 \\ \hline a^2 \quad -ab \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

A diferenza ao cadrado é igual a cadrado do 1º - dobre do 1º polo 2º + cadrado do 2º



O cadrado de  $a+b$  é igual a  $a^2 + 2ab + b^2$



Se a  $a^2 + b^2$  lle quitamos  $2ab$ , queda  $(a-b)^2$

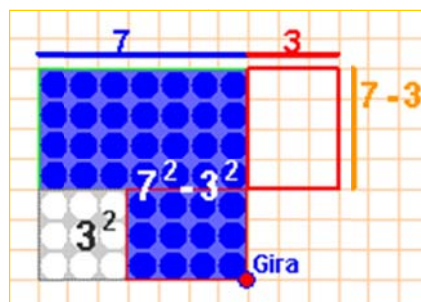
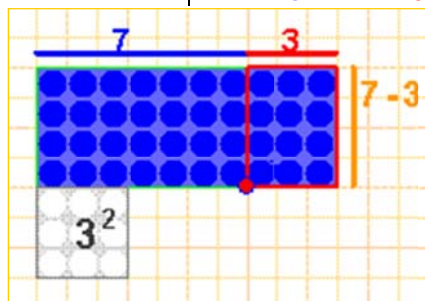
### Suma por diferenza

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

A suma por diferenza é igual á diferenza de cadrados.

Demostración

$$\begin{array}{r} a \quad b \\ x \quad a \quad -b \\ \hline -ab \quad -b^2 \\ \hline a^2 \quad ab \\ \hline a^2 \quad -b^2 \end{array}$$



Arriba en azul vemos a diferenza de cadrados e á esquerda a suma pola diferenza, basta xirar un rectángulo e trasladalo para ver que as dúas figuras azuis coinciden.

Debes aprender estas igualdades nos dous sentidos, é dicir, se nos dan a expresión

$$x^2 - 6x + 9$$

debemos identificala con

$$(x - 3)^2$$

e se nos dan a expresión

$$(2x - 5)^2$$

expresarémola como

$$4x^2 - 20x + 25$$

Analogamente, debemos recoñecer a diferenza de cadrados como suma por diferenza:

$$24^2 - 23^2 = 1 \cdot (24 + 23) = 24 + 23$$

E saberemos ver a suma por diferenza como diferenza de cadrados:

$$(x + 3) \cdot (x - 3) = x^2 - 9$$

### CÁLCULO MENTAL

$$121^2 - 120^2$$

Se se aplican as identidades notables basta sumar 121 e 120 para facer este cálculo.



**EXERCICIOS resoltos**

10. Observa como se aplican as identidades notables

**Para desenvolver  $(x+5)^2$**

Cadrado do  $1^0 \rightarrow x^2$ . Dobre do  $1^0$  polo  $2^0 \rightarrow 2 \cdot x \cdot 5 = 10x$ . Cadrado do  $2^0 \rightarrow 5^2 = 25$   
 polo tanto  $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

**Para descompoñer o polinomio  $x^2 - 8x + 16$**  inténtase ver un dos membros dunha identidade notable, ao ser os signos dos coeficientes alternativos, + - +, compárase coa diferenza ao cadrado.

$$16 = 4^2 \text{ e } 8x = \text{dobre de } x \text{ por } 4 \rightarrow x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$$

**Para descompoñer o polinomio  $4x^2 - 9$**  inténtase ver se é unha identidade notable, ao ser 0 o coeficiente de grao un compárase coa diferenza de cadrados

$$4x^2 = (2x)^2; \quad 9 = 3^2 \rightarrow 4x^2 - 9 = (2x+3) \cdot (2x-3)$$

11. Desenvolve as seguintes expresións

Expresión	Solución	Expresión	Solución
$(x+1)^2$	$x^2+2x+1$	$(x-1)^2$	$x^2-2x+1$
$(2x+1)^2$	$4x^2+4x+1$	$(3-2x)^2$	$4x^2-12x+9$
$(3x/2+5)^2$	$9x^2/4+15x+25$	$(x/3-2)^2$	$x^2/9-4x/3+4$
$(\sqrt{2}x+2)^2$	$2x^2+4\sqrt{2}x+4$	$(x-\sqrt{3})^2$	$x^2-2\sqrt{3}x+3$

12. Acha a expresión en coeficientes dos seguintes produtos

Produtos	Solución	Produtos	Solución
$(x+2) \cdot (x-2)$	$x^2-4; \quad 1 \quad 0 \quad -4$	$(x-1/4) \cdot (x+1/4)$	$1 \quad 0 \quad -1/16$
$(3x+7) \cdot (3x-7)$	$9 \quad 0 \quad -49$	$(1+\sqrt{2}x) \cdot (1-\sqrt{2}x)$	$-2 \quad 0 \quad 1$

13. Resolve aplicando as identidades notables a ecuación  $x^2+10x+9=0$

Compárase a primeira parte,  $x^2+10x$ , cunha identidade notable, con  $(x+5)^2$   
 Pois  $(x+5)^2 = x^2+10x+25$ , polo tanto,  $x^2+10x = (x+5)^2 - 25$   
 e o primeiro membro da ecuación é  $x^2+10x+9 = (x+5)^2 - 25 + 9$ ,

$$(x+5)^2 - 16 = 0 \rightarrow (x+5)^2 - 4^2 = 0 \rightarrow (x+5+4) \cdot (x+5-4) = 0 \rightarrow \text{Solucións } x = -9 \text{ e } x = -1$$

14. Aplica as identidades notables para descompoñer en factores os seguintes polinomios

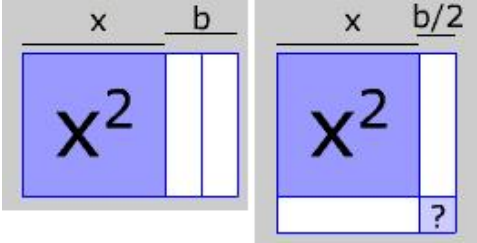
Expresión	Solución	Expresión	Solución
$4x^2+12x+9$	$(2x+3)^2$	$49x^2-36$	$(7x+6) \cdot (7x-6)$
$36x^2+36x+9$	$(6x+3)^2$ o $9(2x+1)^2$	$25x^2-9/4$	$(5x+3/2) \cdot (5x-3/2)$
$6x^5-12x^4+6x^3$	$6x^3(x-1)^2$	$4x^2-3$	$(2x+\sqrt{3}) \cdot (2x-\sqrt{3})$

15. Escribe  $7^2$  como a diferenza dos cadrados de dous números naturais.

49 é a suma de dous números consecutivos, polo tanto,  $49 = 25^2 - 24^2$ .



## Para practicar

- Acha a expresión alxébrica dun número de catro cifras,  $xyzt$ , sabendo que a cifras das unidades é tres veces a cifra das decenas.
- De luns a xoves camiño  $x$  Km. diarios e de venres a domingo, 6 Km. cada día. Acha a expresión alxébrica que da os Km. que camiño en  $z$  semanas
- Si practico ciclismo a unha velocidade media de 45 Km./h. Durante  $t$  horas ao mes. Cantos Km. fago ao cabo dun ano?
- O meu soldo mensual é de 1400€. Cada ano aumenta un  $x\%$ . Calcular o soldo mensual dentro de dous anos.
- $2 \cdot \pi \cdot \text{raio}$  é a expresión que define a lonxitude da circunferencia en función do seu raio. Cal é a variable? o grao? o coeficiente? a lonxitude para un raio de 3 cm?
- $\pi \cdot \text{radio}^2$  é a expresión que define a área do círculo en función do seu raio. Cal é a variable? o grao? o coeficiente? a área para un raio de 12 cm?
- $4 \cdot \pi \cdot \text{radio}^2$  é a expresión que define a área da esfera en función do seu raio. Cal é a variable? o grao? o coeficiente? a área para un raio de 15 cm?
- $4 \cdot \pi/3 \cdot \text{radio}^3$  é a expresión que define o volume da esfera en función do seu raio. Cal é a variable? o grao? o coeficiente? o volume para un raio de 6 cm
- Cal é o grao do polinomio  $-4x^3 - 6x^2$ ? Cal é o seu coeficiente de grao dous? e o de grao un? Calcula o seu valor numérico en  $x = -1$
- Que fracción de hora son 51 minutos e 14 segundos? Sabes expresala como o valor numérico dun polinomio de 2º grao?
- Cantos segundos hai en 5h. 35min. e 53 seg.? Sabes expresalos como o valor numérico dun polinomio de 2º grao?
- Cantas unidades hai en 5 masas, 8 grosas e 6 ducias? Sabes expresalas como o valor numérico dun polinomio de terceiro grao?  
*Unha masa = 12 grosas, unha grosa = 12 ducias, unha ducia = 12 unidades.*
- Acha os coeficientes de  $P(x) \cdot 3 \cdot Q(x)$   
 $P(x) = -7x^3 + 2x^2 - x - 2$   
 $Q(x) = 6x^3 - 2x^2 + x - 2$
- Acha os coeficientes de  $P(x) \cdot Q(x)$   
 $P(x) = 7x^2 + 5x$     $Q(x) = -4x^3 + 7x^2 - x - 3$
- Saca factor común no polinomio  $4x^{12} + 24x^7$
- Cantas unidades tes que engadir a  $x^2 + 16x$  para converter este binomio no cadrado doutro binomio?  

- Calcula a)  $(x+6)^2$    b)  $(-2x+5)^2$   
c)  $(2x-3/2) \cdot (2x+3/2)$
- Calcula mentalmente  $32^2 - 31^2$  e  $19 \cdot 21$
- Acha a expresión alxébrica que define o produto de tres números enteiros consecutivos. Toma como  $x$  o número central.
- Simplifica as fraccións  
a)  $\frac{x^2 + 4x + 4}{3x + 6}$    b)  $\frac{4x^2 - 4}{x^2 - 2x + 1}$   
c)  $\frac{4x^2 + 4x + 1}{8x^2 - 2}$    d)  $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{2x^2 - 2y^2}$

Para saber máis



## Expansións polinomiais

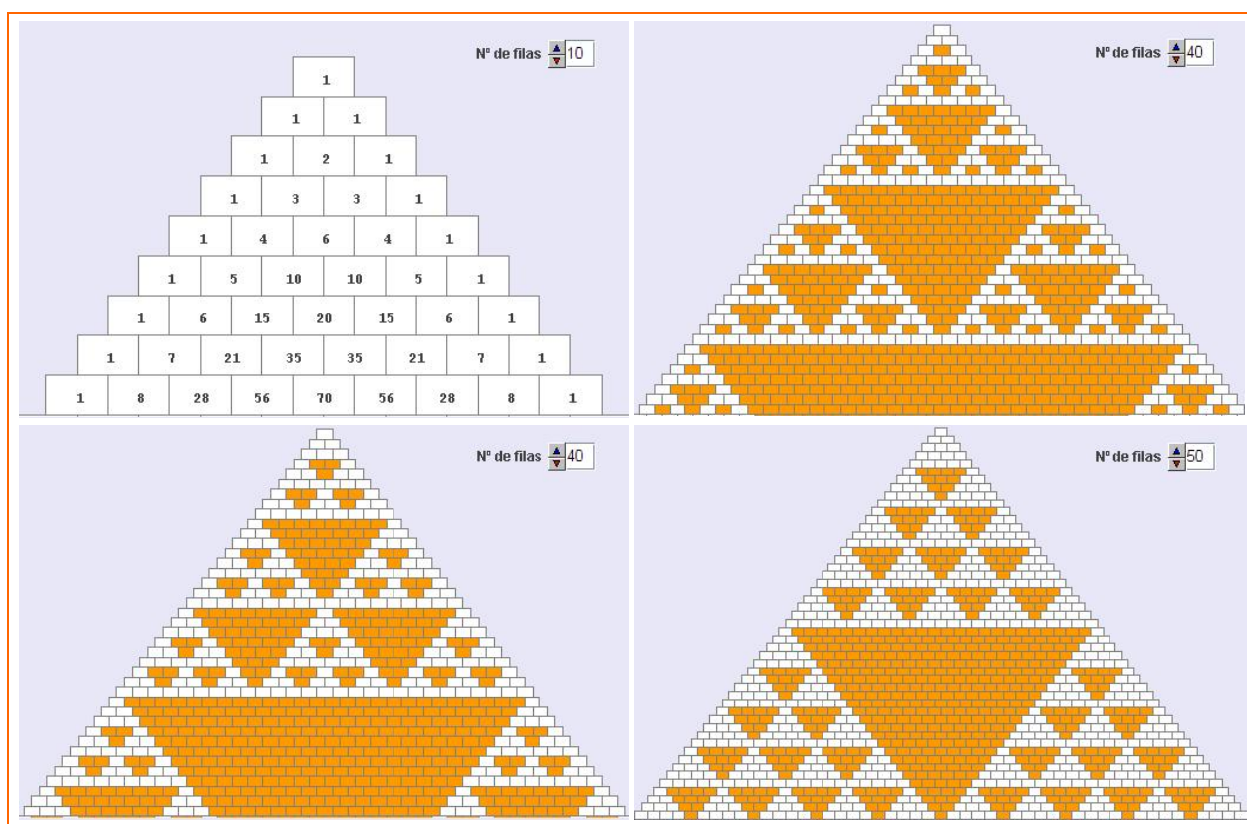
Investiga na web as aplicacións dos polinomios, nós atopamos esta frase:

*"Mediante expansións polinomiais pódese calcular a poboación dun cultivo de bacterias"*

Que é una expansión polinomial?. Acha os coeficientes de  $(1+x)^0$ : 1, de  $(1+x)^1$ : 1 1, de  $(1+x)^2$ : 1 2 1,  $(1+x)^3$ : 1 3 3 1, ...

O primeiro triángulo da figura, triángulo de Pascal, é a expansión polinomial de  $(1+x)^n$ , as súas filas son os coeficientes destas potencias de  $(1+x)$ .

Observa as figuras que se forman ao pintar no triángulo de Pascal, os múltiplos de 2, de 3 ou de 5. Podes probar ti con outros múltiplos.



### E un par de trucos para operar

Fíxate no rápido que podes calcular o cadrado de números acabados en 5 e nalgúns produtos sen máis que aplicar as identidades notables.

### Cadrados de números de dúas cifras acabados en 5

$$25^2$$

$$2 \cdot \text{un máis} = 6$$

$$\text{e engádesse } 25$$

$$625$$

$$15^2=225; 35^2=1225; 45^2=2025;$$

$$55^2=3025; 65^2=4225; 75^2=5625.$$

Podes razoalo considerando  $25^2$  como  $(5+20)^2=25+2^2 \cdot 100+2 \cdot 100$   
 $(5+30)^2=25+3^2 \cdot 100+3 \cdot 100 \dots$

### Produtos de números equidistantes

$$24 \cdot 26$$

$$25^2 - 1 = 624$$

$$23 \cdot 27$$

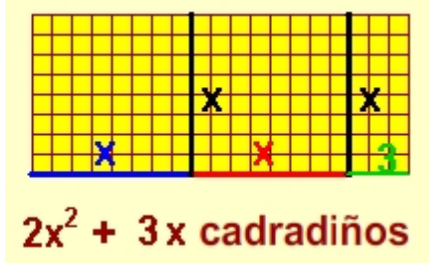
$$25^2 - 2^2 = 621$$

Aplícase que a suma por diferenza é a diferenza de cadrados



## Lembra o máis importante

### Expresións alxébricas



Monomio de grao 2

$$3 \cdot x^2$$

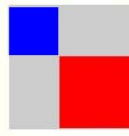


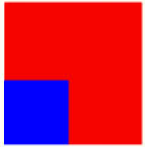



Valor numérico da expresión  
en  $x=4$

$$2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 = 2 \cdot 16 + 3 \cdot 4 = 32 + 12 = 44$$

en  $x=-2$

$$2 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) = 2 \cdot 4 + 3 \cdot (-2) = 8 - 6 = 2$$

<p><b>Operacións con polinomios</b></p> <p><b>Suma</b></p> $P(x) = 2x^3 + 3x - 1$ $Q(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 + x + 4$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>-1</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td>1</td><td>3</td><td>-1</td><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>P(x)+Q(x):</td><td>1</td><td>5</td><td>-1</td><td>4</td><td>3</td></tr> </table> $P(x)+Q(x) = x^4 + 5x^3 - x^2 + 4x + 3$	P(x):	2	0	3	-1	Q(x):	1	3	-1	1	4	P(x)+Q(x):	1	5	-1	4	3	<p><b>Diferenza</b></p> $P(x) = 5x^3 + 3x + 6$ $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 2$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td>2</td><td>-3</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>P(x)-Q(x):</td><td>3</td><td>-3</td><td>2</td><td>4</td></tr> </table> $P(x)-Q(x) = 3x^3 - 3x^2 + 2x + 4$	P(x):	5	0	3	6	Q(x):	2	-3	1	2	P(x)-Q(x):	3	-3	2	4	<p><b>Produto</b></p> $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + x + 1$ $Q(x) = 4x^2 + 2$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td>4</td><td>0</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td colspan="5" style="text-align: center;">-----</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td></td><td>8</td><td>12</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td colspan="5" style="text-align: center;">-----</td></tr> <tr><td></td><td>8</td><td>12</td><td>8</td><td>10</td><td>2</td><td>2</td></tr> </table> $P(x) \cdot Q(x) = 8x^5 + 12x^4 + 8x^3 + 10x^2 + 2x + 2$	P(x):	2	3	1	1	Q(x):	4	0	2		-----						4	6	2	2		0	0	0	0		8	12	4	4	-----						8	12	8	10	2	2	<p><b>Factor Común</b></p> $P(x) = 6x^8 + 4x^4 + 10x^3$ <p><math>2x^3</math> é factor común a todos os monomios de <math>P(x)</math></p> $P(x) = 2x^3 \cdot (3x^5 + 2x + 5)$
P(x):	2	0	3	-1																																																																									
Q(x):	1	3	-1	1	4																																																																								
P(x)+Q(x):	1	5	-1	4	3																																																																								
P(x):	5	0	3	6																																																																									
Q(x):	2	-3	1	2																																																																									
P(x)-Q(x):	3	-3	2	4																																																																									
P(x):	2	3	1	1																																																																									
Q(x):	4	0	2																																																																										
-----																																																																													
	4	6	2	2																																																																									
	0	0	0	0																																																																									
	8	12	4	4																																																																									
-----																																																																													
	8	12	8	10	2	2																																																																							
<p><math>(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math></p> 	<p><math>(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></p> 	<p><math>(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2</math></p> <p>clíc </p>  <p>clíc </p>	<p>Debes identificar</p> <p><math>x^2 + 6x + 9</math> con <math>(x+3)^2</math></p> <p><math>x^2 - 10x + 25</math> con <math>(x-5)^2</math></p> <p><math>x^2 - 49</math> con <math>(x+7) \cdot (x-7)</math></p> <p><math>x^2 + 5x + 25</math> non é unha suma ao cadrado non pode formar parte dunha identidade notable.</p>																																																																										

## Autoavaliación



1. Acha os coeficientes de  $P(x) \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$  sendo  $P(x)=6x+1$ ,  $Q(x)=3x^2-2$  e  $R(x)=x^2+14x$ .
2. Calcula o valor numérico de  $2x^3-5x^2+4$  en  $x=2$ .
3. Acha a expresión alxébrica que define a área de 6 cadrados de lado  $x+y$  e 6 rectángulos de base  $x$  e altura  $y$ .
4. É certa a igualdade  $9x^2+30x+25=(3x+5)^2$ ?
5. Acha os coeficientes de  $(2x+1)^2$ .
6. Que constante hai que sumar a  $25x^2-30x$  para obter o cadrado dun binomio?
7. Calcula o coeficiente de primeiro grao de  $(4x-5)^2$ .
8. Calcula mentalmente en menos de 10 segundos  $34^2-33^2$ .
9. Simplifica a fracción  $\frac{x^2 - b^2}{x + b}$ .
10. Saca factor común a maior potencia de  $x$  en  $5x^{19}+8x^8$ .

## Soluciones dos ejercicios para practicar

- $1000x+100y+13z$
- $4xz+18z$
- $540 \cdot t$
- $1400+28x+0,14x^2$
- Variable=raio, coeficiente= $2\pi$   
Grao=1, Lonxitude= $6\pi$  cm  
 $\sim 18,84$ cm
- Variable=raio, coeficiente=  $\pi$   
Grao=2, Área en  $\text{cm}^2=144\pi \sim 452,16$
- Variable=raio, coeficiente= $4\pi$   
Grao=2, Área en  $\text{cm}^2=288\pi \sim 904,32$
- Variable=raio, coeficiente= $4\pi/3$   
Grao=3, Vol. en  $\text{cm}^3=900\pi \sim 2826$
- Grao=3, Coeficiente gr 1=0,  
Coeficiente gr2=-6, Valor en  $-1=-2$
- $\frac{1537}{1800}$  valor en  $\frac{1}{60}$  de  $51x+14x^2$
- 20153 valor en 60 de  $5x^2+35x+53$
- 9864 valor en 12 de  $5x^3+8x^2+6x$
- 25 8 -4 4
- 28 29 28 -26 -15 0
- $4x^7(x^5+6)$
- 64
- a)  $x^2+12x+36$  b)  $4x^2-20x+25$   
c)  $4x^2-9/4$
- 63;  $19 \cdot 21=20^2-1^2=399$
- $x^3-x$
- a)  $\frac{x+2}{3}$  b)  $\frac{4(x+1)}{x-1}$   
c)  $\frac{2x+1}{2(2x-1)}$  d)  $\frac{x+y}{2x-2y}$

### Soluciones AUTOAVALIACIÓN

- 24 88 2 -2
- 0
- $6x^2+6y^2+18xy$
- Si
- 4 4 1
- 9
- 40
- 67
- $x-b$
- $x^8(5x^{11}+8)$